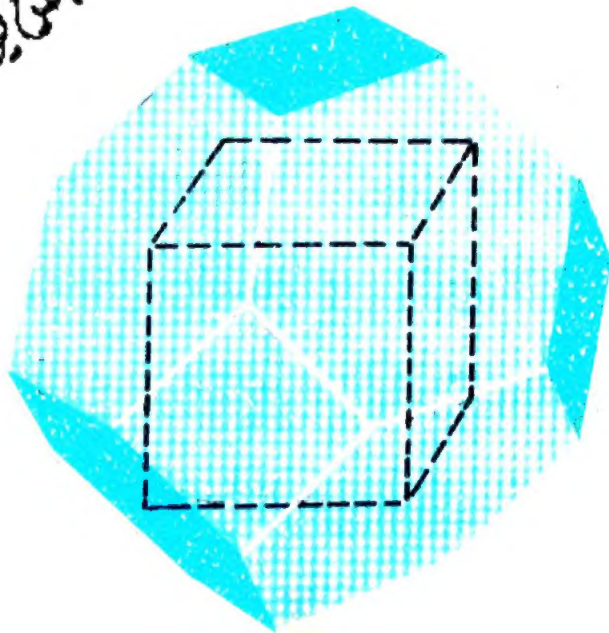


وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

محمّد يوسف اللبوشى

فَيزِيَاءُ الْحَالَةِ الصَّلْبَةِ

محمّد يوسف اللبوشى



تَأْلِيفُ

الدكتور ضحى سعيد الراوي الدكتور شاكِر جابر شاكِر الدكتور يوسف مَوْلود حسن

١٥٢
هنا يوسف اللواتي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

فَيْزِيَّائِي
الْحَالَةُ الصَّلْبَةِ

مسن يوسف اللبوشى

بغداد 22.11.1989 م

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

فَيْرَازِيَّةُ الْحَالَةِ الصَّلْبَةِ

تَأليف

الدكتور ضحى سعيّد الراوى الدكتور شاكِر جابر شاكِر
مدرس مدرس

الدكتور يوسف مولود حسن
مدرس

مسن يوسف اللبوشى

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة
مكتبتي الخاصة
على موقع ارشيف الانترنت
الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

يمثل هذا الكتاب محاولة لـسيد النقص الحاد الموجود حالياً في المكتبة العربية في موضوع حديث ومتقدم يحظى اليوم بأهتمام واسع ومتزايد لما يحمله هذا العلم طموحات مستقبلية لها من القيمة العلمية والعملية القدر الكبير.

لقد وضع هذا الكتاب ليغطي مفردات فيزياء الحالة الصلبة لطلبة الفيزياء في كليات التربية والعلوم وقد راعينا فيه ان يكون شاملاً سهل الاسلوب واضح المعاني ليتسنى فهمة والاستفادة منه.

ان هذا الكتاب يحتوي على اثني عشر فصلاً ، قام المؤلفون بتوزيع الفصول على النحو الاتي : تولى الدكتور (يوسف مولود حسن) بتأليف الفصول الاربعة الاولى التي تتضمن مواضيع التركيب البلوري والواصر البلورية والحيود وحركية الشبيكة والخواص الحرارية للعوازل في حين تولى الدكتور (شاكر جابر شاكر) تأليف ما يتعلق بالالكترونات الحرة في المعادن ونظرية الحزم في المواد الصلبة والخواص المغناطيسية للمواد التوصيلية المفرطة . وتولى الدكتور (صبحي سعيد الراوي) تأليف المواضيع التي تتضمن اشباه الموصلات والعوازل والخواص البصرية للمواد الصلبة والعيوب البلورية .

والمؤلفون اذ يضعون جهدهم المتواضع بين ايدي الاساتذه الافاضل والطلبة الاعزاء لا يدعون الكمال له لان الكمال لله وحده لذا فانهم ينتظرون من المتخصصين والقراء الكرام برحابة صدر النقد البناء والافكار الجديدة لاخذها بالاعتبار في الطبقات المقبلة للكتاب .

محمد يوسف الدويهي

محتويات الكتاب

المقدمة

الفصل الاول

التركيب البلوري

المقدمة	1 - 1
تصنيف المواد الصلبة	1 - 2
الحالة البلورية	1 - 3
بعض التعاريف الاساسية	1 - 4
الشبيكة البلورية - الشبيكة البرافيزية - الشبيكة غير البرافيزية	
متجهات الانتقال الاساسية - التركيب البلوري	
عمليات التناظر	1 - 5
التناظر الانعكاسي	1 - 5 - 1
التناظر الدوراني	1 - 5 - 2
التناظر الانقلابي	1 - 5 - 3
اشكال الشبيكة ذات البعدين	1 - 6
اشكال الشبيكة ذات الابعاد الثلاثة	1 - 7
موضع واتجاه المستويات في البلورات	1 - 8
بعض التراكيب البلورية البسيطة	1 - 9
تركيب متلاصق الرص	1 - 9 - 1
تركيب كلوريد الصوديوم	1 - 9 - 2
تركيب كلوريد السيزيوم	1 - 9 - 3
تركيب الالماس	1 - 9 - 4
المواد الصلبة غير البلورية	1 - 10
اسئلة الفصل الاول	

الفصل الثاني

الخواص البلورية

المقدمة	2 - 1
طاقة الربط للبلورة وتصنيف المواد الصلبة	2 - 2
التأخر الأيوني	2 - 3
النموذج الإلكتروني للبلورات الأيونية وحساب ثابت ماديلونك	2 - 3 - 1
حساب طاقة البلورة	2 - 3 - 2
التأخر التساهمي	2 - 4
التأخر المعدني	2 - 5
التأخرات الثانوية	2 - 6
اسئلة الفصل الثاني	

الفصل الثالث

الحيود في البلورات

المقدمة	3 - 1
حيود الاشعة السينية وقانون براك	3 - 2
اتجاهات الحيود	3 - 3
الطرق التجريبية لدراسة الحيود	3 - 4
طريقة لاوي	3 - 4 - 1
طريقة تدوير البلورة	3 - 4 - 2
طريقة المسحوق	3 - 4 - 3
اشتقاق لاوي لسعة الموجة المستطيرة	3 - 5
الشيكة المقلوبة	3 - 6
الحيود في الشيكة المقلوبة وكرة ايفالد	3 - 7
مناطق بريليون	3 - 8
الشيكة المقلوبة لمكعب بسيط	3 - 9
حساب عامل التركيب	3 - 10
حيود الالكترونات	3 - 11

5 - 9	ظاهرة هول في المعادن
5 - 10	بعض الصعوبات في نموذج الالكترون الحر
	اسئلة الفصل الخامس

الفصل السادس

نظرية الحزم في المواد الصلبة

6 - 1	المقدمة
6 - 2	منشأ الحزم في المواد الصلبة
6 - 3	الجهد الدوري
6 - 4	دالة بلوخ
6 - 5	بلورة ذات شبكة بعد واحد
6 - 6	مناطق بريليون
6 - 7	مخطط مناطق بريليون
6 - 8	حساب الحزم بطريقة نموذج الالكترون الحر
6 - 9	كثافة الحالة
6 - 10	الكتلة الفعلية
6 - 11	مفهوم الفجوات الموجبة
6 - 12	دراسة سطح فيرمي
6 - 12 - 1	الظاهرة السطحية الشاذة
6 - 12 - 2	التردد السايكلتروني (المداري)
6 - 12 - 3	الظاهرة الصوتية المغناطيسية
6 - 12 - 4	ظاهرة دي هاز - فان الفن
	اسئلة الفصل السادس

الفصل السابع

اشباه الموصلات

7 - 1	المقدمة
7 - 2	النظرية الاولية لاشباه الموصلات
7 - 3	اشباه الموصلات الذاتية
7 - 4	تركيز الحاملات لاشباه الموصلات الذاتية

9 - 9	المواد الفيرومغناطيسية وضديدة الفيرومغناطيسية
9 - 9 - 1	خواص المواد الفيرومغناطيسية...
...	خواص المواد ضديدة النيرومغناطيسية
9 - 10	الرنين النووي المغناطيسي
...	اسئلة الفصل التاسع

الفصل العاشر

الخواص البصرية للمواد الصلبة

10 - 1	المقدمة
10 - 2	معامل الانكسار
10 - 3	الانكسار المزدوج
10 - 3 - 1	المحور البصري
10 - 3 - 2	الانكسار المزدوج
10 - 4	الامتصاص
10 - 5	الليزر
10 - 5 - 1	الانبعاث الآني والمحفز
10 - 5 - 2	علاقا اينشتاين
10 - 5 - 3	الانقلاب الاسكاني
10 - 5 - 4	الضخ الضوئي
10 - 5 - 5	توليد الليزر
...	اسئلة الفصل العاشر

الفصل الحادي عشر

العيوب البلورية

11 - 1	المقدمة
11 - 2	العيوب النقطية
11 - 3	العيوب الخطية (الانخلاعات)
11 - 3 - 1	شدة التحمل في البلورات الاحادية
11 - 3 - 2	الانخلاع الحافي

11 - 3 - 3	الانخلاع البريمي
11 - 4	العيوب المستوية
	اسئلة الفصل الحادي عشر
	الفصل الثاني عشر
	الموصلية المفرطة

12 - 1	المقدمة
12 - 2	درجة الحرارة الحرجة
12 - 3	المجال الحرج
12 - 4	ظاهرة مازنر
12 - 5	نظرية التوصيل المفرط
12 - 6	الخواص الحرارية للموصل المفرط
12 - 7	عمق الاختراق
12 - 8	تكمم الفيض المغناطيسي
	اسئلة الفصل الثاني عشر
	المراجع
	بعض المصطلحات العلمية الواردة في الكتاب

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

هــسـا بـرـهـم

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

الفصل الأول

التركيب البلوري

1 - 1 المقدمة :-

ليس كل شيء يظهر كمادة صلبة امام العين يدرس في كتب فيزياء الحالة الصلبة ان علم الفيزياء الحالة الصلبة الحديث يهتم بدراسة صنف خاص من المواد الصلبة وهو المواد الصلبة البلورية (Crystalline Solid) . وان الجزء الاكبر من هذا الكتاب سيتناول دراسة الصلب البلوري . كما في هذا الفصل سنناقش بعض التعاريف الاساسية المتعلقة بالمواد البلورية ولاصطلاحات المستعملة في علم البلورات (Crystallography) . ومع ان الزجاج والخشب والورق هي من المواد الصلبة ولكن مناقشتها خارج نطاق هذا الكتاب وذلك لان المواضيع المتعلقة بهذا النوع من المواد الصلبة معقد جدا .

2- 1 تصنيف المواد الصلبة

يمكن تصنيف المواد الصلبة بصورة عامة الى الاصناف التالية :

1- تصنيف البلورات بالنسبة للشبيكة البلورية الى :

- a- البلورات ذات الشبيكة البرافيزية (Bravais lattice)
- b- البلورات ذات الشبيكة غير البرافيزية (Non Bravais lattice)

2- تصنيف المواد الصلبة بالنسبة لتوصيلها الكهربائي الى :

- a- المعادن (Metals)
- b- اشباه الموصلات (Semiconductors)
- c- العوازل (Insulators)

3- تصنيف المواد الصلبة بالنسبة الى خواصها المغناطيسية الى :

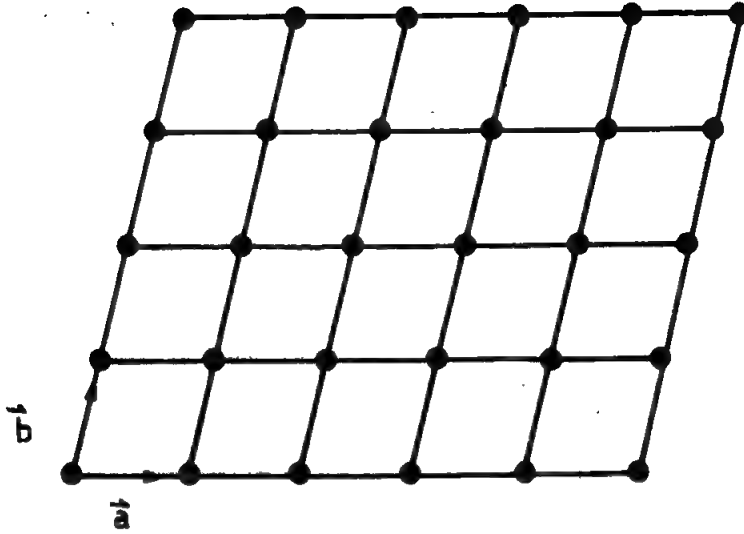
- a- المواد الدايامغناطيسية (Diamagnetic materials)
- b- المواد البارامغناطيسية (Paramagnetic materials)
- c- المواد الفيرومغناطيسية (Ferromagnetic materials)

4- تصنيف المواد الصلبة بالنسبة لطاقة الربط بين ذراتها اوجزيئاتها الى :

- a- البلورات الايونية (Ionic crystals)
- b- البلورات التساهمية (Covalent crystals)
- c- البلورات الجزيئية (Molecular crystals)
- d- البلورات المعدنية (Metallic crystals)

3- 1 الحالة البلورية

يقال عن الجسم الصلب بانه بلوري (crystal) اذا كانت الذرات مرتبة بشكل هندسي بحيث تكون مواقعها دورية في هذا الشكل . وتسمى هذه الدورية في الغالب بترتيب طويل المدى (Long-range order) . وعندما يكون هذا الترتيب في ثلاثة ابعاد فيعني ذلك اننا نتكلم عن البلورة وتكون ذات عنصر منتظم ومحدد بصورة جيدة والشكل 1.1 يوضح هذا الترتيب في بعدين .



الشكل (1 - 1) ترتيب نقاط الشبكة في بعدين

ان المسافة بين اقرب ذرتين في اتجاه محور x هي a وباتجاه محور y هي b وليس بالضرورة ان تكون هذان المحوران متعامدين مع البعض . وتحفظ البلورة التامة (crystal perfect) بهذه الدورية وفي ابعادها الثلاثة الى ما لانهاية لكل من المحاور . ويرتب على العملية الدورية ان تكون مواقع الذرات في البلورة متكافئة او بعبارة اخرى . تبدو البلورة التامة للناظر المستقر في اي من هذه المواقع الذرية هي نفسها .

كثيرا ما يعبر عن فكرة الدورية في البلورات بالقول ان البلورة تمتلك تناظراً انتقالياً (translation symmetry) . يعني انه اذا تحركت نقطة ما وبواسطة اي متجه يربط بين نقطتين تبدو النقطة وكأنها لم تتحرك اي ان ما يجاورها لم يتغير .

من الناحية العملية لا يمكن تحضير بلورة تامة لاسباب عديدة ومنها :

- 1 - ان سطح البلورة يشكل عيبا من عيوب البلورة وذلك لان الدورية التي تمتلكها سوف تضطرب على السطح . فالذرات القريبة من السطح تكون في محيط يختلف عن محيط الذرات الواقعة في عمق البلورة ونتيجة لذلك تسلك سلوكاً مختلفاً عن جسم البلورة .

2- الاهتزازات الحركية للذرات الحركية حول مواقع استقرارها قد تؤثر على التنظيم الدوري للبلورة بدرجة كبيرة او صغيرة اعتمادا على درجة الحرارة .

3- بالرغم من التقنيات المتقدمة لانماء البلورات لا تزال هناك بعض الشوائب والنشوء في البلورات التامة والتي لا يمكن التخلص منها حتى في احسن عمليات الانماء البلوري والتي تؤثر ايضا على دورية البلورة .

ان العيوب في البلورات كثيرا ما تكون موضع الدراسة للمهتمين بفيزياء الحالة الصلبة . فمثلا ان الاهتزازات الحركية للذرات هي المصدر الرئيسي للمقاومة الكهربائية في المعادن والتوصيلية في العوازل . وهكذا فانه لا يمكن فهم هذه الخواص بدون دراسة البلورات وتركيبها ، ويمكن اعتبار العيوب المهمة اضطرابا في التركيب البلوري ان معظم الظواهر المهمة في المواد الصلبة ترافق العيوب البلورية ولذلك نرى ان هذا الموضوع من اهم المواضيع في فيزياء اشباه الموصلات والتي ستناقش في الفصل السابع

4 - 1 تعاريف اساسية

لكي نفهم التركيب البلوري بدقة ، من الضروري شرح بعض التعاريف الاساسية والتي تقوم مقام اللغة في علم البلورات (crystallography) . وهذه التعاريف يمكن تطبيقها على البلورات ذات بعد واحد او بعدين او ثلاثة ابعاد منها :

1 - 4 - 1 الشبكة البلورية

في علم البلورات تكون الخواص الهندسية هي موضع الاهتمام وليس تركيب المادة التي تنشأ من الذرات المكونة للبلورة . وعليه يستبدل المرء كل ذرة بنقطة هندسية تقع في موضع استقرار تلك الذرة وبذلك تكون النتيجة هي هيكل (pattern) هندسي من النقاط يمتلك الخواص الهندسية للبلورة نفسها ، ولكن يخلو من اي مكونات مادية وهذا الهيكل الهندسي في الفراغ يسمى الشبكة البلورية (Crystal lattice) وتكون على نوعين

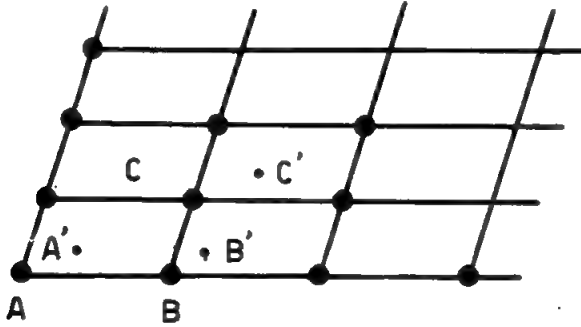
(a) الشبكة البرافيزية

في هذه النوع من الشبكة تكون جميع نقاط الشبكة متكافئة ، أي أن جميع الذرات في البلورة تكون من نفس النوع .

(b) الشبكة غير البرافيزية

في هذا النوع من الشبكة تكون نقاط الشبكة غير متكافئة كما في الشكل (1-2) ، حيث تكون مواقع A, B, C متكافئة مع بعضها ايضاً . لكن المواقع A, A' غير متكافئة مع بعضها .

يمكن اعتبار الشبكة غير البرافيزية كمزيج من شبكتين أو أكثر من الشبكات البرافيزية متداخلة مع بعضها بوضع ثابت بالنسبة لبعضها الآخر . أي أن النقاط A, B, C تكون شبكة برافيزية واحدة و A', B', C' تكون شبكة برافيزية أخرى وهكذا .



الشكل 1-2 الشبكة غير البرافيزية

2-4-1 الأساس

هو عبارة عن ذرة أو مجموعة من الذرات تتواجد في كل موقع نقطي من نقاط الشبكة ويتراوح عدد الذرات في الأساس (Base) من ذرة الى 10^5 ذرة .

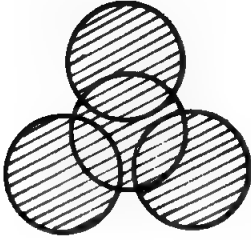
3-4-1 متجهات الانتقال الأساسية

تكون البلورات النامة من ذرات مرتبة على هيئة الشبكة البلورية ويمكن تعريفها بواسطة ثلاث متجهات إنتقالية أساسية $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بحيث أن الترتيب يبقى نفسه بالنسبة الى النقطة المعبرة عنها بالمتجه \vec{r} عند مشاهدتها من نقطة أخرى

\vec{r}' كما في الشكل (1-4) . ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالمعادلة التالية :

$$\vec{r}' = \vec{r} + n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c} \quad \dots (1-1)$$

حيث n_3, n_2, n_1 اعداد صحيحة .

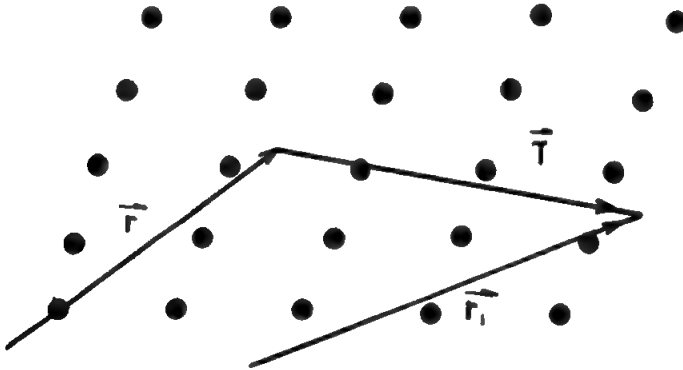


أساس يتكون من أربع ذرات



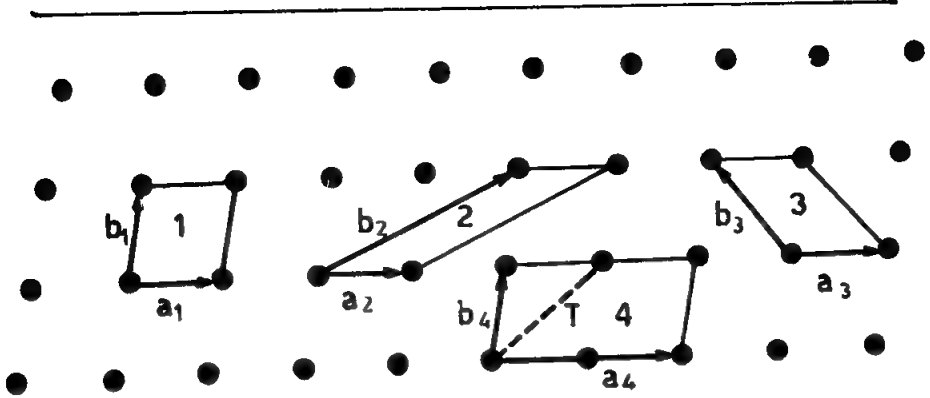
أساس يتكون من ذرة واحدة

الشكل 3 - يوضح نوعين مختلفين من الاساس



الشكل (1-4) الناظر الانتقالي في الشبكة ذات البعدين

تكون الشبكة والمتجهات والأنقالية $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بدائية (primitive) إذا حققت النقطتان \vec{r}, \vec{r}' اللتان يبدو الترتيب الذري حولهما واحداً المعادلة (1-1) وذلك بأختيار مناسب لكل من n_3, n_2, n_1 . وتستخدم عادة المتجهات الأنقالية البدائية $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ لمحاور البلورة وقد تستخدم محاور غير بدائية عندما يتطلب ذلك وكما هو موضح في الشكل (1-5) .

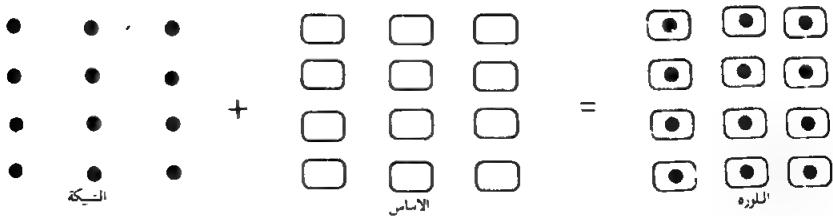


الشكل (5 - 1) محاور بدالية وغير بدالية للشبكة البلورية

في هذا الشكل من الممكن اختيار كل من المتجهين \vec{a}_1, \vec{b}_1 و \vec{a}_2, \vec{b}_2 وكذلك \vec{a}_3, \vec{b}_3 حيث يمكن اعتبارها كمتجهات بدالية . ولكن اختيارها \vec{a}_4, \vec{b}_4 تمثل متجهات انتقالية غير بدالية ، وعلى اية حال فان المساحة المحصورة بين المتجهات البدالية تبقى ثابتة .

4 - 4 - 1 التركيب البلوري

يتكون التركيب البلوري عندما نربط الأساس (ذرة أو مجموعة من الذرات) بكل نقطة من نقاط الشبكة كما من في الشكل (6 - 1) حيث كل أساس يجب أن يكون متماثلاً في التركيب والترتيب والاتجاه واءن العلاقة المنطقية التي توضح ذلك هي :

$$\text{تركيب البلوري} = \text{الأساس} + \text{الشبكة}$$


الشكل (6 - 1) التركيب البلوري

5 - 4 - 1 عملية انتقال الشبكة

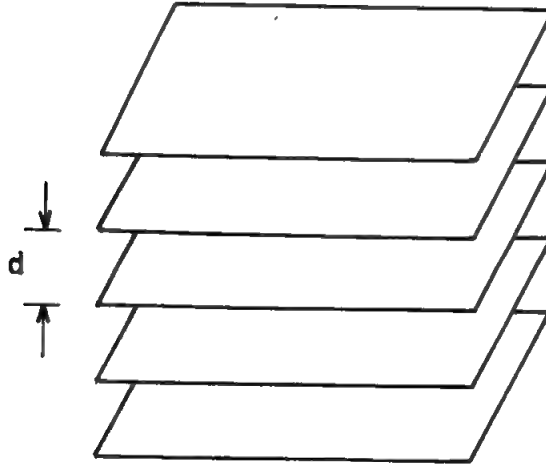
تُعرف عملية انتقال الشبكة بأنها عملية انتقال البلورة بصورة موازية تحت تأثير المؤثر \vec{T} (Operator) بحيث

$$\vec{T} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}$$

و n_1, n_2, n_3 اعداد صحيحة وهذا موضح في الشكل (4 - 1) .

6 - 4 - 1 ثابت الشبكة

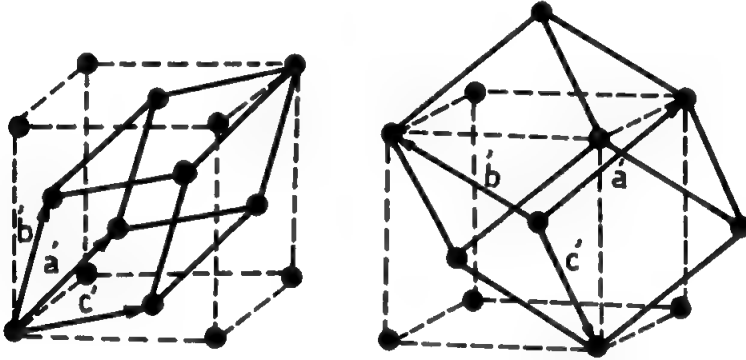
هو أقصر مسافة عمودية بين مستويات الشبكة كما هو موضح في الشكل (7 - 1) حيث يمثل d ثابت الشبكة (lattice constant)



الشكل (7 - 1) مجموعة من المستويات الشبكة

7-4-1 وحدة الخلية

هي أصغر وحدة في الشبكة تملأ الفضاء بتأثير المؤثر \vec{T} ويكون شبكة كاملة .
ان الشكل (1-5) يوضح نماذج من وحدة الخلايا (unit cells) في بعدين
والشكل (1-8) يوضح نماذج من وحدة الخلايا في ثلاثة أبعاد .



الشكل (1-8) وحدة الخلايا التقليدية (المقتطة) والبداية (المخططة) في ثلاثة أبعاد

ان حجم وحدة الخلية (V_p) بدلالة المتجهات الأساسية يعطى بالعلاقة التالية :

$$V_p = |\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}|$$

وتنقسم وحدة الخلية الى نوعين

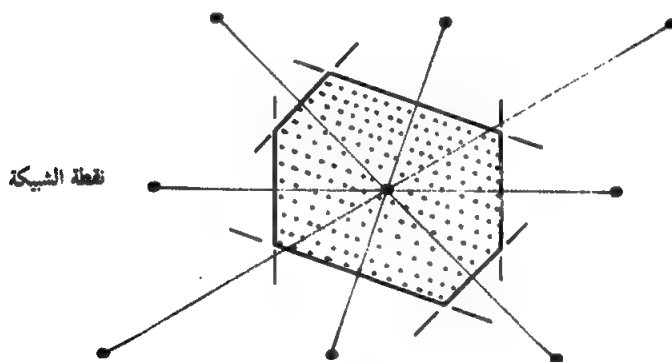
- (a) الخلية البدائية (primitive cell)
- (b) الخلية غير البدائية (non primitive cell)

ان الخلية البدائية هي الخلية التي تحتوي على ثماني ذرات في أركانها (لاحظ الشكل (1-8) . وبما ان في الخلية البدائية كل ذرة مشتركة بين ثماني خلايا (في ثلاثة أبعاد) فانها سوف تعطي حصتها والتي تساوي $\frac{1}{8}$ لكل خلية وبالتالي فان حصة وحدة الخلية البدائية ستكون نقطة شبكة واحدة .

اما الخلية غير البدائية (non- primitive) فانها تحتوي ذرة في مركز الخلية او متوسط سطوحها اضافة الى ذرات اركانها كما في الشكل (8 - 1) وهكذا نجد انه في الخلية غير البدائية هناك اكثر من نقطة شبكية في الخلية الواحدة .

هناك طريقة اخرى لاختيار الخلية البدائية وتعرف باسم مكتشف هذه الطريقة وهي خلية ويكنر - سيتز (Wegner-Seitz cell) وتلخص هذه الطريقة بما يلي :

نمد خطوطا مستقيمة من نقطة شبكية ما الى جميع نقاط الشبكة القريبة منها ، ثم ننصف هذه الخطوط بمستويات متعامدة وسيكون الحجم المحصور بين المستويات المتعامدة هو خلية بدائية وتحتوي على نقطة شبكية واحدة .



الشكل (9 - 1) خلية ويكنر - سيتز البدائية

1 - 5 عمليات التناظر

ان من اهم المميزات التي يتصف لها البناء البلوري هي عمليات التناظر (symmetry operation) والتي باجرائها يعود البناء البلوري الى وضعه الاصلي .

وعملية الانتقال تحت تأثير المؤثر \bar{T} هي ليست العملية الوحيدة التي تتميز بها البلورة بل هناك عمليات اخرى ومنها عملية الدوران (rotation operation)

وعملية الانعكاس (reflection operation) وكذلك عملية
الانقلاب (Inversion operation)

ويمكن تطبيق العمليات الثلاثة الأخيرة في وقت واحد عند نقطة معينة لوحدة البلورة وبذلك تعود البلورة الى وضعها الأصلي وتسمى هذه العملية بالعملية النقطية (point operation)
أدناه شرح مفصل لكل من هذه العمليات الثلاثة :

1 - 5 - 1 عملية الدوران

يتطلب هذا النوع من العملية معرفة عدد المرات التي تعيد فيها الشبكة البلورية شكلها أثناء دوراتها دورة كاملة ($2\pi = 360^\circ$) . ويسمى عدد المرات التي تعيد فيها الشبكة البلورية نفسها بعد الطيات (number of folds) ويرمز لها بالحرف n .

ان الشبكات البلورية المختلفة تحتوي على محاور دورانية احادية وثنائية وثلاثية ورباعية وسداسية كما هو موضح ادناه

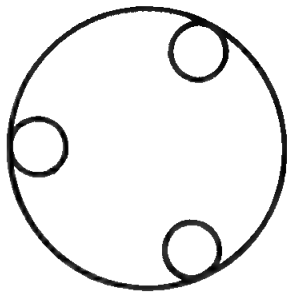
عدد الطيات	1	2	3	4	6
n :	1	2	3	4	6
الزاوية : 2π	$\frac{2\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{6}$	

ولفهم هذا لاحظ التناظر الدوراني في الأشكال الهندسية الموضحة في الشكل (10 - 1)

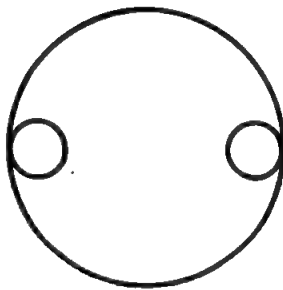
ان البلورة التي لها ثلاث طيات مثلاً ($n = 3$) يمكن أن تعيد نفسها بعد الدوران بزاوية $\frac{2\pi}{3}$ كما في مثلث متساوي الأضلاع .

ان البلورة الحقيقية تفتقر الى التناظر الخماسي والسباعي حيث لا يمكن أن تعود البلورة الى وضعها الأصلي عند الزاويتين $\frac{2\pi}{5}$ و $\frac{2\pi}{7}$ ويمكن برهان ذلك رياضياً حيث أن التناظر الخماسي ($n = 5$) يناقض التناظر الانتقالي والذي هو من المميزات الأساسية لأي عملية انتقال في البلورة الناعمة .

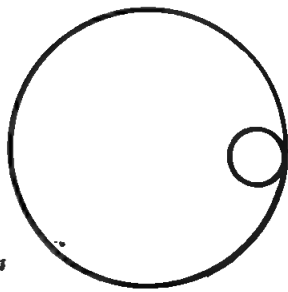
لفرض أن شبكة خيالية لها تناظر ذو خمس طيات كما مبين في الشكل (11 a - 1) ان كل نقطة شبكة تمثل محوراً لخمس طيات : والآن لنأخذ النقطتين A, O حيث



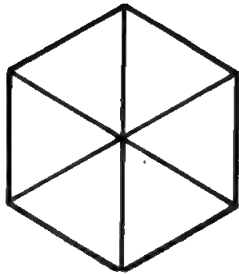
$n = 3$



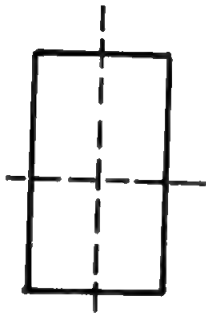
$n = 2$



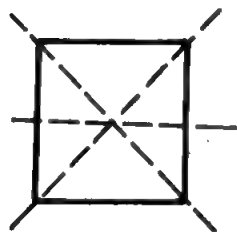
$n = 1$



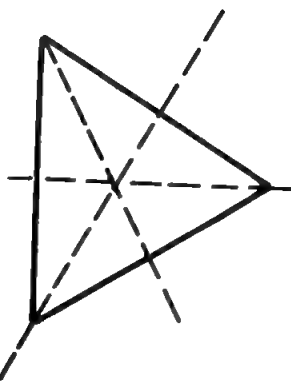
$n = 6$



$n = 2$

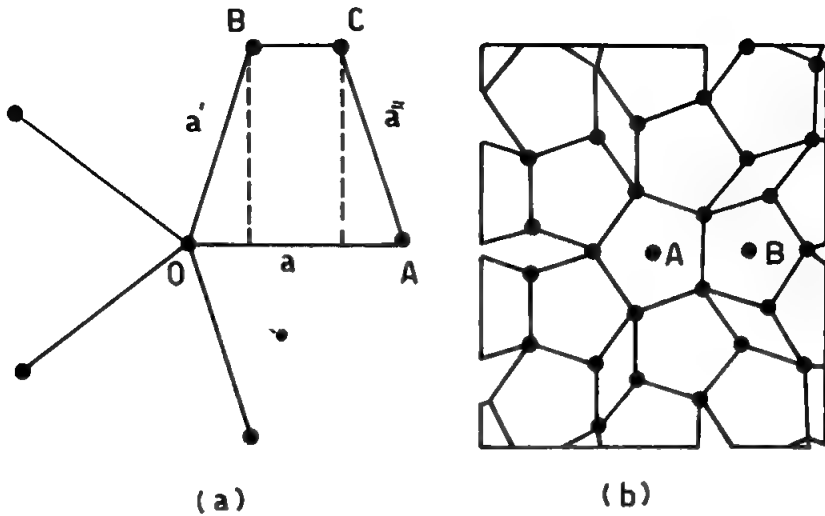


$n = 4$



$n = 3$

الشكل 10-1 الخطوط الدوراني للأشكال الهندسية المختلفة



الشكل (1-11) (a) - التناظر الخماسي يناقض التناظر الانتقالي
(b) - التناظر الخماسي يترك الفجوات في الشبكة

المسافة بينهما هي المتجه الأساسي (Fundamental Vector) للشبكة \vec{a} ($\vec{a} = OA$). إذا دارت المتجهة \vec{a} حول نقطة 0 بزاوية $\frac{2\pi}{5}$ سنحصل على المتجه \vec{a}' ($\vec{a}' = OB$) حيث \vec{a} هي أيضا متجهة الشبكة و B نقطة الشبكة لأنها وجدت بدوران متجهه \vec{a} والأن لوأخذنا (A) كمحور للدوران فمن الممكن استنباط متجهه الشبكة \vec{a}'' ($\vec{a}'' = AC$) وذلك بدوران المتجه ($-\vec{a}$) بزاوية $\frac{2\pi}{5}$ حول نقطة A بهذا تكون نقطة الشبكة C ولذا يجب أن يكون BC متجهه الشبكة لأن نقاط الشبكة عادة توصل بواسطة متجهات الشبكة الأساسية ولكن كما هو مبين في الشكل فإن طول BC أقل من a حيث أن

$$BC = a - 2x$$

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{x}{a}$$

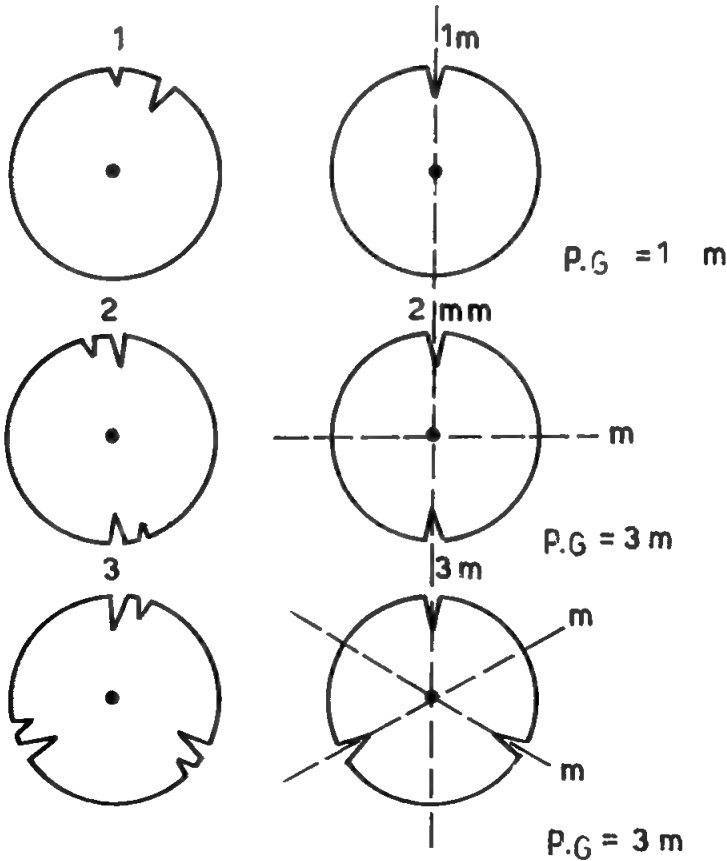
$$x = a \cos \frac{2\pi}{5}$$

$$BC = \left| a - 2a \cos \frac{2\pi}{5} \right| = 0.382a$$

وبما أن $BC < |a|$ فإن هذا لا يتفق مع عملية التناظر الانتقالي لأن الانتقال المسموح في هذه العملية يجب أن يكون مساوياً أو أكبر من المتجهات الانتقالية الأساسية (ā) كما هو موضح في الشكل (1-11a) .

التناظر الانعكاسي

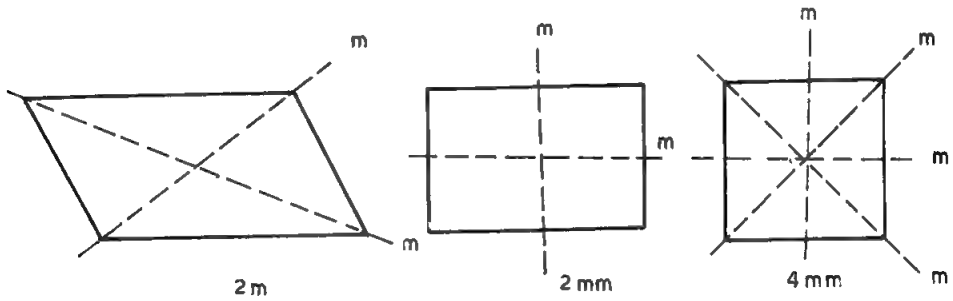
ان الجسم يمتلك التناظر الانعكاسي حوّل أي مستوى إذا لم تتغير مواصفاته بعد الانعكاس من هذا المستوى . لاحظ العمود الأيمن من الشكل (1-12) حيث يوضح التناظر الانعكاسي ومستويات الانعكاس في حلقات مسننة في بعدين . هذه الحلقات



الشكل (1-12) ست أشكال في بعدين توضح التناظر الانعكاسي ومجموع التقطي للأشكال الهندسية

لها طية واحدة ($n = 1$) واثنتين ($n = 2$) وثلاث طيات ($n = 3$) وكذلك فإن هذه الحلقات تملك التناظر الانعكاسي حول المستويات المؤشرة والمارة في مراكز الحلقات بينما الحلقات المرسومة في العمود الأيسر لها طية واحدة ($n = 1$) ولكن لا تملك التناظر الانعكاسي .

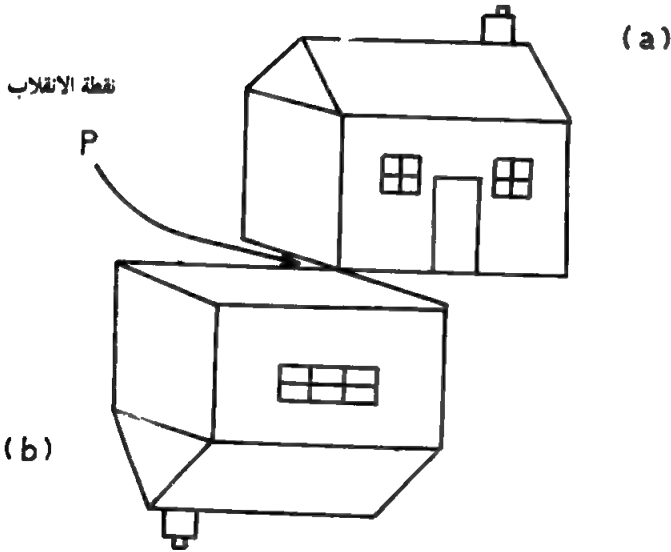
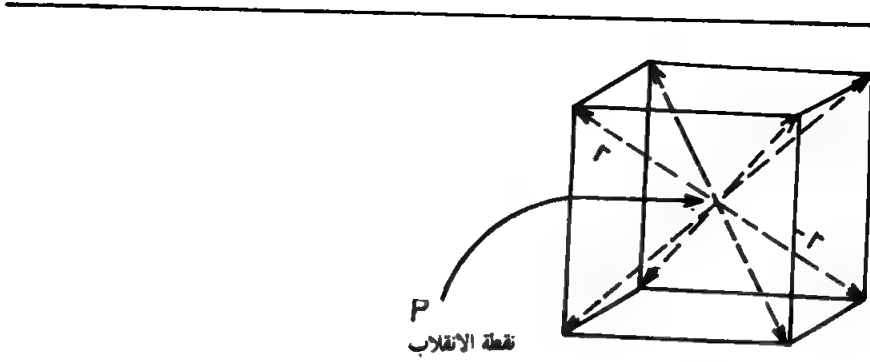
من الممكن ملاحظة أنه كلما كان n عدداً فردياً ($n = 1, 3, \dots$) فإن الشكل الهندسي لا يملك التناظر الانعكاسي أوله مجموعة واحدة من التناظر الانعكاسي (m) أما إذا كانت n عدداً زوجياً فهناك دوماً للشكل الهندسي مجموعتان من المستويات الانعكاسية (mm) . ويسمى مجموع التناظر الدوراني والتناظر الانعكاسي بالمجموع النقطي (Point group) . ان مجموع النقطي لكل من الشبكة المائنة والمستطيلة والمربعة موضح في الشكل (1 - 13) .



شكل 1 13 المجموع النقطي للشبكة المربعة والمستطيلة والمائنة

التناظر الانقلابي

يمكن تعريف هذا النوع من التناظر في ثلاثة ابعاد في الشكل 1-14 فلو اخذنا نقطة (p) في مركز المكعب . واصلنا المتجه من هذه النقطة الى نقطة أخرى داخل المكعب فأذا لم يتغير الشكل بأجراء عملية تحويل $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ فيمكن القول بأن نقطة P هي نقطة الانقلاب والجسم له تناظر انقلابي .



الشكل (1-14) (a) عند اجراء عملية تحويل $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ لكل \vec{r} فان الجسم يحافظ على شكله
(b) شكل بسيط لتوضيح التناظر الانعكاسي

6- 1 أشكال الشبكة ذات البعدين

من الممكن تصنيف الشبكات البلورية ذات البعدين على اساس التناظر الدوراني الى ثلاثة اشكال مختلفة وكما يلي :

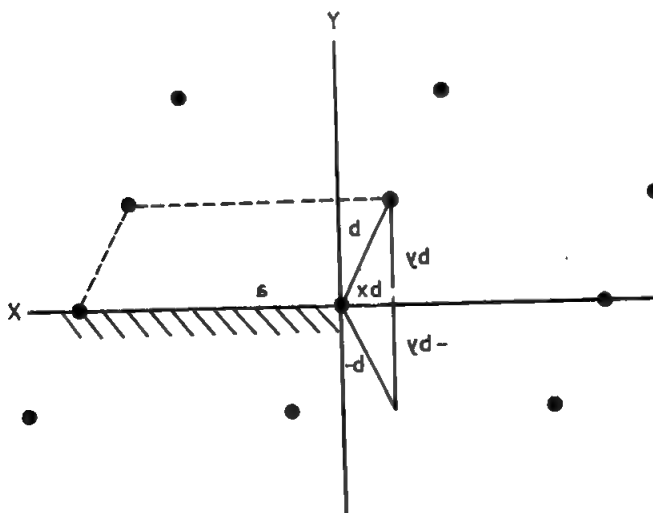
$a \neq b$ عشوائي ϕ	(2 - folds) طية - 2	(Oblique)	المائلة
$a = b$ $\phi = 90^\circ$	(4 - folds) طية - 4	(square)	المربعة
$a = b$ $\phi = 120^\circ$	(6 - folds) طية - 6	(Hexagonal)	السداسية

من الممكن ملاحظة ان الشبكة المربعة والشبكة السداسية تمتلكان مجموعتين (two sets) من التناظر الانعكاسي ولكن الشبكة المائلة لا تملك التناظر الانعكاسي

نفترض ان الشبكة المائلة لها المتجهات الاساسية \vec{a}, \vec{b} كما موضحة في الشكل (1-15) عند تدوير المحورين x, y بحيث يقع المتجه a على الاعدائي السيني x فسوف نرى كيف تكون العلاقة بين \vec{a}, \vec{b} عند اشتراط عملية التناظر الانعكاسي على شبكة المائلة . من الشكل (1-15) لدينا

$$\vec{a} = a_x i \quad \dots (1-2)$$

$$\vec{b} = b_x i + b_y j \quad \dots (1-3)$$



الشكل (1-15) كيفية الحصول على الشبكة المستطيلة عند اشتراط عملية الانعكاس المراآئي على الشبكة المائلة

نفترض ان الاحداث السيني x يعمل كمرآة فعند انعكاس الشبكة على هذا الخط المراتي يمكن الحصول على المتجهات a' و b' حيث ان

$$\vec{a}' = a_x i \quad \dots (1-4)$$

$$\vec{b}' = b_x i + b_y j \quad \dots (1-5)$$

بما ان \vec{a} هي متجه انتقالي فان $\vec{a}' = \vec{a}$ ولكن ليس من الضروري ان تكون b' متجهاً انتقالياً ايضاً ، بل من الممكن ان تكون متجهاً انتقالياً فقط عندما $\vec{b}' = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b}$ وهذا من متطلبات التناظر الانتقالي . اذا عمل الاحداث السيني عمل مرآة عاكسة فسوف نحصل على المتجهين b', a' وان \vec{b} يجب ان تكون متجه انتقالي اساسي وبامكاننا كتابة المعادلة على الشكل التالي :

$$b' = n_1 a + n_2 b = n_1 a_x i + n_2 (b_x i + b_y j) \quad \dots (1-6)$$

ومن المعادلتين (1-5) , (1-6) يمكن الحصول على

$$b_x = n_1 a_x + n_2 b_x$$

$$-b_y = n_2 b_y$$

$$n_2 = -1$$

او

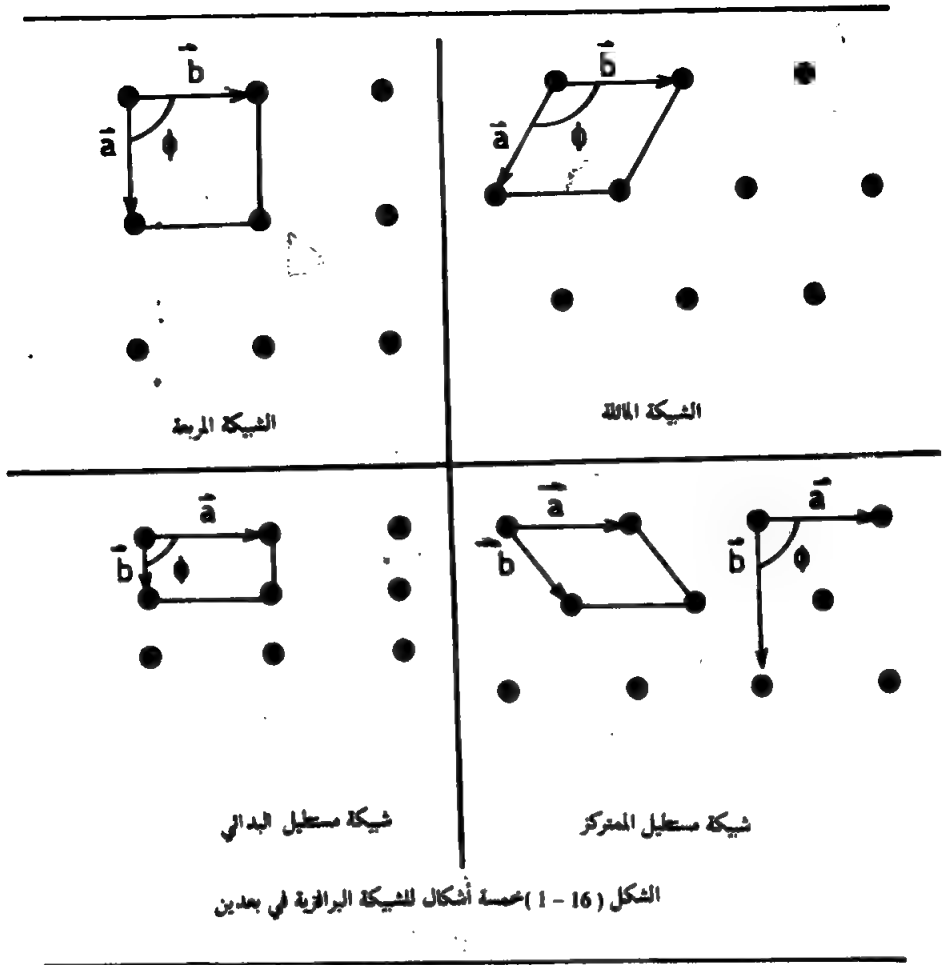
وعليه فان

$$b_x = \frac{n_1 a_x}{2} \quad \dots (1-8)$$

اما b_y فانه تأخذ قيما عشوائية . فعندما $n_1 = 0$ فان $b_x = 0$ عليه سوف نحصل على شبكة مستطيلة بدائية وذلك لان $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, $\phi = 90^\circ$ (حاول ان تثبت بان ذلك صحيح لجميع قيم الزوجية لـ n_1)

عندما $n_1 = 1$ فان $b_x = \frac{a_x}{2}$ وعليه سوف نحصل على مستطيل متمركز وهذا يكون صحيحاً لجميع قيم n_1 الفردية . ويكون المتجه الانتقالي غير البدائي لهذه الشبكة \vec{a} و $(2\vec{b} - \vec{a})$ لان $[\vec{a} \cdot (2\vec{b} - \vec{a}) = 0]$ عندما $b_x = \frac{a_x}{2}$

والان اصبح من الواضح ان الشبكة البرافيزية في بعدين يمكن ان توجد في خمسة اشكال كما في الشكل (1-16) الجدول (1-1) يوضح مميزات وعناصر التناظر للاشكال المختلفة للشبكة البرافيزية.



جدول (1-1)

المجموعة النقطية P. G.		محاور البلورة Crystal axis	الشبكة Lattice
4mm	$a = b, \phi = 90^\circ$	Square	المربعة
6mm	$a = b, \phi = 120^\circ$	Hexagonal	السداسية
2mm	$a \neq b, \phi = 90^\circ$	Primitive rectangular	المستطيل البدائي
2mm	$a \neq b, \phi = 90^\circ$	Centered rectangular	المستطيل المتمركز
2	$a \neq b, \phi \neq 90^\circ$		المائلة

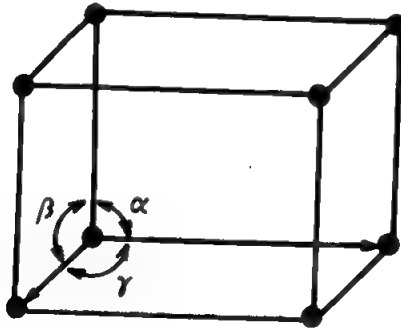
7-1 أشكال الشبكة ذات ثلاثة الأبعاد

فيما مضى نوقشت اشكال الشبكة في بعدين فقط اما الان فسوف نتطرق الى الشبكات ذات ثلاثة الأبعاد والتي تتمثل بالمعادلة التالية

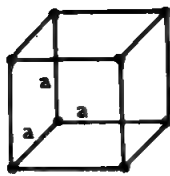
$$\vec{r} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c} \quad \dots (1-8)$$

حيث $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ثلاثة متجهات اساسية تبدأ من نقطة الاصل اما n_1, n_2, n_3 هي اعداد صحيحة تعتمد قيمة كل منها على اختيار مكان نقطة الاصل في الشبكة ونأخذ
($n = 0, \pm 1, \pm 2 + \dots$)

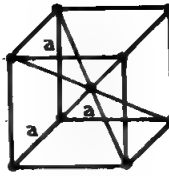
يمكن تحديد وحدة الخلية بواسطة المتجهات الاساسية $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ وكذلك الزوايا المحصورة بين هذه المتجهات ولتكن α, β, γ كما موضح في الشكل (1-17). لقد وجد ان الشبكات البرافيزية في ثلاثة ابعاد تحتوي على 14 شكلا موضحة في الشكل (1-18). اما الشبكات غير البرافيزية فقد تصل الاشكال فيها الى 230 شكلا ان الشبكات الاربعة عشرة البرافيزية تتجمع في سبعة انظمة بلورية كما في الجدول 1-2



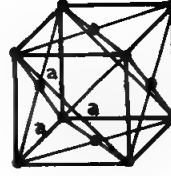
الشكل (1-17) وحدة الخلية في ثلاثة أبعاد



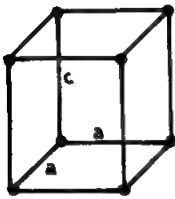
المكعب البسيط



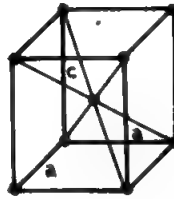
المكعب المتمركز الجسم



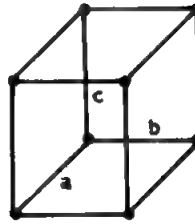
المكعب المتمركز الوجوه



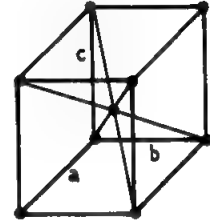
الرباعي البسيط



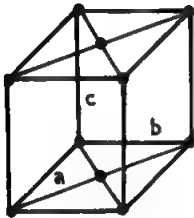
الرباعي متمركز الجسم



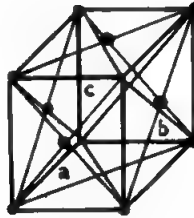
متعامد المحاور البسيط



متعامد المحاور متمركز الجسم



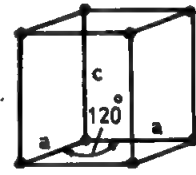
متعامد المحاور متمركز الجسم



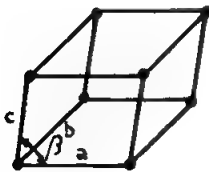
متعامد المحاور متمركز الجسم



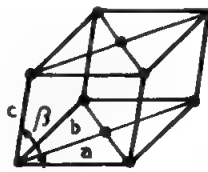
معين



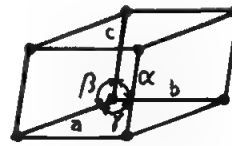
السداسي البسيط



احادي الميل البسيط



احادي الميل متمركز القاعدة



ثلاثي الميل

الشكل (18 - 1) الشبكات البرافيزية الاربع عشرة في سبعة أنظمة

الجدول 1 2

النظام	الاطوال المحورية والزوايا	الشبكة البلورية	رمز الشبكة	الأمثلة
1- المكعب cubic	المحاور الثلاثة متساوية البعد ومتعامدة مع بعضها $a = b = c, \alpha = \beta = \gamma$	البسيط متمركز الجسم متمركز الوجوه	P I F	NaCl CaF ₂ NaClO ₂
2- الرباعي Tetragonal	المحاور الثلاثة متعامدة ولكن اثنان منها متساويان في البعد $a = b \neq c, \alpha = \beta = 90$	البسيط المتماثل لجسم	P I	NiSiO ₄ SnO ₂
3- معامد المحاور Orthorhombic	المحاور الثلاثة غير متساوية ومتعامدة مع بعضها $a \neq b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90$	البسيط متمركز الجسم متمركز القاعدة متمركز الوجوه	P I C F	KNO ₃ BaSO ₄ MgSO ₄
4- ثلاثي الميل Trigonal	المحاور الثلاثة المتساوية متمايلة بزاوية متساوية $a = b = c, \alpha = \beta = \gamma \neq 90$	البسيط	P	CaSO ₄
5- السداسي Hexagonal	محوران متساويان في نفس المستوى والزاوية بينهما 120° والمحور الثالث بميل زاوية قائمة $a = b \neq c, \alpha = \beta = 90, \gamma = 120$	البسيط	P	SiO ₂ AgI
6- احادي الميل Monoclinic	المحاور الثلاثة غير المتساوية واثنان منها متعامدان $a \neq b \neq c, \alpha = \gamma = 90 \neq \beta$	البسيط متمركز القاعدة	P C	Na ₂ SO ₄ K ₂ Cr ₂ O ₇
7- ثلاثي الميل Triclinic	المحاور الثلاثة غير متعامدة والزوايا بينهما غير متساوية $a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90$	البسيط	P	

8 - 1 موضع واتجاه المستويات في البلورات :

يمكن تعيين كل من موضع واتجاه أي مستوي شبكة البلورة بثلاث نقاط بشرط ألا تقع هذه النقاط الثلاث على خط مستقيم واحد . وإذا وقعت كل نقطة من النقاط الثلاث على أحد محاور البلورة فإنه يمكن تحديد موضع المستوى باعطاء إحداثيات النقاط الثلاثة والتي تعطى بدلالة ثوابت الشبكة . فمثلا لو كانت إحداثيات النقاط الثلاث هي $(4, 0, 0)$ ، $(0, 1, 0)$ ، $(0, 0, 2)$ بالنسبة للمتجهات المحورية ونقطة أصل ما ، فإنه من الممكن تحديد المستوى بنقاط التقاطع $(4, 1, 2)$

لقد وجد العالم الانكليزي ملر (Miller) في عام 1800 أنه من المفيد تحديد ميل المستويات بمعاملات والتي يمكن تعيينها كما يلي :

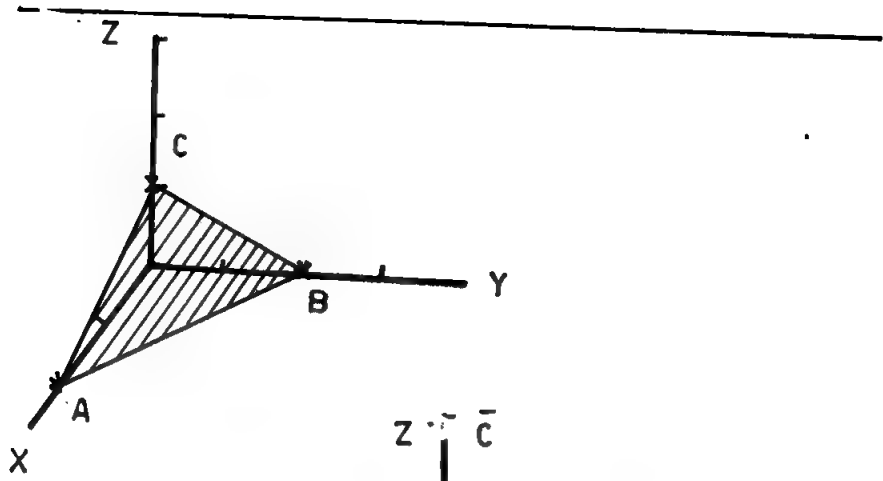
1 - تعيين أطوال المسافات المقطوعة من المحاور الأساسية الثلاثة بدلالة ثابت الشبكة وهذه المحاور قد تكون بدائية أو غير بدائية وتكن \bar{a} ، \bar{b} ، \bar{c}

2 - نأخذ مقلوب هذه الأعداد ونختزلها إلى أعداد صحيحة بشرط أن يكون القاسم المشترك بينهما مساويا إلى واحد . فيكون الناتج حينئذ هو معاملات ملر (indices Miller) ويرمز له بـ (hkl) ويوضع داخل الأقواس العادية . ولتوضيح ذلك لاحظ الشكل (1-19a) أن نقاط تقاطع المستوي المائل مع المحاور هي 2

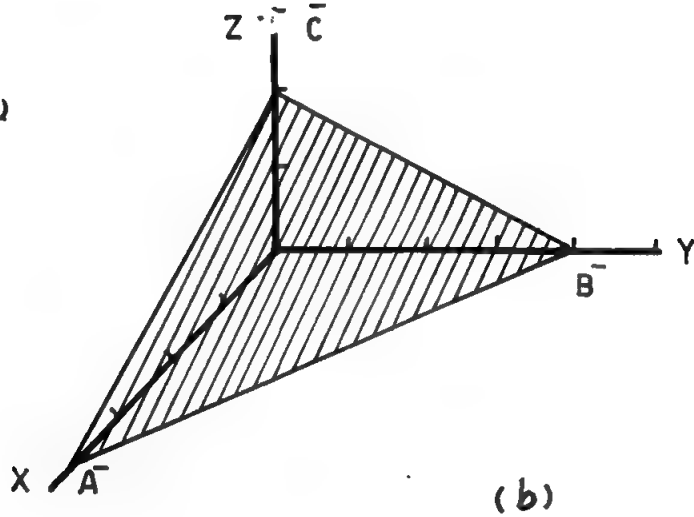
باتجاه x - 2 باتجاه y - 1 باتجاه z - وبذلك يمكن التعبير عن المستوي بنقاط التقاطع $(2, 2, 1)$. أما بدلالة معاملات ملر فلنأخذ مقلوب نقاط التقاطع $\left(\frac{1}{2} : \frac{1}{2} : 1 \right)$ ثم نضرب هذه المعاملات العددية بصغر عامل مشترك هو 2 حيث تتحول هذه الأعداد إلى أعداد صحيحة هي (112) (112)

وبنفس الطريقة فإن نقاط تقاطع المستوي $A'B'C'$ في الشكل (1.19b) هي 4 و 4 و 2 باتجاه المحاور الثلاثة x و y و z على التوالي وعليه فإن معامل ملر بهذا المستوى يكون $\left(\frac{1}{4} : \frac{1}{4} : \frac{1}{2} \right)$ أي (112) وهذا يعني أن المستويين يرجعان إلى المجموعة نفسها .

وترمز عادة معاملات ملر إلى مستوى واحد أو مجموعة من المستويات المتوازية . أما إذا قطع المستوى أحد الإحداثيات في الجهة السالبة للمحور فإن طول المحور المقطوع يكون سالبا ويرمز لمعامل ملر المناظر بلاشارة سالبة . ومثال على ذلك هو $(hk\bar{l})$ حيث قطع المحور y باتجاه السالب .



(a)

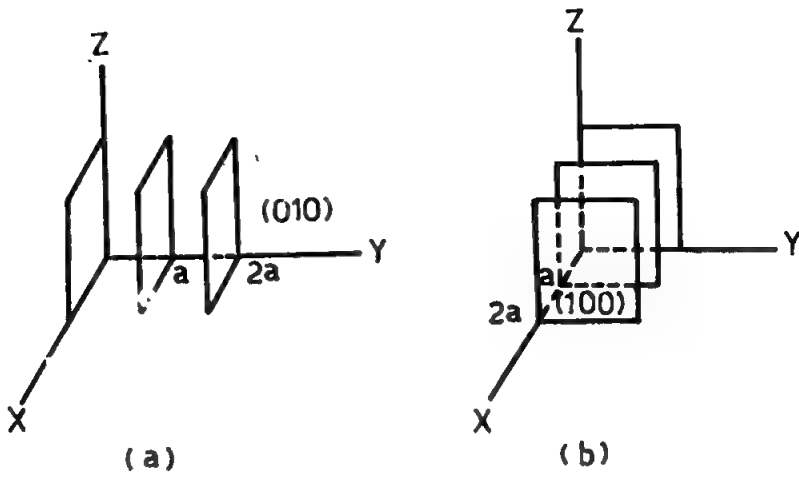


(b)

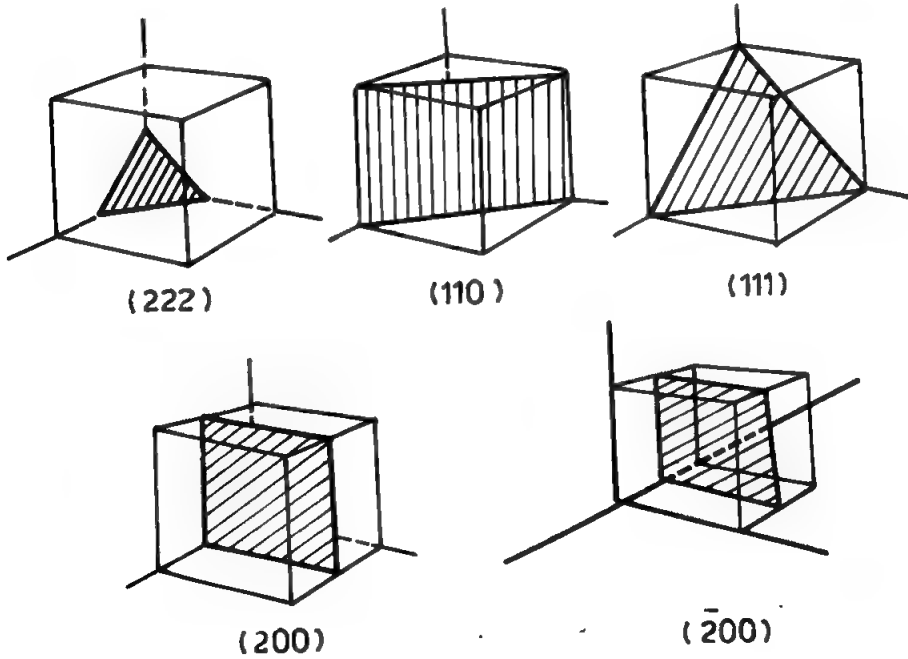
الشكل (1 - 19) مستويان لهما نقاط تقاطع مختلفة ونفس معامل ملر (112)

ان الشكل (1 - 20a) يوضح مجموعة من المستويات العمودية على محور Y ولها معاملات ملر ⁽¹¹²⁾ نفسها نرسم للمستويات العمودية على محور x بـ (100) كما هو مبين في الشكل (1 - 20b) .

ان اوجه المكعب للشبكة البلورية المكعبة بدلالة معاملات ملر هي (100) و (010) و (001) و (1'00) و (01'0) و (001') . والشكل (1 - 21) يوضح مجموعة من المستويات بدلالة معاملات ملر

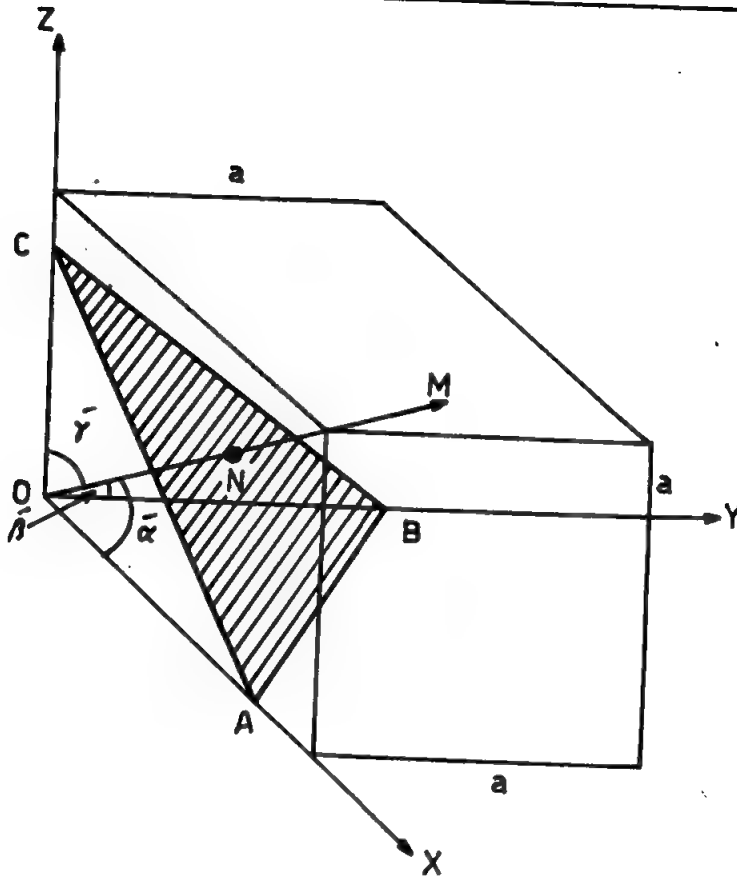


الشكل (1 - 20) (a) مجموعة من المستويات العمودية على محور Y
(b) مجموعة من المستويات العمودية على محور X



الشكل (1 - 21) معاملات ملر لمجموعة من المستويات المهمة في الشبكة المكعبة

لايجاد العلاقة بين المسافة البينية d_{hkl} لمستويات ملر وثابت الشبكة a (ضلع المكعب)، نفرض ان المستوى المظلل في الشكل (22 - 1) له معاملات ملر (hkl) ان العمود



شكل (22 - 1) غلبة مكعبة ضلعها (a) المستوى ABC ترجع الى مجموعة من المستويات لها معامل ملر (hkl) و ON عمود على المستوى ABC

ON من نقطة الاصل على المستوى المظلل يمثل المسافة البينية d_{hkl} لهذه المجموعة من المستويات وبذلك يكون اتجاه جيب تمام للعمود ON هو $\cos\alpha'$, $\cos\beta'$, $\cos\gamma'$ وتقاطع المستوى المحاور الثلاثة كما يلي :

$$OA = \frac{a}{h}$$

$$OB = \frac{a}{k}$$

$$OC = a/l$$

وبذلك يكون

$$\cos \alpha' = \frac{d}{OA} = \frac{d}{a/h} = \frac{dh}{a}$$

$$\cos \beta' = \frac{d}{OB} = \frac{d}{a/k} = \frac{dk}{a}$$

$$\cos \gamma' = \frac{d}{OC} = \frac{d}{a/l} = \frac{dl}{a}$$

عندما تكون $d=ON$ المسافة العمودية بين المستويات المتوازية لهذه المجموعة من المستويات فإن

$$\cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' = 1$$

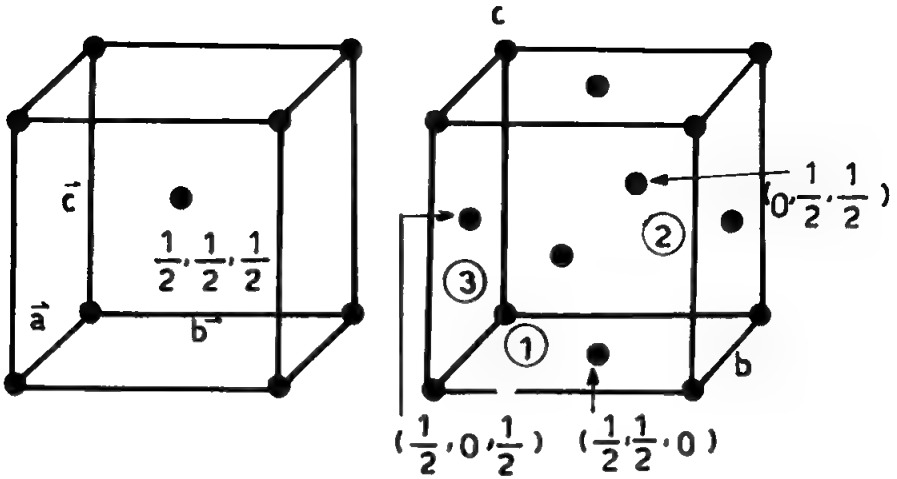
وعليه

$$\left(\frac{dh}{a} \right)^2 + \left(\frac{dk}{a} \right)^2 + \left(\frac{dl}{a} \right)^2 = 1$$

$$\frac{d}{a} (h^2 + k^2 + l^2) = 1$$

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

... (1 - 9)



(a)

(b)

الشكل (23 a) يوضح احداثيات نقطة الشبكة المركزية في خلية متمركز الجسم هي $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

بدلالة المحاور الثلاثة و (b) يوضح احداثيات النقاط التي تتوسط سطوح وحدة الخلية متمركز السطوح هي

$$(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}), (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$$

اما بالنسبة لاتجاه المستويات داخل الشبكة البلورية فانها تحدد ايضا بثلاث

معاملات ولكن في هذه الحالة توضع بين قوسين مربعين وتأخذ الصيغة $[hkl]$ ففي الشبكات المكعبة اتجاه احداثي X يعبر عنه بـ $[100]$ واحداثي Y بـ

$[010]$

يمكن تعيين نقطة ما داخل الخلية بدلالة المحاور (x_j, y_j, z_j) حيث كل محور من هذه المحاور يمتلك جزءا من المتجهات الاساسية $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ للبلورة. وان احداثيات النقطة

المركزية في خلية مكعب متمركز الجسم (bcc) هي $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. اما احداثيات النقاط التي تتوسط سطوح خلية مكعب متمركز السطوح Fcc هي $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ و $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$

والتي تعود للمستويات ①، ②، ③ كما في الشكل (23 - 1)

9 - 1 بعض التراكيب البلورية البسيطة :

1 - 9 - 1 تركيب متلاصق الرص

لنفرض أن الذرات الموجودة داخل المادة الصلبة تشبه كرات صلدة فإن هناك طريقتين لترتيب هذه الكرات المتشابهة بحيث يكون الفراغ المحصور بينها اقل ما يمكن

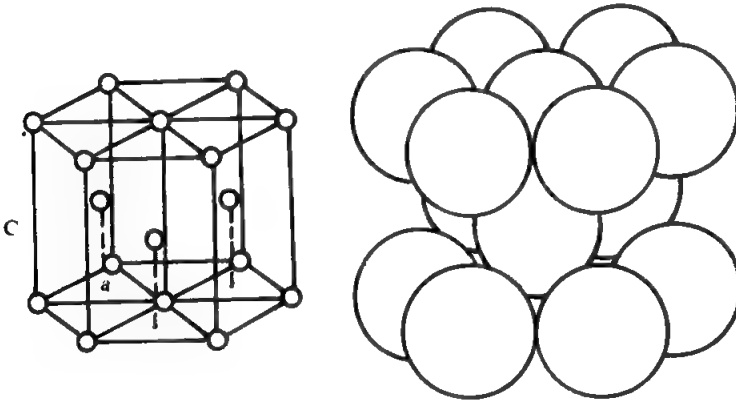
الطريقة الاولى: وهي تؤدي الى تركيب له تناظر نظام المكعب وهو تركيب المكعب

المتماثل (cubic Close Packed) .

الطريقة الثانية : فهي تؤدي الى تركيب ينتمي الى الفصيلة السداسية من حيث

التناظر، ويعرف بالتركيب السداسي متلاصق الرص (Close - Packed)

(Hexagonal) كما في الشكل (1-24) .



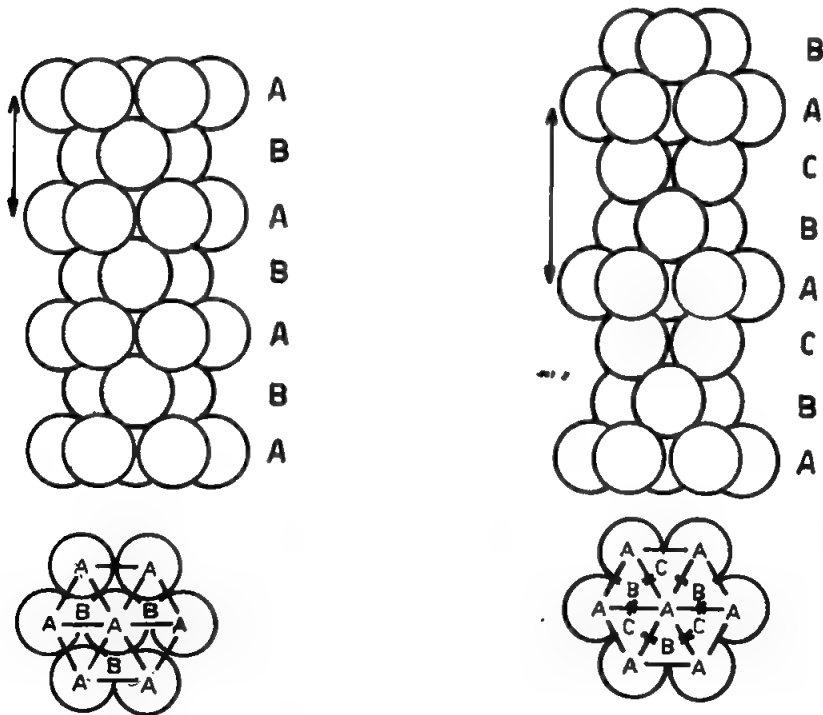
الشكل (1-24) التركيب السداسي المتلاصق الرص

من الشكل (1-25) نلاحظ ان كل كرة في الطبقة الارضية تلامس ست كرات اخرى تحيط بها . وتتكون الطبقة الثانية بالكيفية نفسها حيث توضع فوق الطبقة الارضية بشرط أن تلامس كل كرة فيها ثلاث كرات من الطبقة الارضية . لاحظ الشكل (1-25)

أن الفراغات الموجودة بين كرات الطبقة الأرضية يرمز لها بـ C, B. الآن لتكن كرات الطبقة الثانية على مواضع B. وعند وضع الطبقة الثالثة على الطبقة الثانية هناك احتمالين لترتيب الطبقة الثالثة.

الاحتمال الاول : أن توضع كرات الطبقة الثالثة فوق الفراغات (C) الموجودة بطبقة الاولى أي أن التالي يكون من الاسفل الى الاعلى ABC, ABC وهذا يعطي الترتيب المكعب المتراص.

اما الاحتمال الثاني : أن توضع كرات الطبقة الثالثة فوق كرات الطبقة الاولى أي موضع A ويكون التالي ABA, ABA وهكذا يتكون التركيب السداسي المتلاصق الرص (hcp). الشكل (1-25) يبين كلا التركيبين.



الشكل (1 - 25) المقارنة بين تركيب المكعب المتلاصق الرص والسداسي المتلاصق الرص

ان وحدة الخلية في التركيب السداسي المتراص الرص hcp هي خلية بدائية وتحتوي الاساس فيها على ذرتين احدائيتها $0,0,0$ و $(\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ ونسبة بين طول الاحداثين $\frac{c}{a}$ في السداسي المتراص الرص المثالية هي 1.633 وقد تختلف النسبة عن هذه القيمة . هذا التركيب شائع في المعادن مثل Ni , Mg , Zn , Ti, Cd .

2 - 9 - 1 تركيب بلورة كلوريد الصوديوم

ان التركيب المفترض لبلورة ملح الطعام هو NaCl وشبكة هذه البلورة من نوع مكعب متمركز الواجه FCC وعلى شكل بحيث تبادل ذرتا الصوديوم والكلور اماكنها على امتداد المحاور الاساسية :

كما هو مبين في الشكل (1-26a) . اما الشكل (1-26b) فيبين وحدة الخلية في ثلاثة ابعاد ويتكون الاساس من ذرة الصوديوم وذرة كلور تفصلهما مسافة قدرها نصف قطر الوحدة المكعبة وتحوي وحدة الخلية أربعة جزيئات أحداثيات ذراتها هي :

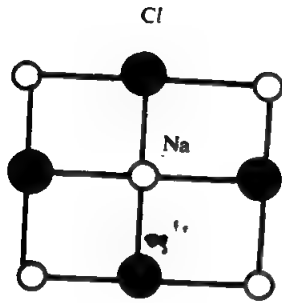
$$\begin{matrix} \text{احداثيات ذرات الصوديوم} \\ 0, 0, 0 \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \quad \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

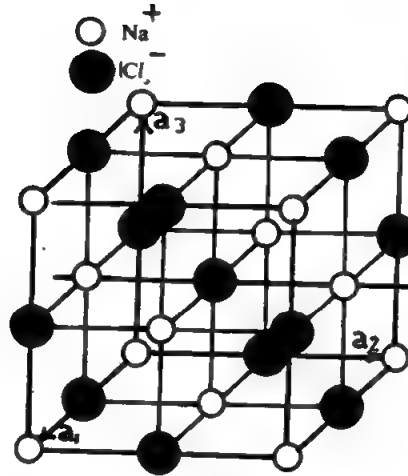
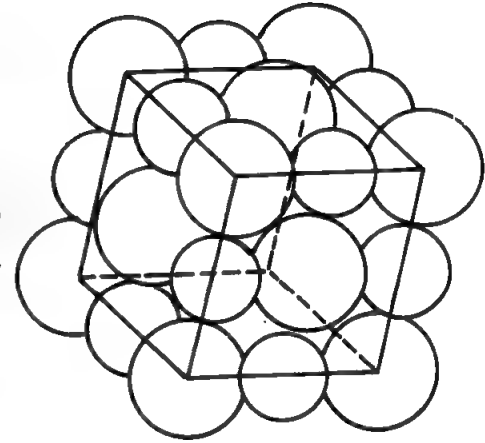
و احداثيات ذرات الكلور .

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \quad 0, 0, 0 \quad 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}, 0, 0$$



(a)

(b) NaCl 

(c)

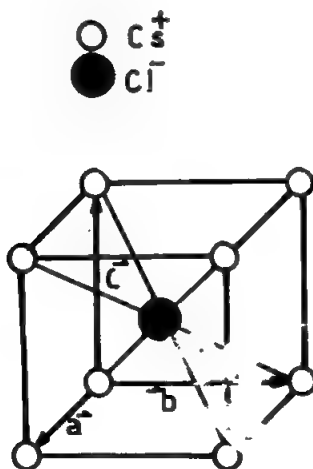
الشكل (1 - 26) (a). تبادل متناوب بين ذرتي Na و Cl في بعدين
 (b) وحدة الخلية لبلورة كلوريد الصوديوم
 (c) شكل توضيحي لترتيب ذرات في بلورة كلوريد الصوديوم

ويحيط بكل ذرة ست ذرات من النوع الاخر كاقرب حارات لها وعدد الترابط حينئذ يساوي ستة . وهناك 12 ذرة من نفس النوع من الذرات كمجارات من الدرجة الثانية وبعبارة أخرى تعتبر شبكة بلورة كلوريد الصوديوم هي شبكة غير برفيزية مكونة من شبكتين برفيزيتين متداخلتين أحدهما مكونة من ذرات Cl والاخرى من ذرات Na والشبكتان متراحة احدهما على الاخرى بمقدار $\frac{1}{2}$ حيث a ثابت الشبكية وهناك امثلة عديدة على هذا التركيب مثل كلوريد البوتاسيوم KCl وكبريتات الرصاص

PhS

3 - 9 - 1 تركيب بلورة كلوريد السيزيوم

إن تركيب كلوريد السيزيوم (CsCl) البلوري يعود الى النظام المكعب . أن ذرات السيزيوم والكلور في هذا التركيب تتبادل اماكنها على الحاور باتجاه أقطار المكعب . وهكذا فالبناء الشبكي لوحدة الخلية هو من نوع متمركز الجسم BCC كما هو موضح في الشكل (27-1) .



(a) CsCl

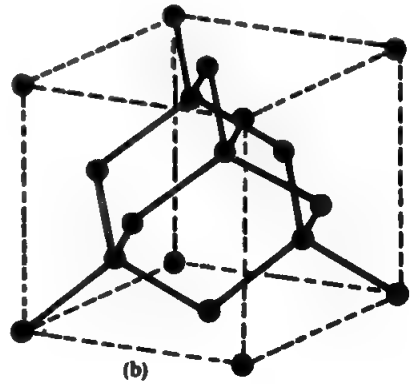
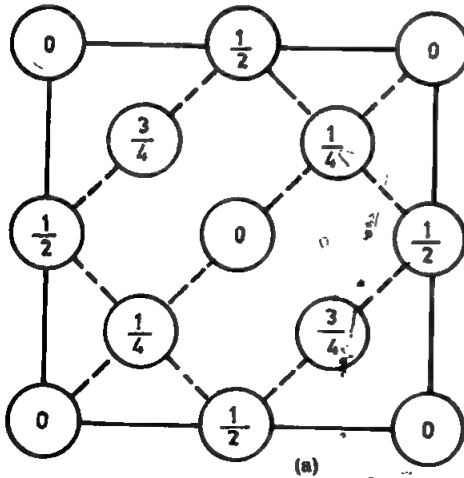
الشكل (27 - 1) تركيب كلوريد السيزيوم يتدل ذرات السيزيوم أركان وحدة الخلية وذرة الكلور هي مركز وحدة الخلية

ان وحدة الخلية في هذا التركيب تحتوي على جزئية واحدة . حيث تقع ذرة سيزيوم عند النقطة 000 وذرة كلور عند كلور عند النقطة $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$. لذا فإنها تعتبر شبكية غير براهيزية وتكون من شبيكتين مكعبتين بسيطتين متزاخه كل واحدة عن الاخر باتجاه قطر المكعب بمقدار يساوي نصفه .

في هذا التركيب يقع ايون كلور Cl عند مركز المكعب . وتقع عند اركانه ثمانية ايونات Cs^+ وبذلك يصبح عدد الترابط ثمانية هناك امتلأ عديدة على هذا التركيب مثل $\text{CuZn} \cdot \text{CuPd} \cdot \text{NH}_4\text{Cl} \cdot \text{TiBr}$

4 - 9 - 1 تركيب الماس

ان وحدة الخلية لهذا التركيب هي من نوع متمركز الواجهه FCC والاساس يتكون من ذرتين من الكاربون واحداثيات ذرتي الاساس هي $\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$ الشكل (1-28a) يبين منظرا ذا بعدين للخلية . ان الخلية باكملها في ثلاثة ابعاد مبنية في الشكل (1-28b) ان هناك ثمانية ذرات لوحدته الخلية وكما نلاحظ من الشكل ان كل ذرة مجاورة باربعة ذرات وتكون هيكلًا رباعيا منتظما ومركزه تلك الذرة وهذا التركيب شائع في اشباه الموصلات مثل الجرمانيوم (Ge) والسليكون (Si) .



الشكل (1 - 28) - a - موضع الذرات في خلية الماس - b - وحدة خلية الماس في ثلاثة ابعاد

10 - المواد الصلبة غير البلورية والسوائل

لقد حظيت المواد غير البلورية (Noncrystalline) باهتمام كبير في السنوات الاخيرة وذلك بعد اكتشاف بعض الخصائص الكهربائية للمواد شبه الموصلة غير البلورية والذي ادى الى استخدام هذه المواد في بعض الاجهزة الالكترونية والخلايا الشمسية .

ان المثال المألوف للمواد غير البلورية هو زجاج الشبائك الاعتيادي والتركيب الكيميائي لهذه المادة هو اوكسيد السليكون (SiO_2) والذي لا يمتلك تركيباً بلورياً منتظماً حيث ان ذرات السليكون والاكسجين تبدو موزعة عشوائياً والمثال الاخر للتركيب غير البلوري هو السائل (liquid) حيث هذا النظام الذري لا يمتلك تركيباً بلورياً منتظماً ايضاً وتبدو الذرات في هذا النظام بانها موزعة بشكل عشوائي ان الذرات في السائل وان كانت تتحرك من منطقة الى اخرى الا ان النظام يحتفظ بتوزيع ذراته عشوائياً .

هناك تشابه كبير بين السوائل والمواد الصلبة غير البلورية رغم ان الذرات في المواد الصلبة غير البلورية ثابتة المواقع ولا تتحرك كما هو الحال في السوائل وهذا يجعلنا نسمي المواد غير البلورية بالسوائل تحت التبريد (Supercooled liquid) . في الحقيقة اذا استطعنا ان نأخذ صورة انية للذرات في المواد الصلبة غير البلورية والسوائل فان النتيجة ستكون من حيث عشوائية الذرات متشابهة تماماً . ولذا فمن الممكن استخدام نفس المعادلات الرياضية للتعبير عن كلا النوعين من المواد .

بالرغم من ان السائل يملك نظاماً عشوائياً ولكن في الحقيقة يملك نوعاً من الترتيب (order) ولكن هذا الترتيب لا يشبه الترتيب الموجود في المواد الصلبة البلورية . وعلى سبيل المثال لتتصور حالة الزئبق (Hg) والذي عادة يتبلور بتركيب سداسي المتلاصق الرص (hcp) عندما يكون المعدن في الحالة الصلبة حيث تكون جميع الذرات في مواقعها المنتظمة وكل ذرة محاطة بعدد من الذرات المجاورة القريبة ، وهي تحاط بجاراتها القريبة الاخرى . وهكذا ان جميع ذرات الزئبق تقع على مسافة محددة بالضبط من الذرة المركزية . عندما يسخن المعدن الى حد الانصهار فان الذرات لا تعود ثانية الى مواقعها ويتحطم التركيب البلوري . واذا نظرنا الى هذا النظام الذري واخذنا احده الذرات كمرجع نرى ان عدد الجارات القريبة الاولى والجارات القريبة الثانية لهذه الذرة وكذلك المسافات المحدودة بينها تبقى ثابتة في حالتها لسائل ضمن مدى صغير من المسافة كما هي في الحالة الصلبة . بالطبع وعند التكلم عن عدد الذرات المجاورة

القريبة الاولى والثانية نقصد في الواقع معدل العدد وليس العدد الحقيقي كما هو الحال في البلورات . لان العدد الحقيقي في السائل يتغير باستمرار نتيجة لحركة الذرات .

لذلك يبدو السائل يمتلك ترتيباً دورياً وان هذا الترتيب يصبح واضحاً في حدود الاشعة السينية في السوائل . الا ان الشيء المهم في السوائل هو ان الترتيب يبقى محصوراً ضمن عدد محدود . من الذرات المجاورة والمحيطه بالذرة المركزية . وكلما ابتعدنا من الذرة المركزية يصبح توزيع الذرات بالنسبة للذرة المركزية عشوائياً تماماً . ولذا عادة يقال بان السائل يمتلك ترتيباً قصير المدى (short range order) فقط خلافاً لما عليه الحالة في البلورات حيث تمتلك كلا الترتيبين قصير المدى وطويل المدى .

لقد عرفنا بان هناك بعض الترتيب في الحالة السائلة ، كل هذا فان القوى بين الذرات هي المسؤلة عن بقاء الترتيب في المواد الصلبة وتبقى فعالة حتى بعد انصهار الصلب وتحوله الى الحالة السائلة . وازضافة لذلك فان التمدد الذي يرافق عملية الانصهار يكون عادة قليلاً . لذا فان المسافة البينية والقوى بين الذرات يبقى تقريباً بالمقدار نفسه قبل انصهار البلورة والعنصر الجديد الذي يدخل هنا هو الطاقة الحركية للذرات الناتجة عن التسخين والتي تمنع الذرات من الاحتفاظ بمواقعها المنتظمة . ولكن القوى بين الذرات لا تزال قوية بما يكفي لتعطي ترتيباً جزئياً في السائل .

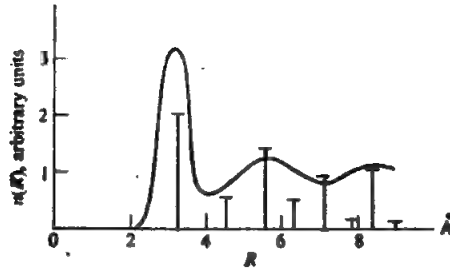
لنحاول المحاولة النظرية للمواد غير البلورية وتأخذ ذرة معينة ونعتبرها كذرة مركزية لغرض دراسة توزيع الذرات الاخرى في النظام الذري بالنسبة لها . ان عدد الذرات في القشرة $\Delta N(R)$ الموجودة حول الذرة المركزية يتمثل بالعلاقة

$$\Delta N(R) = n(R) 4\pi R^2 \Delta R$$

حيث $n(R)$ هو تركيز الذرات في النظام وان المقدار $4\pi R^2 \Delta R$ هو حجم القشرة والذي حاصل ضربها بالتركيز يعطي عدد الجسيمات الموجودة في القشرة . (في السائل المتماثل بخواص Isotropic من الممكن اهمال التغير الزاوي للتركيز ويبقى التغير القطري هو المهم) . بما ان خواص السائل متمثلة باكمها في التركيز $n(R)$ فلواستطعنا تحديد هذه الكمية ومقدار تغيرها مع المسافة القطرية فسوف نستطيع معرفة تركيب السائل تماماً .

ان الشكل (29-1) يوضح علاقة التركيز $n(R)$ مع المسافة القطرية R في سائل الزئبق الناتج من حيود الاشعة السينية . ان المنحني يمتلك ذروة (peak) ابتدائية عند

$R = 3A$ وبعدها يبدأ المنحني بالتذبذب عدة مرات قبل وصوله الى قيمة مستقرة كذلك كما نرى من الشكل ان $n(R)$ تصبح صفراً عندما تكون R اصغراً من 2-2 انكستروم .



الشكل (29 - 1) تغير التركيز الذري $n(R)$ في سائل الزئبق مع R . ان الخطوط العمودية تدل على التوزيع الذري في الزئبق المتبلور .

ان خصائص المنحني يمكن ان يفهم على اساس القوى بين الذرات . فيمكن فهم تلاشي قيمة $n(R)$ عندما تكون قيمة R صغيرة حيث انه عندما تقترب الذرات من الذرة المركزية اقتراباً كبيراً تنشأ قوة تنافر كبيرة تدفع هذه الذرات بعيداً وتمنعها من التلاصق مع الذرة المركزية وهذا يوضح لماذا تكون $n(R) = 0$ عندما تكون $R = 0$ وهذا يعني ان قيمة R تقارب قطر الذرة عندما تكون $n(R) = 0$ اما ظهور الذرة الرئيسية في الشكل (29-1) فهو ناتج عن قوة التجاذب بين الذرات وسوف نتناقش هذا الموضوع في الفصل القادم حيث أن الذرات تجذب بعضها لبعض ضمن مسافات قريبة جداً . وهذه القوة تحاول جذب الذرات الاخرى نحو المركز وهذا بدوره يؤدي الى تجمع عدد كبير من الذرات عند مسافات معينة خارج مدى التناظر المذكور اعلاه . اما التغيرات الاخرى في المنحني فهي ناتجة عن التفاعل بين القوة الناشئة عن الذرة المركزية والقوى عن الذرات المجاورة المؤثرة على الجارات الاكثر بعداً .

عندما تزداد قيمة R يقترب التركيز $n(R)$ في قيمة ثابتة لتكن n_0 والتي هي في الحقيقة تساوي معدل التركيز للذرات في النظام . وهذه النتيجة تكون متوقعة للسائل لانه لانه لا يمتلك ترتيباً طويلاً - المدى . وهكذا فإن توزيع الذرات يكون عشوائياً تماماً عندما تكون R كبيرة ولا تعتمد قيمتها على اختيار موقع الذرة المركزية . . .

من المعتاد التعبير رياضياً عن كثافة الذرات $n(R)$ بأستعمال ما يدعي بدالة التوزيع الثنائي $g(R)$ (Pair distribution function) حيث أن :

$$g(R) = \frac{n(R)}{n_0}$$

فان هذه الدالة لها معنى الكثافة النسبية أو الاحتمالية ونظراً لان n_0 كمية ثابتة لذلك فان علاقة $g(R)$ مع R ستكون لها شكل $n(R)$ مع (R) أي الشكل (1-29) من الممكن ان نلاحظ عندما تقترب قيمة R من اللانهاية فان $g(R)$ تقترب من الصفر.

الاسئلة

1-1- عرف كلاً من

- أ - وحدة الخلية .
- ب - الشبيكة .
- ج - معاملات ملر .

1-2 اذ علمت أن المتجهات الاساسية للشبيكة هي :

$$\vec{a} = \frac{a}{2} (i + j)$$

$$\vec{b} = \frac{a}{2} (j + i)$$

$$\vec{c} = \frac{a}{2} (k + i)$$

حيث $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ هي وحدات الاتجاه الثلاث الاعتيادية . ما نوع الشبيكة البرافيزية .

1-3 ارسم وحدة الخلية لتركيب مكعب البسيط ثم بين المستويات الاربعة (111) فيها .
ما هو عدد الذرات الموجودة في خلية المكعب البسيط والخلية المتمركز الاوجه
وخلية المتمركز الجسم

1-4 ارسم رسماً تخطيطياً لتركيب بلورة كلوريد الصوديوم (NaCl) وبواسطة وضع
العبارات التالية (a) ثابت الشبيكة (b) المسافة البينية للمستويات ...

1-5 (a) وضع عمليات التناظر Symmetry Operation في تركيب البلورات
ثم بين تحليلياً بان المستويات (111) عمودية على الاتجاه [111] في مكعب
بسيط . (b) برهن ان الشبيكة ذات البعدين لا تمتلك تناظراً ذا 5-طيات .

1-6 جد معاملات ملر M.I. للمستوي الذي تقاطعه a, $\frac{b}{2}$, $3c$ في خلية مكعبة .

1-7- أن معدن النيكل (Ni) له تركيب من نوع مكعب متمركز الاوجه ونصف قطر الذرات هي 1.243×10^{-10} متر احسب المسافة البينية للمستويات و (200) . و (220) و (111)

1-8- تصور أن لديك الخلية التقليدية من نوع المكعب المتمركز الاوجه . استنبط خلية مكعبة بسيطة (Sc) من هذه الخلية التقليدية الكبيرة ثم قارن بينهما من حيث الحجم وعدد الذرات .

1-9- برهن أن في التركيب السداسي المتراص الرص hcp حيث تتماسك الكرات الذرية مع بعضها ، أن نسبة $\frac{c}{a}$ هي :

$$\frac{c}{a} = \left(\frac{8}{3} \right)^{1/2} = 1.63$$

الأواصر البلورية

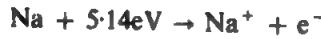
1 - 2 المقدمة

تتكون المواد الصلبة من الذرات أو أيونات أو جزيئات مترابطة بعضها مع بعض . وهذا التراص يعطي للمواد الصلبة الصفات الخاصة بها . إن الأواصر التساهمية (Covalent bonds) المسببة في تكون الجزيئات . موجودة أيضاً في بعض المواد الصلبة إضافة الى ذلك : الأواصر الأيونية (Ionic bonds) وأواصر فاندر فالز (vander waals bonds) والأواصر المعدنية (metallic bonds) تؤدي الى قوة الترابط في المواد الصلبة . والبلورات المتكونة هي اما بلورات أيونية أو جزيئية أو معدنية حسب نوع التآصر الموجود بين جزيئات البلورة . سنتعرف في هذا الفصل كيفية تكوين الأواصر المختلفة ومميزات المواد الصلبة المتكونة نتيجة لهذه الأواصر .

2 - 2 طاقة الربط للبلورة وتصنيف المواد الصلبة

ان المادة الصلبة هي تركيب مستقر فمثلا بلورة كلوريد الصوديوم مستقرة اكثر من ذرات Cl , Na الحرة المكونة لهذه البلورة . كذلك بلورة السليكون اكثر استقرارا من جمع ذرات السليكون الحرة وهذا يعني ان ذرات Si تجذب بعضها البعض عندما تصبح قريبة من بعضها وهذا بسبب وجود قوة تجاذب بين الذرات والتي تعمل على تماسك الذرات مع بعضها ان هذه القوة هي المسؤولة عن تكون البلورة وهذا يعني ان طاقة البلورة هي اقل من الطاقة الكامنة للذرات الحرة بمقدار يساوي مقدار الطاقة اللازمة لتفكيك البلورة الى مجموعة من الذرات الحرة وتسمى هذه الطاقة بطاقة الربط للبلورة (binding energy of crystal) . ولندرس الان كيفية تكون بلورة كلوريد الصوديوم . للحصول على ايون Na^+ من ذرة الصوديوم المعتدلة نأخذ الكترون واحد منها وبذلك فاننا نحتاج الى طاقة قدرها 5.14 الكترون فولت .

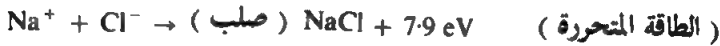
وللحصول على ايون Cl^- من ذرة الكلور المعتدلة باضافة الكترون اليها وبذلك سوف تتحرر طاقة قدرها 3.61 الكترون فولت ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلات التالية :



وبذلك يكون مقدار الخسارة نتيجة لنقل الالكترون من ذرة الصوديوم الى ذرة الكلور هو

$$5.14 - 3.61 = 1.53eV$$

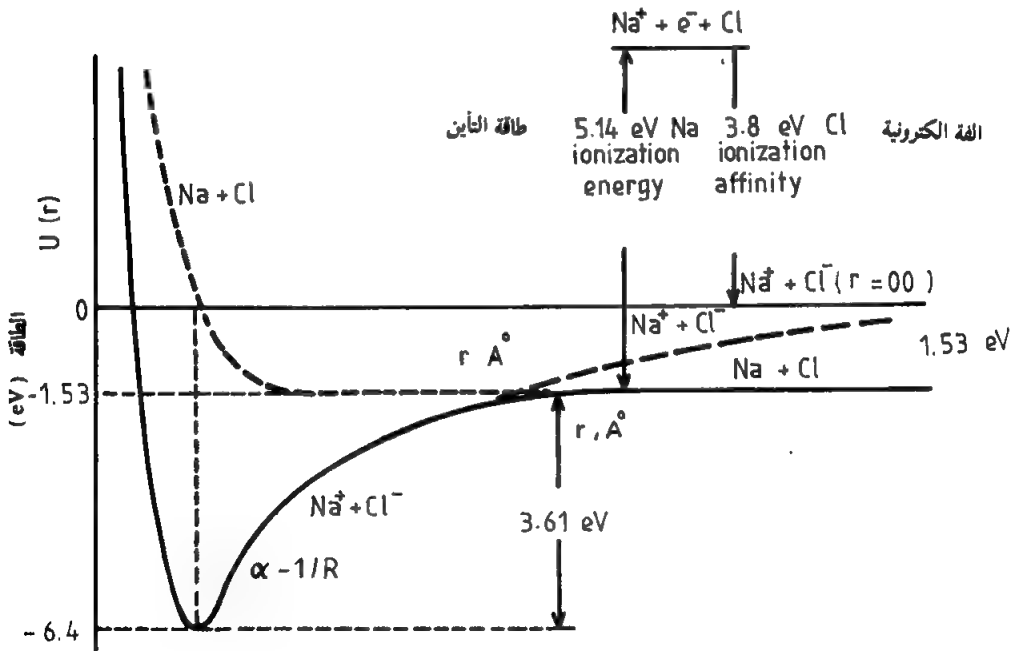
لنفرض الان ان ايون الصوديوم الموجب بعيد جدا من ايون الكلور السالب . فعندما يقترب هذان الايونان من بعضهما فان قوة تجاذب كهروستاتيكية ستنشأ بينهما وبذلك نحصل على طاقة كامنة سالبة نتيجة لهذا التجاذب كما هو موضح في المعادلة التالية



اي ان المجموعة تحرر طاقة نتيجة التجاذب عندما يصبح البعد بين ايونين ضمن مدى حوالي 2.8 انكستروم فتكون الطاقة المتحررة بحدود 7.9 الكترون فولت وهذه الطاقة اكبر من الخسارة في الطاقة 1.53 الكترون فولت الناتجة من ترابط الايونين في البدائية . ولذا فان حالة الترابط بين الايونين مفضلة من حيث الطاقة .

وعليه فان طاقة البلورة اقل من مجموع الايونات المتعادلة بمقدار $(3.6 + 5.1 - 7.9) = 6.4$ الكتروفولت . ولكن من الناحية العملية فان الطاقة التجريبية اللازمة لتفكيك جزيئة NaCl الى ذرتين منفصلتين هي 5.1 الكترون فولت .

ان الطاقة الكامنة التي تمثل التفاعل بين ذرتين تتغير بشكل كبير مع المسافة بين الذرات كما هو موضح في الشكل (2-1). يتضح من الشكل ان الطاقة الدنيا لجزيئة كلوريد الصوديوم تكون عند r_0 حيث هي مسافة التوازن عندما تكون المسافة بين الذرتين اكبر من مسافة التوازن فان الطاقة الكامنة تزداد تدريجيا وتقترب من الصفر عندما تقترب المسافة من اللانهاية بينما تكون المسافة اصغر من مسافة التوازن فان الطاقة الكامنة تزداد بشكل سريع جدا مقتربا من اللانهاية عندما تقترب المسافة من الصفر .



الشكل (2 - 1) تغيير الطاقة كالدالة للمسافة البينية (r) في جزيئة كلوريد الصوديوم

ان القيمة المثالية لمسافة التوازن r_0 تكون بحدود بضعة انكسترومات ولذا فان القوى هي في الحقيقة من نوع قصير المدى. ان انخفاض الجهد مع المسافة يكون شديداً بحيث لو تجاوزت المسافة 10-15A فيمكن اهمال القوة وبذلك نستطيع معاملة الذرات على انها حرة وغير مقيدة بالذرات الاخرى

يمكننا ايجاد القوة بين الذرات $F(r)$ من الجهد $U(r)$ وذلك باستخدام العلاقة التالية .

$$F(r) = - \frac{\partial U(r)}{\partial r} \quad \dots (2-1)$$

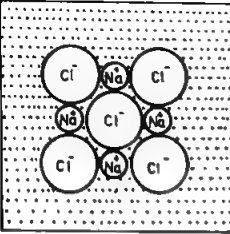
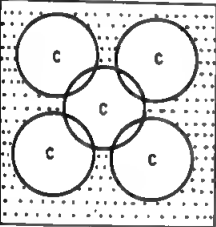
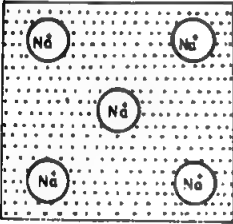
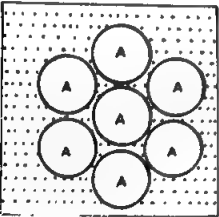
اي ان القوة هي الانحدار السالب (المشتقة السالبة للطاقة الكامنة مع المسافة) . فاذا طبقنا ذلك على المنحني في الشكل (2-1) نلاحظ انه $F(r) < 0$ عندما $r > r_0$ وهذا يعني انه عندما يكون $r > r_0$ تكون قوة تجاذبية محاولة بذلك جذب الذرات نحو بعضها . ومن جهة اخرى عندما تكون القوة $F(r) > 0$ اي عندما تكون مسافة التوازن اكبر من المسافة بين الذرتين فتكون القوة تنافرية وتحاول دفع الذرات بعيداً . بعضها عن الاخر .

يتبين من هذه الدراسة ان القوى بين الذرات تتكون من جزئين . قوة تجاذبية وهي المتغلبة عند المسافات الكبيرة . اما قوة التنافر فتكون متغلبة عند المسافات القصيرة وتتعاذل هاتان القوتان عند مسافة التوازن (القيمة العددية لمسافة التوازن من بلورة كلوريد الصوديوم هي 2.81 انكستروم)

ان الجدول (2-1) يبين لنا تصنيفا نوعيا لبعض الانواع الرئيسية من البلورات الصلبة وذلك بدلالة الاواصر الكيميائية بين ذرات الجسم الصلب وجزئياته مع رسومات توضيحية لكل نوع من انواع الاواصر

وفي البنود القادمة نشرح طبيعة التآصر المسؤولة عن تكوين كل نوع من انواع البلورات .

الجدول (1 - 2)

نوع البلورة	الامثلة	الرسوم التوضيحية
البلورات الايونية Ionic Crystal - 1	NaCl Lip	
البلورات التساهمية Covalent crystal - 2	Si Ge	
البلورات المعدنية Metalic crystal	Fe Na	
البلورات الجزيئية Molecular crystal	Ar crystal Ice	

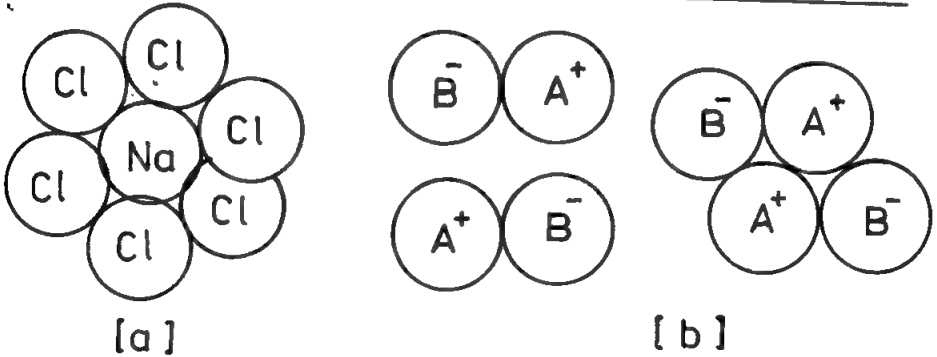
2 - 3 التآصر الايوني

يشتمل التآصر الايوني على ميكانيكية منح واكتساب الالكترونات بين الذرات المشاركة ليؤدي الى تكوّن الايونات حيث تتركز الالكترونات بصورة رئيسية في المدارات الالكترونية الداخلية ويكون الترتيب الالكتروني متشابهة لترتيب غازات الخاملة المعروفة. بتوزيعاتها الالكترونية المستقرة حيث تكون مداراتها الخارجية ممتلئة . ويرتمثل قوى التجاذب بين الايونات المتعاكسة الشحنة بدرجة كبيرة في الطبيعة الكهروستاتيكية

كما ذكرنا سابقاً ، واذاً احذنا زوج ايونات Cl^- , Na^+ فسنجد ان هناك قوة تجاذب كهروستاتيكي بين هذين الايونين المختلفي الشحنة . وهذه هي القوة المسؤولة عن ربط بلورة كلوريد الصوديوم والبلورات الايونية الاخرى . وهذا النوع من التآصر يتكون عادة من المركبات غير العضوية المعقدة مثل مركب LiF و KOH ولا يتكون في العناصر النقية .

بما ان المجال الكهربائي المستقر لا ي من الايونين يمتد عادة الى جميع الانجاهات فان عملية التجاذب لا تتوقف على هذين الايونين فقط بل تمتد الى ايونات اخرى حيث كل ايون صوديوم سيحاط بست ايونات كلور وبفس الطريقة فان كل ايون كلور سيحاط بست ايون صوديوم كما هو موضح في الشكل (2-2) وتستمر هذه العملية وتؤدي الى تكوين بلورة كلوريد الصوديوم والذي يرجع الى نظام مكعب متمركز الواجه هو المذكور في الفصل الاول .

وبصورة عامة يمكن القول انه عند تكون المركبات الايونية فان الايون الموجب (A^+) يتحد مع الايون السالب (B^-) لكي تتكون جزيئة (AB) كما هو موضح في الشكل (2-2b) وعند اقتراب اثنين من هذه الجزيئات مع بعضهما تتكون قوة التجاذب



الشكل (2-2) عملية تجمع الايونات في مركبات الايونية

بين الايونات المتعاكسة لكل من الجزيئين وكذلك يتكون في الوقت نفسه قوة التنافريين الشحنات المتشابهة $\text{A}^+ - \text{A}^+$ و $\text{B}^- - \text{B}^-$. مثلاً . وبما ان قوة التنافر تعتبر صغيرة بالنسبة الى قوة التجاذب

لذلك فان عملية تجمع الايونات تستمر وتكون عتقود (cluster). اما البلورة الايونية فتكون على شكل مجموعة من العناقيد الايونية حيث كل ايون موجب محاط بعدد من الايونات السالبة وكذلك كل ايون سالب محاط بعدد من الايونات الموجبة. واذا قيل لماذا لا تستمر ايونات الكلور والصوديوم بالاقتراب من بعضهما حتى يتم الانطباق الكلي بين الايونات البلورية ؟ نقول : هناك صعوبة ، على اي حال ، لفهم اصل قوة التنافر المتكون في المسافات القصيرة والتي تمنع عملية الانطباق . فلو تصورنا ان الايونات مركب كلوريد الصوديوم قد اقتربت من بعضها بواسطة تقليل ثابت الشبكة (a) عندئذ ستبدأ هناك قوة التنافر عند نقطة معينة ، والتي تمنع انهيار البلورة . فانه من الصعب تفسير قوة التنافر على اساس التفاعل الكهروستاتيكي ، وعليه يجب ان يكون منشأ هذه القوة نوع اخر من انواع التفاعل .

ان الصورة الوصفية لاصل قوة التنافر يمكن شرحها كما يلي : عندما يقترب ايوني الكلور والصوديوم من بعضها بما يكفي لتداخل (overlap) مدارات الالكترونات في الايونين مع بعضها ، عندئذ تبدأ الالكترونات بالتنافر بعضها من البعض الاخر بواسطة قوة تنافر كهروستاتيكي . وكلما اقرب الايونان من بعضهما ازدادت قوة التنافر بسبب زيادة الالكترونات المشاركة في العملية . وهذا يتفق مع الشكل التخطيطي الموضح لعملية التفاعل بين الايونين والموضحة في الشكل (2-1)

وهناك مصدر اخر بنفس المقدار من الاهمية يساهم في قوة التنافر وهو اصل مبدأ الانفراد لباولي (Pauli exclusion principle) من اقتراب الايونين من بعضهما تتداخل مداراتهما الالكترونية ، وهذا يعني ان بعض الالكترونات تحاول اشغال المدارات المشغولة مسبقا من قبل الالكترونات الاخرى . ولكن ذلك لن يسمح به طبقا لمبدأ باولي . لان كلا من ايوني الصوديوم والكلور تكون اغلفتها الخارجية مليئة بالالكترونات كليا ولنوع التناقص مع مبدأ الانفراد لباولي ، فان الطاقة الكامنة للنظام تزداد بسرعة كبيرة وهذا ايضا يتفق مع الشكل التوضيحي (2-1) للمدى ($r < r_0$).

ان الاصرة الايونية تكون قوية عندما تقارن مع اواصر اخرى حيث ان القيمة النموذجية لطاقة الربط لزوج من الذرات تقارب 5 الكترون فولت . وهذه القوة تعزى الى الشدة الكبيرة لقوة كولوم المسؤولة عن الربط والتي تجعل من البلورات الايونية ذات درجة انصهار عالية (ان درجة انصهار NaCl تساوي 801 درجة مئوية مقارنة بمعدن الصوديوم والذي درجة انصهاره 97.8 درجة مئوية)

1-3-2 النموذج الالكتروستاتيكي للبلورات الايونية وحساب ثابت ماديلونك

لتوضيح هذا النموذج نأخذ ايونين لهما شحنتان متعاكسة $-Z_1q$ و $+Z_2q$ ونعاملهما مبدئيا على اساس نقطتين تفصلهما مسافة r . لان الطاقة الكامنة لهذا النظام نأخذ الصيغة التالية :

$$U = - \frac{Z_1 Z_2 q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots (2-2)$$

حيث q تمثل الالكترون و ϵ_0 سماحية الفراغ وما الاشارة السالبة تعني ان الطاقة الكامنة ناتجة عن التجاذب . واذا اردنا حساب الطاقة الكامنة الكلية لبلورة كلوريد الصوديوم الموضحة في الشكل (26a-1)، نأخذ بنظر الاعتبار التفاعل بين جميع الايونات المكونة للبلورة وعليه فإن المعادلة (2-2) نأخذ الصيغة التالية :

$$U = - \frac{AZ_1 Z_2 q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots (2-3)$$

حيث A يمثل ثابتا لنوع التركيب ويعرف بثابت ماديلونك (Madelung Constant)

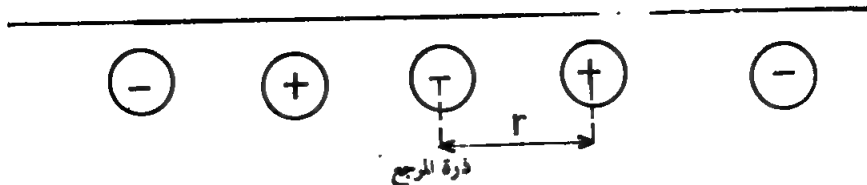
يمكن ايجاد ثابت ماديلونك عدديا في بعد واحد وذلك بفرض سلسلة طويلة من الشحنات الموجبة والسالبة بالتعاقب وبمسافات منتظمة ولكل منها شحنة مقدارها q وتفصل بينهما مسافة (r) كما هي موضحة في الشكل (2-3) وان احد الشحنات السالبة اعتبرت هي نقطة المرجع (refrence point) .

ان طاقة التجاذب بين نقطة المرجع واقرب جاراتها الاولى تساوي $-\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ اما طاقة التنافرين المرجع وجاراتها الاقرب الثانية فتساوي $+\frac{2q^2}{8\pi\epsilon_0 r}$ ولكن طاقة التجاذب بينها وبين جاراتها الثانية هي $-\frac{2q^2}{12\pi\epsilon_0 r}$ وبجمع هذه الطاقات نحصل على سلسلة من الحدود :

$$-\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots \right) \quad \dots (2-4)$$

بمقارنة هذه السلسلة مع السلسلة الرياضية

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$



الشكل 2-3 : سلسلة من وحدات الشحنة المتفصلة بانتظام ذات الإشارة المتعاقبة .

نجد ان الاعداد بين الاقواس في المعادلة (2.4) تساوي $\ln 2$ لذا يمكن كتابة المعادلة (2.4) بالشكل التالي $2\ln 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

حيث العدد $2\ln 2$ يمثل ثابت ماديلونك من الايونات في بعد واحد .

لنحاول الان ان نجد ثابت ماديلونك في ثلاثة ابعاد ونأخذ مرة ثانية بلورة كلوريد الصوديوم ونجعل ايون الكلور Cl^- كنقطة مرجع في وحدة الخلية نجد ان طاقة التجاذب بين هذه النقطة واقرب جاراتها الاول (سته) تساوي $-\frac{6q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ، اذا r تمثل المسافة ونجد ان طاقة التنافر بين هذه النقطة واقرب جاراتها الثانية (التي عشرين كلون) على

حافات وحدة الخلية تساوي $+\frac{12n^2}{4\pi\epsilon_0 r \sqrt{2}}$ اما قوة التنافر عن جاراتها القريبة الثالثة على حافات وحدة الخلية فتساوي $-\frac{8q^2}{4\pi\epsilon_0 r \sqrt{3}}$ وهكذا وبكتابة هذه

الحدود على شكل سلسلة نحصل على

$$U = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \dots + \right)$$

ولذا فان ثابت ماديلونك يصبح

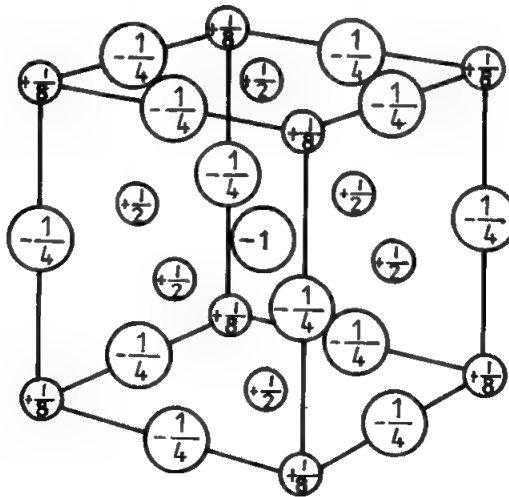
$$A = (6 - 8.485 + 4.619 - \dots +]$$

ان لهذه السلسلة سرعة تجمع بطيئة جدا . لقد وجد العالم ايفجن (H. M. Evjen) انه من الممكن زيادة سرعة تجمع السلسلة باستخدام مجموعات معادلة (groups) من الايونات . ان الدافع الفيزيائي وراء استخدام فكرة المجموعات المتعادلة (neutral

هي ان الطاقة الكامنة للمجموعة المتعادلة تتناقص بسرعة اكبر مما عليه للمجموعة ذات الشحنة الظاهرة حيث ان الطاقة الكامنة بين ايون وايون اخر تتناسب مع $\frac{1}{r}$ بينما بين ايون ومزدوج قطبي تتناسب مع $\frac{1}{r^2}$ وبين مزدوج قطبي ومزدوج قطبي تتناسب مع $\frac{1}{r^3}$

لناخذ الان وحدة الخلية من نوع NaCl وكما هو موضح في الشكل (2-4) على شكل مجموعة متعادلة من البلورة تتكون برص وحدات خلايا المكعب وجها لوجه نجد بذلك ان الايون الموجود في زاوية وحدة الخلية مشترك مع 8 وحدات خلايا متجاورة وعليه يساهم بـ $\frac{1}{8}$ شحنة لوحدة الخلية وبصورة مشابهة يساهم الايون في الحافة بنسبة $\frac{1}{4}$ والايون في الوجه بنسبة $\frac{1}{2}$. واذا جمعنا كل هذه الاسهامات نحصل على مجموعة متعادلة من 4Cl^- , 4Na^+ . وعليه فان الاسهامات الكلية للايونات لثابت ماديونك يساوي

$$A = \frac{6}{1} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = 1.46$$



شكل (2-4) - تعيين الشحنات الكسرية لبلورة NaCl وفق طريقة ايفجن لحساب ثابت ماديونك

اي ان ثابت ماديلونك يساوي 1-46 . واذا اخذنا مكعبا ضعف الحجم واتبنا نفس الطريقة السابقة لايجاد ثابت ماديلونك فان القيمة التي سنحصل عليها تساوي 1-75 وهذه القيمة قريبة من القيمة الحقيقية $A = 1-74756$ لبلورة كلوريد الصوديوم

ويمكن حساب ثابت ماديلونك بطريقة اخرى : لتصور الان ايونا ذا شحنة q في الفراغ او دخل في تركيب البلورة لمادة ما واحيط بغلاف كروي موصل وذلك لانه في كل الوضعين يتعادل مجاله الكهربائي مع المجالات المحيطة به .

ان الجهد الالكتروستاتيكي الذي يعود الى الشحنة q وعلى مسافة r يساوي $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ اما الشغل اللازم لتقليل الشحنة بمقدار δq يساوي $\frac{q\delta q}{4\pi\epsilon_0 r}$. ولعادلة الشحنة الكلية فان الشغل اللازم لكل ايون (W) يساوي :

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^q \left(\frac{q}{r} \right) dq \quad \dots (2-6)$$

او

$$W = \frac{0.5 q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots (2-7)$$

ان حجم غلاف كروي ذو نصف قطر r $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ لذا يمكن كتابة المعادلة (2-7) بالشكل :

$$W = \frac{0.8060 q^2}{4\pi\epsilon_0 V^{1/3}} \quad \dots (2-8)$$

لنطبق هذه النتيجة على التركيب البلوري لكلوريد السيزيوم وكما هو موضح في الشكل (1-27) مركزين على وحدة خلية واحدة حيث حجم وحدة الخلية يساوي a^3 اذ ان a تمثل ثابت الشبكة ولكن $a = 2r_0 / \sqrt{3}$ حيث r_0 تمثل مسافة الاتزان بين الايونات ولذا ..

$$V = \frac{8r_0^3}{3\sqrt{3}} \quad \dots (2-9)$$

وبذلك فان حجم الايون هو نصف هذه القيمة وعليه .

$$V^{1/3} = \frac{4^{1/3} r_0}{\sqrt{3}} \quad \dots (2-10)$$

وبذلك فإن :

$$W = \frac{0.8795 q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad \dots (2-11)$$

وعليه فإن الشغل اللازم لكل زوج أيون من كلوريد السيزيوم تساوي $2W$ بالتعويض عن قيمة q, r_0 في المعادلة (2-11) نحصل على ثابت ماد يلونك لـ CsCl يساوي 1.759 وهذه القيمة قريبة من القيمة التجريبية 1.7627. ان الجدول (2-1) يوضح ثوابت ماد يلونك التقريبية لبعض البلورات .

جدول (1 - 2) ثوابت ماد يلونك وطاقات البلورة التقريبية لبعض التراكيب البسيطة .

	Z_1	Z_2	$Z_1 Z_2 A$	$-U$ for ρ/r_0
$\alpha - \text{ZnS}$	1	1	1.6407	684 K. J / mol.
$\beta - \text{ZnS}$	1	1	1.6381	683 K. J / mol.
TiO_2	2	1	4.770	1988 K. J / mol.
CaF_2	2	1	5.0388	2100 K. J / mol.

2-3-2 حساب طاقة البلورة

في البلورة الايونية تتمثل القوة الرئيسية بين الذرات بتجاذب الايونات ذات الشحنات المعاكسة ، وتنافر بين الايونات المتشابهة بينها وبين الكثرونات الاغلفة الداخلية للذرات ويوضح هذه التأثيرات بطريقة وصفية بشكل (2-1) أن الطاقة الكامنة للتنافر تزداد بسرعة كبيرة مع تناقص r عند ما تكون أصغر من r_0 . وبأخذ ثابت ماد يلونك بنظر الاعتبار للتنافر الالكتروستاتيكي بين الايونات المتشابهة وبأخذ طاقة التنافر بشكل أسي $B \exp(-r/\rho)$ حيث يمثل B ثابتاً يعتمد على نوع البلورة ويمثل ρ قياساً لتركيب و البلورة فان طاقة البلورة بدلالة r تأخذ الصيغة التالية :

$$U(r) = \frac{AZ_1 Z_2 q^2}{4\pi\epsilon_0 r} + B \exp(-r/\rho) \quad \dots (2-12)$$

وللسهولة يمكننا اعادة كتابة المعادلة (2-12) بالشكل التالي :

$$U(r) = \frac{A'}{r} + B \exp(\alpha r) \quad \dots (2-13)$$

حيث

$$A' = - \frac{Z_1 Z_2 q^2}{4\pi\epsilon_0}$$

و

$$\alpha = \left(- \frac{1}{\rho} \right)$$

يلاحظ من الشكل (2-1) أن $U(r)$ تكون أصغرها يمكن عندما تكون $r = r_0$. بأخذ مشتقة المعادلة (2-13) نحصل على

$$\left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=r_0} = - \frac{A'}{r_0^2} + \alpha B \exp(\alpha r) = 0 \quad \dots (2-14)$$

لذا :

$$B = \frac{A'}{r_0^2 \alpha \exp(\alpha r_0)} \quad \dots (2-15)$$

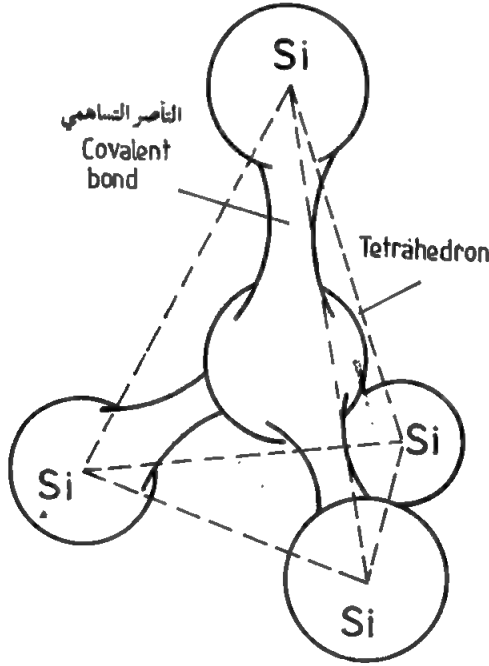
ومن المعادلتين (2-12) , (2-15) :

يمكن الحصول على الطاقة الكامنة للبلورة بوحدة النجول لكل مول بعد ضرب الطرف الأيمن من المعادلة بثابت الفوكادرو (N_A) .

$$U_{(r_0)} = - \frac{N_A A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{\rho}{r_0} \right) \quad \dots (2-16)$$

4 - 2 التآصر التساهمي :

ان قوى التماسك في البلورات التساهمية تنشأ من اشتراك الالكترونات بين الذرات المتجاورة . فكل ذرة مشتركة باصرة تساهمية ، تساهم بالكترون واحد او اكثر في؛ عملية التآصر ويكون الالكترونات مشتركة بين الذرتين ، بدلاً من ان يعود اي من الالكترونات لاحدي الذرتين كما هي الحالة في التآصر الايوني . ويمكن فهم قوة التماسك الناتجة من هذا النوع من التآصر بواسطة ميكانيك الكم . وبشكل . السليكون (Si) والكاربون (C) والجرمانيوم (Ge) . امثلة من هذا النوع من التآصر كما هو موضح في الشكل (2.5)

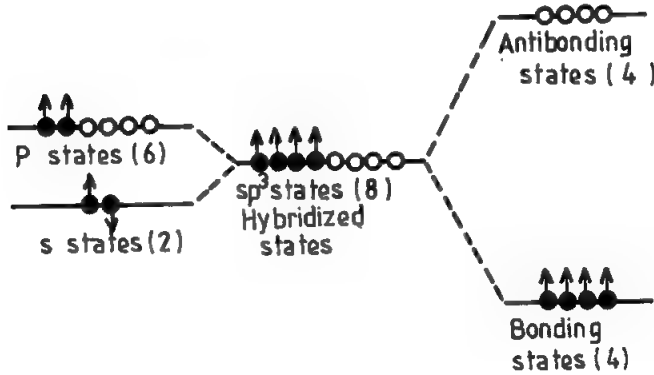


الشكل (2 - 5) التآصر الرباعي في بلورة السليكون

أن عملية التماسك في بلورة السليكون مثلاً تحدث بالطريقة التالية . كل ذرة من السليكون تمسك أربعة إلكترونات تساهمية (Valence electron) في مدارها

الخارجي حيث أن تركيبها الإلكتروني هو : $Si^{14} = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ ويمثل $3s^2 3p^2$ المدار الخارجي لذرة السليكون :

حيث تكون حالة s (s-state) مشغولة تماماً ، هذه الحالة تحتوي على الكترونين بعزم مغناطيس (magnetic moment) باتجاهين متعاكسين لاحظ اتجاه الاسهم في الشكل (2-6) بينما الحالة 3p تملك الالكترونين مع اربعة فجوات . عندما تقترب الذرتان في بعضهما فان الترابط الجزيئي ياخذ اقل مايمكن من الطاقة وذلك بتكوين حالات تأصر من نوع جديد ويعرف بالتأصر الهجيني من نوع (sp^3) ويشغل الالكترونات الاربعة هذه الحالات الجديدة .



الشكل (2-6) التغير في مستويات الطاقة للالكترونات التكافئية في السليكون

اما الفجوات فيجب ايضاً ان تاخذ بنظر الاعتبار ، حيث ان الفجوات تكون مايسمى حالات ضدبد التآصر Anti-bonding

اذا استطعنا أن نعطي كمية كافية من الطاقة للالكترونات لكي تشغل حالات ضدبد التآصر ، فإن الالكترونات أنذاك تكون طليقة من حالات التآصر وتسطيع أن تسهم في التوصيلية الكهربائية وهذه الخاصية تكون مهمة جداً عند دراسة التوصيلية الكهربائية في الفصول القادمة .

تكون البلورات التساهمية عادة قاسية (hard) وهشة وغير قابلة للتواء وهذه الحقيقة يمكن فهمها بأن الأواصر التساهمية تمتلك اتجاهات محدداً في الفضاء فلذا فإن أي محاولة للتغيير تقاوم بشدة من قبل البلورة .

في البنود السابقة وعند دراسة التأصر الايوني والتساهمي أخذت البلورات على أنها تمتلك نوعاً . واحداً من التأصر اما التأصر الايوني النقي أو التأصر التساهمي النقي . ولكن في الحقيقة هناك العديد من البلورات والتي تكون أواصرها غير نقية تماماً بل هي خليط من الأواصر التساهمية والايونية والمثال المناسب هو مركب شبه الموصل جاليوم أرسينيد (GaAs). في هذا المركب تحدث عملية انتقال الالكترونات من ذرة الى أخرى ولكن ليس انتقالاً تاماً . حيث أن 46٪ من الالكترونات فقط تنتقل كمعدل من ذرة الجاليوم الى ذرة الارسينيد وهذا الانتقال يكون جزءاً من قوة الترابط في بلورة الجاليوم أرسينيد ولكن الجزء الأكبر هو بسبب التأصر التساهمي أو اشتراك الالكترونين بين ذرتين جاليوم وأرسينيد المتجاورتين .

5 - 2 التأصر المعدني

تنص النظرية الحديثة بأن الألكترونات التكافئية للذرات المكونة للمعدن تكون مشتركة بين جميع ذراته ، حيث ينتج ما يسمى (بغاز الألكترونات الحرة) . ويؤدي التفاعل بين غاز الألكترونات ولأيونات الموجبة الى قوة تماسك قوية . ان وجود الألكترونات الطليقة يفسر بصورة جيدة قابلية التوصيل الكهربائي والحراري للمعادن وعدم شفافيتها ولعادن سطوحها والعديد من صفاتها الأخرى .

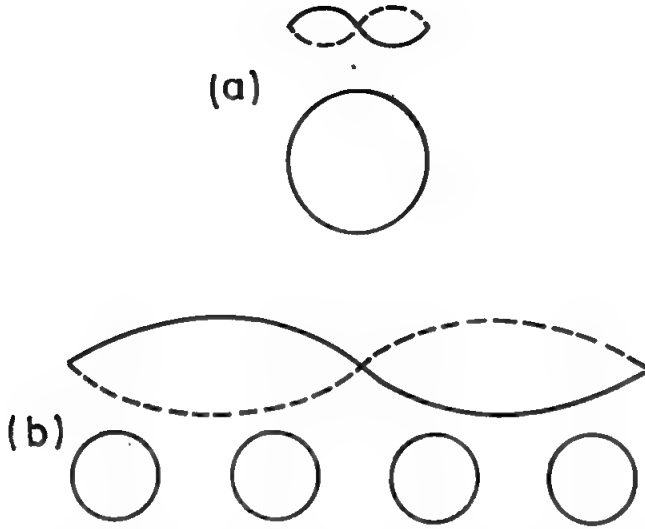
لكي نفهم التأصر المعدني لناخذ معدناً مثالياً بسيطاً مثل الصوديوم . فكيف يمكن لمجموعة من ذرات الصوديوم أن تجذب بعضها البعض وتكون جسماً صلباً مستقراً بالرجوع الى البندين السابقين يتبين لنا أنه لا التأصر الأيوني ولا التأصر التساهمي يمكن أن يفسر التجاذب بين ذرات الصوديوم . التفسير الصحيح للتجاذب بين ذرات الصوديوم هو أن كل ذرة صوديوم حرة تمتلك الكترونات منها تكافؤياً حراً في مدارها الثالث ذو ارتباط ضعيف مع الذرة . عندما تتكون البلورة يتفصل الألكترون من الذرة الأم ويصبح حراً في البلورة ، وتكون قابلة للحركة خلال البلورة . ان هذه

الصورة للألكترون التكافؤ تكون غاز الألكترونات الحرة وهذا يختلف اختلافاً جذرياً عن الألكترونات التكافئية في الأصرة الأيونية والتساهمية ، حيث تكون الألكترونات مرتبطة بقوة مع الذرات الأم .

ان النموذج الذي بين أيدينا لبلورة الصوديوم هو تجمع أيونات الصوديوم الموجبة تكون شبكة مكعبة متمركزة القاعدة BCC ، مغمورة في غاز الألكترونات الحرة الناتجة من الألكترونات التكافئية . والسؤال الذي يواجهنا الآن هو لماذا تكون طاقة مثل هذا النظام (الشبكة من أيونات الصوديوم الموجبة والألكترونات الحرة) أقل من نظام جمع ذرات الصوديوم الحرة ؟ أولاً ، من الواضح أن أيونات الصوديوم الموجبة سيتنافر بعضها مع البعض نتيجة للقوة الكهربائية المستقرة ، ولكن هذه القوة التي تعمل على عدم الاستقرار غير فعالة بدرجة كبيرة ، لأن الألكترونات الحرة تحجب الأيونات بعضها عن البعض الأخر فنتيجة لذلك تتكون أيونات متعادلة بشابهة بشكل كبير حالة الذرات الحرة المتعادلة . لذا فإن الطاقة البلورية الناتجة عن التآصر المعدني لا يمكن فهمه إلا باستخدام النظرية الكمية حيث حسب الأعتبارات الكمية أنه عندما تكون الجسيمة مقيدة في حجم صغير (مدار الذرة) يجب بالضرورة أن تمتلك طولاً موجياً قصيراً وطاقة حركية كبيرة (لاحظ الشكل 7a - 2) . أن مصدر هذه الطاقة هو تماماً ذو طبيعة كمية وذو علاقة وثيقة بمبدأ هايزنبرغ لعدم التحديد Uncertainty principle ، حيث كلما يزداد فضاء حركة الألكترون يزداد طول الموجي وتقل طاقته الحركية .

والأن لنطبق هذه الفكرة على حالة معدن الصوديوم . عندما تكون ذرات الصوديوم في حالتها الغازية ، فإن الألكترونات التكافئية فيها تمتلك طولاً موجياً قصيراً ولذا فإن طاقتها الحركية تكون كبيرة ضمن حيز ذرة الصوديوم بينما في الحالة البلورية تكون الألكترونات حرة لأنها تتجول خلال حجم البلورة والذي هو كبير جداً وهذا بسبب زيادة في الطول الموجي للألكترون ونقصاً كبيراً في الطاقة الحركية والذي بدوره يسبب نقصاً ملموساً في الطاقة الكلية للنظام والتي هي مصدر التآصر المعدني

ان الأصرة المعدنية هي أضعف من الأصرة الأيونية والتساهمية (على سبيل المثال درجة انصهار الصوديوم هي $97.8^{\circ}C$ فقط) ولكنها تبقى بعيدة عن أن تكون صغيرة أو مهملة .



الشكل (7 - 2) العلاقة بين الزخم وطول الموجي للالكترونات التكافئية في التآصر المعدني
(a) ذرة واحدة بطول موجي قصير وزخم كبير
(b) مجموعة من الذرات بطول موجي طويل وزخم صغير

ان قابلية التوصيل الكهربائي العالي في البلورات المعدنية هو نتيجة لقابلية الالكترونات التكافئية على الحركة بسهولة تحت تأثير المجال الكهربائي مسببة تياراً كهربائياً باتجاه المجال . ويمكن تحليل قابلية التوصيل الحراري بالطريقة نفسها اما الليونة العالية فهي نتيجة لحقيقة أن الأصرة المعدنية هي ليست اتجاهية (directional) كما هي الحالة في الأصرة التساهمية بحيث أنه عند تسليط قوة خارجية تغير الأيونات مواقعها للتكيف مع هذه القوة وبما أن الألكترونات صغيرة جداً وذات قدرة عالية على التحرك فأنها تكيف نفسها بسهولة على حالة التشوه الجديد للأيونات .

ان هذا النموذج للتآصر المعدني يعمل جيداً في المعادن البسيطة وعلى الأخص القلويات . اما المعادن المعقدة اكثر وخصوصاً العناصر الانتقالية مثل الحديد والنيكل... الخ فهي تحتاج الى نموذج اكثر تعقيداً وذلك لأن الألكترونات التكافئية تكون في المدار 3d وهذه الألكترونات تكون موضعية (localised) ولذلك فهي تحاول تكوين اواصر تساهمية مع جاراتها في الذرات الأخرى بينما نرى أن الالكترونات المدار 4s التكافئية تكون التآصر المعدني وبذلك تتكون أواصر هجينة في هذه العناصر .

6-2 التأصر الثانوي

إضافة الى الأصر الثلاث الأساسية المذكورة اعلاه (الأيونية والتساهمية والمعدنية) هناك أواصر أخرى تلعب دوراً مهماً في تفسير بعض الخواص الثانوية للترابط ومن هذه الأواصر أصرة فاندرفالز (Vander walls bond) . ان طاقة الترابط الناتجة من هذه الأصرة ضعيفة نسبياً مقارنة بما عليه في الأواصر الصلبة الأيونية والتساهمية . توجد أصرة فاندرفالز في جميع التجمعات الذرية والجزيئية . لكن أهميتها تزداد في المواد الصلبة الجزيئية حيث تهيم الميكانيكية الرئيسية للتجاذب بين الجزيئات . لفهم هذه النوع من التأصر سنأخذ بلورة الأركون كمثال . ولندرس عملية التفاعل بين ذرتي أركون حيث لكل منهما مدار خارجي مشبع بالالكترونات ويكون للتوزيع الإلكتروني حول النواة تماثل كروي ويبقى لفترة كبيرة مقارنة مع فترة تغير الكثافة الإلكترونية ، على أي حال في أية لحظة من الوقت توجد درجة من انعدام التماثل في الكثافة الإلكترونية وتسلك الذرة على شكل مزدوج قطبي ذي عزم P_1 الشكل (2-7) ، على مسافة r من المزدوج القطبي تتعرض ذرة أركون أخرى للمجال والذي يتضح بالعلاقة التالية

$$E = \frac{P_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \dots (2-17)$$

تستقطب الذرة الثانية في هذا المجال وتكتسب عزم ثنائي القطبي الذي يتضح بالعلاقة

$$P_2 = \alpha E \quad \dots (2-18)$$

أما طاقة عزم ثنائي القطب P_2 فتأخذ الشكل التالي

$$U = \alpha E^2 \quad \dots (2-19)$$

$$U_{(r)} = - \frac{\alpha P_1^2}{16\pi^2 \epsilon_0 r^6} \quad \dots (2-20)$$

ان الشكل (2-7) يوضح التسلسل فيه عمليات التفاعل وتبين المعادلة 2.20 أن $U_{(r)}$ تجاذبية وتعتمد على $\frac{1}{r^6}$

استنتج العالم لندن (London) عام (1930) أن هناك علاقة أكثر تفصيلاً وتبين أن ثنائي القطب الثاني عندما يتفاعل مع الأول ، لجسيمين ، ليس من

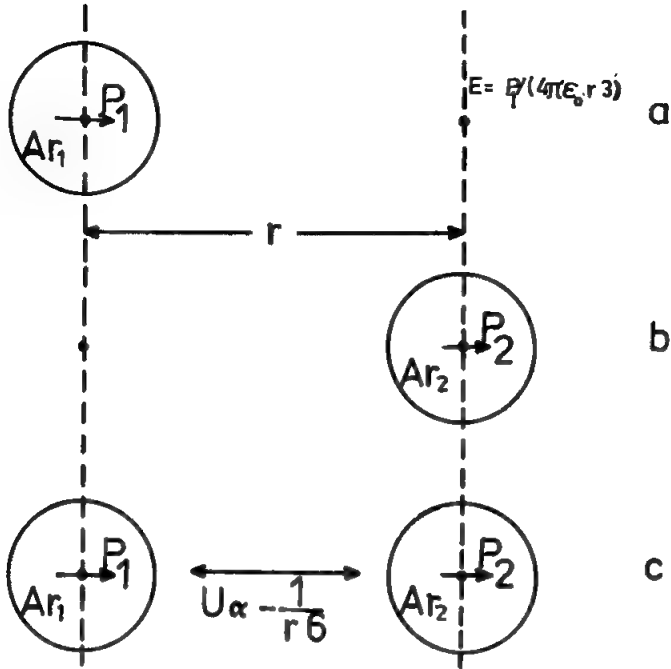
الضروري أن يكونا من النوع نفسه بل قد يكون من ذوات استقطابية α_2, α_1 لذا فإن طاقة التجاذب تتضح بالعلاقة الآتية :

$$U_L = - 0.75 \frac{h\nu_0 \alpha_1 \alpha_2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r_{12}^6} \quad \dots (2-21)$$

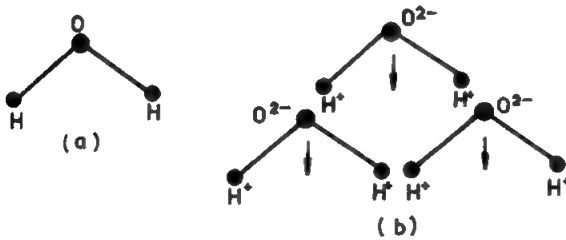
اذ ان ν_0 تردد المميز لتغير الكثافة الألكترونية و r_{12} هي المسافة بين الجسيمين المتفاعلتين وثابت بلانك. ويكون التأثير الناتج ذا طبيعة تجاذبية مهما يكون اتجاه التغير الأني للكثافة الألكترونية حول الذرة المعنية .

أن المعادلة (2-21) صحيحة أ: كانت المسافة بين الجسيمين لا تتجاوز 3×10^8 متر المسافات الأكبر من 3×10^{-7} متر فإن المجال المتولد عن أحد الذرات يحتاج الى زمن يساوي 10^{-15} ثانية تقريباً للوصول الى الجسم المجاور . وهذا الوقت مقارب لفترة تغير الكثافة الألكترونية ونتيجة لذلك يحدث التداخل . وتبين من المعالجات النظرية ان طاقة التداخل تختزل وتصبح متناسبة مع $\frac{1}{r^7}$ بدلا من $\frac{1}{r^6}$ وتوجد أصرة أخرى . تلعب دوراً مهما في بعض المواد البلورية الأصرة الهيدروجينية (Hydrogen bond) مثل بلورة الثلج ولناخذ أولاً عملية التآصر في جزيئة الماء المنفردة ، هناك أصرة تساهمية بين ذرة الأوكسجين وكل من ذرتي الهيدروجين وكما هي موضحة في الشكل (2-8a) وهذه الأصرة تكون قوية إلا اننا عندما نأخذ بنظر الاعتبار الترابط بين جزيئات الثلج البلوري نجد ان قوة الربط ضعيفة جداً (0.1eV) حيث أن درجة أنصهار الثلج هي صفر فقط . وتفسير ذلك هو بالرغم من أن كل جزيئة ماء هي لكل معادلة كهربائياً ، فإن توزيع الشحنة الداخلية يولد تفاعلا بين الجزيئات . وهكذا عند وصف الأشتراك الألكتروني في الأصرة H - O يجب أن تشار الى الألكترونات المساهمة للأصرة التساهمية تتجذب بقوة أكبر نحو ذرة الأوكسجين فتكون شحنة سالبة على ذرة الأوكسجين وشحنة منازرة على ذرة الهيدروجين كما هو موضح في (2-8b) وهكذا يتكون ثنائي القطب الكهربائي (electric dipole) في جزيئة الماء كما يشار بالمتجه في الشكل (2.8) ونتيجة لوجود قطبية كهربائية فإن هذه الثنائيات تجذب بعضها الآخر مكونة بلورة الثلج .

ان الأصرة الموصوفة هنا تعرف بالأصرة الهيدروجينية وتعرف أحيانا بجسر الهيدروجين . ويرجع السبب للدور الكبير الذي تلعبه نواة الهيدروجين الصغيرة والتي هي البروتون .



الشكل (2 - 7) تجاذب فاندرفالز (a) مزدوج قطبي (P_1) اني في ذرة Ar_1 الذي يعطي المجال $E = P_1 / 4\pi\epsilon_0 r^3$ عند مسافة r عنه
 (b) ذرة الاركون الثانية عند هذه النقطة تستقطب في هذا المجال لتعطي مزدوجا قطبيا P_2 يكافئ P_1
 (c) تناسب الطاقة الكامنة بين الذرات مع $\frac{1}{r^6}$



الشكل (2 - 8) (a) جزيئة ماء
 (b) تنظيم جزيئات الماء بسبب الاصرة الهابذروجينية . اتجاه الاسهم يمثل اتجاه عزم ثنائي القطب

الاسئلة

1 - 2 ان طاقة التماسك بين أيوني الكلور والصوديوم في بلورة كلوريد الصوديوم تساوي 6 الكترون فولت وطاقة التأين لذرة الصوديوم هي 5 الكترون فولت ، اما الألفة الألكترونية (Electron affinity) للكلور هي 3.75 الكترون فولت . جد المسافة البينية للأيونات (ملاحظة أهمل طاقة التنافر) .

2 - 2 الطاقة الكامنة لزوج من ذرات البلورة تتضح بالعلاقة $U = \frac{A}{r^9} - \frac{B}{r}$ حيث تمثل r المسافة البينية فإذا علمت أن طاقة التفكك لهذه الجزيئة هي 8×10^{-19} جول ومسافة التوازن (r_0) تساوي 0.28 نانومتر : (a) احسب قيمة الثوابت B, A (b) احسب القوة اللازمة لكي تقلل المسافة البينية بمقدار 5% .

3 - 2 طاقة الربط (U) لزوج من الأيونات في بلورة فلوريد الليثيوم (LiF) يمكن ان تكسب بالعلاقة التالية

$$U = \alpha \exp(r/b) - Aq^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$$

حيث A ثابت ما ديولنك و q الشحنة الكهربائية للأيونات و r المسافة البينية للأيونات المجاورة وكل من α, b ثوابت . أوجد الطاقة الكلية (U) ل LiF (حيث $b = 0.02, A = 1.75$ نانومتر وثابت الشبكة لبلورة فلوريد الليثيوم هو 0.4 نانومتر) .

4 - 2 وضع نوع الناصر في بلورة الجرمانيوم (Ge) النقي . ما هي المميزات الفيزيائية لهذا النوع من الترابط

5 - 2 حاثاثيركل من قوة فاندرفالز والحركة الاهتزازية عند درجة صفر المطلق للأيونات والذرات على طاقة الترابط في البلورات الأيونية ؟

6 - 2 تودي قوة فاندرفالز بين ذرتي الهليوم الى طاقة ترابط حوالي 6×10^{-5} الكترون فولت ، اما مسافة التوازن فتساوي 3 انكستروم تقريباً . استخدم مبدأ عدم التحديد لأثبت أنه لا يمكن تكون هليوم الصلب تحت ضغوط الاعتيادية (أي أقل من 25 ضغط جوي)

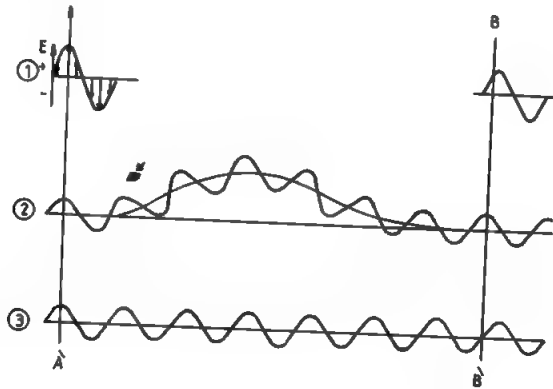
الحيود في البلورات (Crystal diffraction)

1 - 3 المقدمة

في هذا الفصل سنتناول كيفية ايجاد التركيب البلوري للمواد الصلبة بأستعمال مفاهيم الحيود في البلورات . من الممكن فهم التركيب البلوري للمواد الصلبة بدراسة نمط الحيود لحزمة من الأشعة الساقطة على البلورة . ومن الممكن قياس اتجاه الحزمة الحابدة وشدتها والحصول على معلومات التركيب البلوري المسؤول من هذا الحيود . يستخدم عادة لدراسة التركيب البلوري ثلاثة أنواع من الأشعة السينية (x - ray) والحزمة النيوترونية (Neutron beam) والحزمة الإلكترونية (Electron beam) وبما أن عملية التفاعل وقوانين الحيود للحزم الثلاثة متشابهة لذلك يكفي شرح المفصل لحيود الأشعة السينية ابتداءً بقانون براك (Bragg's Law) ثم اءستخدام المعادلات المعقدة في نظريات الأستطارة (Scattering) ومبدأ الشبكة المقلوبة (Reciprocal lattice) . وفي نهاية الفصل نشرح بأيجاز حيود الحزم الإلكترونية والنيوترونية

3-2 حيود الاشعة السينية

يخيل للقارئ ان الحديث عن الحيود يعني التداخل (Interference) فمن الصعب في هذه الحالة التمييز الاثنين ولذلك يمكن القول أن الحيود يحدث عندما يكون هناك فرق طور (Phase difference) بين موجتين أو أكثر وينتشران في نفس الاتجاه تقريباً . ولا يصحح الفرق بين طوري الموجتين نفترض أن حزمة الأشعة السينية رقم (1) في الشكل (3.1) تنتشر من اليسار الى اليمين ولتبسيط الأمر سوف نعتبر هذه الحزمة أو الموجة مستوية ومستقطبة لنفرض أن هذه الحزمة تتكون من الموجتين رقم (2) ورقم (3) في الشكل (3-1) وسعة كل موجة من هاتين الموجتين هي نصف سعة الموجة الأصلية والتي أعطيت لها رقم (1) ولهما نفس الطور على ^{جبهة} الموجة (wave front) AA' وبعبارة أخرى أن متجهيهما الكهربيين متساويان في القيمة والاتجاه في أي لحظة عند نقطة معينة باتجاه انتشار الموجة (جبهة الموجة تكون السطح العمودي على اتجاه انتشار الموجة)



الشكل 3-1 تأثير فرق المسار على الفرق في الطور

لنفرض الان تجربة خيالية والتي تكون فيها الموجة رقم (3) منتشرة على خط مستقيم بينما الموجة (2) تسير على منحنى قبل ان تلتقي بالموجة (2) لنرى ماذا يحدث على جبهة الموجة BB' بعد ان استأنفت الموجتان مسيرهما في الاتجاه الاصلي . المتجه الكهربائي تكون للموجة (2) عند قمتهما العظمى على هذه الجبهة ، بينما المتجه الكهربائي للموجة (3) تصل الى الصفر في نفس النقطة . وعليه فان هناك هناك فرقا في الطور بين الموجتين (2) و(3). اذا اصفنا هاتين الموجتين لبعضهما نجد ان الموجة (1) ستكون لها السعة المبدئية في الجهة اليمنى في أعلى الشكل (3-1). لو افترضنا ان سعة الموجة (2) و(3) هي وحدة

واحدة عند ذلك تكون قيمة سعة الموجة (1) في الجهة اليسرى هي وحدتين ، بينما تكون قيمة سعة الموجة (1) في الجهة اليمنى تساوي 1.4 فإذا افترضنا ان متجه E تتغير جيئاً مع المسافة . لذلك من المناقشة اعلاه يمكن ان نستنتج ما يلي :

1- الفرق في طول المسارات المقطوعة يؤدي الى فرق في الطور .

٢- الفرق في الاطوار يؤدي الى تغيير في سعة الموجة .

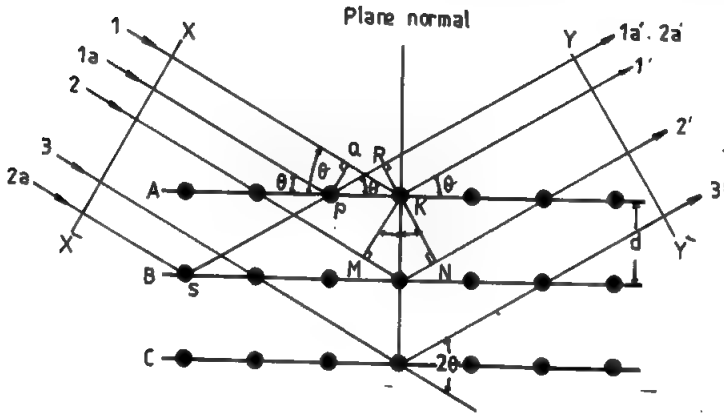
كلما كان الفرق كبيراً في طول المسارات المقطوعة فإن فرق الطور يكون كبيراً أيضاً حيث أن طول المسار يقاس عادة بوحدات طول الموجة ، كذلك فإن فرق الطور يقاس بوحدات طول الموجة نفسها . فلو كان طول مسار الموجة (2) الممين في الشكل (3.1) اطول مما يظهر عليه برع طول الموجة فإن فرق الطور يساوي نصف الموجة لذا تكون الموجتان (3.2) في طورين مختلفين على جبهة الموجة BB' الذي يلقي اخدهما الآخر ، لان متجهه المجال الكهربائي لكل موجة أما صفراً أو في اتجاهين متضادين (أي يختلفان في الطور بمقدار 180°) . اما اذا كان طول مسار الموجة (2) مختلفاً بثلاثة أرباع طول الموجة على ما هو ممين فستظهر الموجتان (3.2) وكأن لهما الطور نفسه وبذلك يصبح متجه سعة الموجة (1) في الجهة اليمين مساوياً الى متجهه سعة الموجة الأصلية . نستنتج مما سبق حقيقة هامة وهي ان الموجتين تمتلكان الطور نفسه اذا كان فرق الجهد بينهما صفراً أو اي عدد كامل من طول الموجة ($n\lambda$) حيث

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

و λ تمثل طول الموجة .

الفروق في مسارات حزم الأشعة الساقطة تظهر بصورة طبيعية عندما تحاد هذه الحزم بواسطة البلورة . ان الشكل (2 - 3) يبين مقطعاً من البلورة مكونة من مستويات متوازية مثل C, B, A وهذه المستويات تكون على بعد (d) من بعضها وهي المسافة العمودية بين المستويات وتسمى بالمسافة البينية . لنفترض ان حزمة السينية (احادية التردد وذات طول موجي λ) أسقطت على بلورة بزاوية مقدارها θ كما هو واضح في الشكل (3.2) حيث تمثل الزاوية المحصورة بين الحزمة الساقطة وواحد المستويات الذرية . ولنرى الان فيما اذا كانت الحزمة الساقطة على البلورة ستحد وتحت اي شروط ..

يمكن تعريف الحزمة المحادة (Diffracted beam) بأنها تتكون من عدد كبير من الموجات المستطارة والتي لها خاصية تقوية بعضها البعض . لذلك يعتبر الحيود ظاهرة استطارة حيث تستطير الاشعة الساقطة من الذرات وفي كل الاتجاهات . في اتجاه معين تكون جميع الموجات المستطارة في طور واحد ، لذلك تقوي هذه الموجات بعضها لبعض ، حيث تنتج الحزمة المحادة .



شكل 2-3 آلية انعكاس الاشعة السينية بواسطة الشبكة البلورية .

عند توفر الشروط اللازمة في الشكل (2-3) فإن الحزمة المحادة تنعكس فقط بزاوية مقدارها (θ) والتي تساوي زاوية السقوط . يمكننا برهنة ذلك بسهولة لمستوى واحد أولاً ثم لجميع المستويات الذرية التي تكون البلورة . لنأخذ الشعاعين (1) و (1a) في الحزمة الساقطة على البلورة حيث أن هذين الشعاعين يصطدمان بالذرتين P و K في المستوى الاول للذرات . ان هذين الشعاعين يسيران في جميع الاتجاهات ونستطيع بذلك ان نرى ان الاستطارة في الاتجاهين 1 و 1'a متساوية لبعضها وفي الطور نفسه ، ويحدث ذلك لان فرق المسار لهاتين الاشعتين بين جبهتين الموجة YY', XX' هو

$$QK - PR = PQ \cos \theta - PQ \cos \theta = 0 \quad \dots (3-1)$$

وبالطريقة نفسها فان بقية الاشعاعات المستطارة من الذرات كافة في المستوى الاول وفي اتجاه مواز لاتجاه تكون في طور واحد . لذلك تضاف الاشعة المستطارة من الذرات الى الحزمة المحادة . وهذا يكون صحيحاً لجميع المستويات الاخرى . يبقى ان نرى ما هو لشرط الذي بموجب تكون الاشعاعات المستطارة من الذرات في مستويات مختلفة

مقوية بعضها البعض الاخر أن الشعاعين (1)، (2) قد استطارا وعلى سبيل المثال من الذرتين K, L على التوالي ، وعلى فان فرق المسار للشعاعين $2L2', 1'K1$ هو .

$$ML + LN = d'\sin\theta + d'\sin\theta \quad \dots (3-2)$$

وهذا الفرق في المسار هو أيضاً نفسه للأشعة المستطيرة من نقطتي الشبكة L, S أو وهكذا فإن الشعاعين المستطيرين $2', 1'$ سوف يكونان في الطور نفسه بشكل عام على شرط أن يكون فرق المسار بينهما مساوياً لطول موجة واحدة أو عدد كامل ($n\lambda$) من أطول موجة وبعبارة أخرى عندما يكون .

$$n\lambda = 2d \sin\theta \quad \dots (3-3)$$

حيث n تمثل مراتب الحيود وتأخذ القيمة 1, 2, 3, ... الخ .

لقد تم اشتقاق المعادلة 3-3 من قبل العالم براك (Bragg) وسميت باسمه . وتعتبر هذه المعادلة شرطاً من شروط حدوث الحيود . وهذا يعني انه لطول موجي معين ولقيمة معينة من (d) هناك قيم متعددة لزوايا السقوط $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ تحقق شرط الحيود وكل قيمة من هذه الزوايا تقابل قيمة معينة لـ n.

نلاحظ من الشكل (3-2) انه عندما يكون الانعكاس في المرتبة الاولى ($n = 1$) فان الفرق بين طول المسار للشعاعين $2', 1'$ يكون مساوياً لطول موجة واحدة ، اما فرق المسار للشعاعين $3', 1'$ فيكون مساوياً لطول موجتين وللشعاعين 4, 1 مساوياً لثلاثة اطوال موجية وهكذا .

هناك شرط مهم لحدوث ظاهرة الحيود هو انه يجب ان تكون المسافات البينية مساوية تقريبا لطول الموجة المستخدمة . ولحسن الحظ ان المسافات البينية للمستويات الذرية في البناء البلوري لمعظم المعادن تساوي طول الموجة للأشعة السينية من حيث المقدار وهذا الشرط واضح في قانون براك ، حيث ان قيمة ($\sin\theta$) لا يمكن ان تزيد على الواحد في اي حال من الاحوال ، اي ان

$$\frac{n\lambda}{2d} = \sin\theta \leq 1$$

لذا $n\lambda$ يجب ان تكون اقل من 2d او

$$\lambda < 2d \quad \dots (3-4)$$

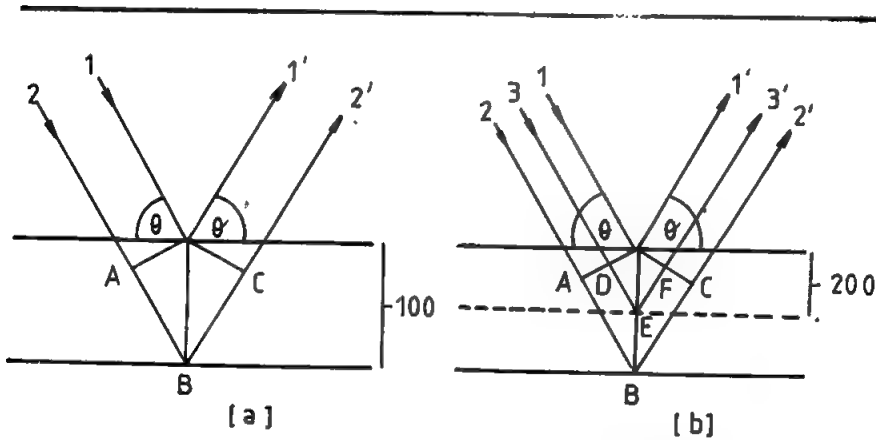
ان قيمة (d) في كثير من المستويات الذرية هي في حدود 3 انكستروم او اقل وعليه فان قيمة λ يجب ان تكون بحدود 6 انكستروم تقريباً على هذا فليس بالامكان دراسة الحيود في البلورات باستخدام الاشعة فوق البنفسجية ($\lambda = 500\text{\AA}$) من الممكن كتابة قانون براك بالصيغة التالية

$$\lambda = \frac{2d}{n} \sin \theta$$

حيث ان معامل λ في هذه المعادلة يساوي واحداً ، فبإمكاننا اعتبار الانعكاس باي مرتبة مكافئاً للانعكاس من المرتبة الاولى من المستويات التي تكون المسافة بينها مساوية الى $\frac{1}{n}$ من المسافة البينية . وعليه يمكن اعادة كتابة معادلة براك بالشكل التالي

$$2d_{hkl} \sin \theta = \lambda \quad \dots (3.5)$$

حيث $d_{hkl} = \frac{d}{n}$ لتوضيح استخدام هذه المعادلة لاحظ الشكل (3.3)



الشكل (3-3) (a) تكاثر الانعكاس (100) من المرتبة الثانية (b) وانعكاس (200) من المرتبة الاولى

لنفرض ان الحيود من مستوى (100) من المرتبة الثانية ($n=2$)، لذا فان فرق المسار ABC بين شعاعين محادين من المستويات (100) المتعاقبة يكون 2λ . اذا فرضنا ان المستوى (200) يقع في منتصف المستويات (100) حيث يكون مجموعة مستويات (200) بذلك يكون فرق المسار DEF للشعاع المحاد من هذه المستويات يساوي طول موجي واحد (λ) ويدعى بالانعكاس (200) من المرتبة الاولى. وبالطريقة نفسها فان الانعكاسات (300) و (400) الخ تناظر الانعكاسات من المرتبة الثالثة والرابعة — الخ للمستويات (100) وبصورة عامة فان الانعكاس من المرتبة n لمجموعة مستويات ذات المسافات البينية d يعتبر بالانعكاس من المرتبة الاولى لمستويات ($nh nk nl$) ذات المسافات $d_{nkl} = \frac{d}{n}$ وهذا يتفق مع تعريف معاملات ملر ، لان ($nh nk nl$) معاملات ملر لمستويات متوازية للمستوى (hkl) ولكن بمسافات $\frac{1}{n}$ من المسافة البينية .

3 - اتجاهات الحيود

كيف تتعين الزوايا التي تحاد بها حزمة من الاشعة السينية الاحادية الموجة والساقطة على بلورة ما لقد تبين من الشكل (3.3) انه من الممكن الحصول على زوايا الحيود 2θ في المستويات (100) وذلك بأستخدام الحزمة الساقطة في زوايا السقوط الملائمة . وبذلك يمكن الحصول على حدود المرتبة الاولى والمرتبة الثانية والمرتبة الثالثة كما على الحصول على الحيود من مجموعة المستويات (110) ومجموعة (111) في نظام المكعب مثلاً . لذا يصبح من الضروري إيجاد علاقة عامة للتنبأ بزاوية الحيود لأي مجموعة من المستويات في الانظمة البلورية .

لقد وجدنا في البند (5 - 1) أن العلاقة بين ضلع المكعب (ثابت الشبكة) والمسافة البينية للمستويات بدلالة معاملات ملر تأخذ الصيغة التالية .

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad \dots (3-6)$$

وبالتعويض عن قيمة d_{hkl} من المعادلة (3-5)

$$\sin^2 \theta = \frac{\lambda^2}{4a^2} (h^2 + k^2 + l^2) \quad \dots (3-7)$$

لنفترض اننا استخدمنا طول موجة محددة (λ)، وبلورة معينة (مكعب) بطول ضلع وحدة الخلية (a) عند ذلك تصبح المعادلة (3-7) جيدة للتنبؤ عن جميع زوايا الحيود المحتملة والتي بها يحدث الحيود من المستويات (hkl). يمكن كتابة المعادلة (3-7) لمجموعة المستويات (110) بالشكل التالي :

$$\sin^2 \theta_{110} = \frac{\lambda^2}{2a^2} \quad \dots (3-8)$$

اما اذا افترضنا أن البلورة تكون من النظام الرباعي وذات الاضلاع a, c عند ذلك يمكن الحصول على العلاقة التالية :

$$\sin^2 \theta = \frac{\lambda^2}{4} \left(\frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} \right) \quad \dots (3-9)$$

وبالطريقة نفسها يمكن الحصول على علاقة عامة لاي نظام بلوري آخر . ومن الامثلة أعلاه تبين أنه بالامكان تعيين اتجاهات الحيود لطول موجي معين بواسطة حجم وشكل وحدة الخلية في البلورة .

وهذه نقطة مهمة جدا من الناحية العملية ، اي انه اذا تم تعيين اتجاهات الحيود عمليا يمكننا تعيين حجم وشكل وحدة الخلية وهذه من اهم القياسات في تجارب الحيود بصورة عامة . ولا بد لنا ان نذكر هنا انه بالامكان تعيين مواقع الذرات في وحدة الخلية من خلال قيم شدة الحزمة المحادة . والتي سيأتي ذكرها في البنود القادمة .

4 - 3 الطرق التجريبية لدراسة الحيود

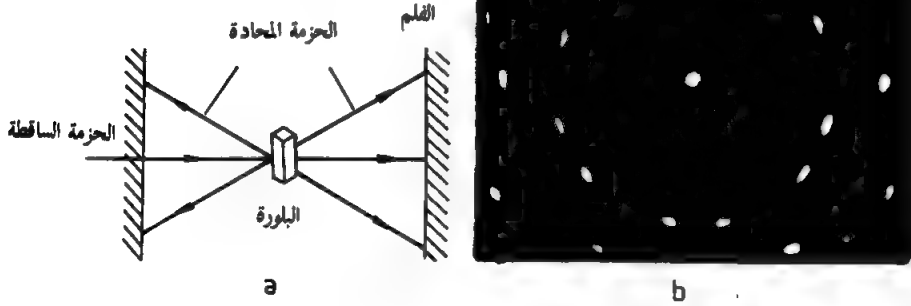
يحدث الحيود عندما يتحقق قانون براك ولكن هذا القانون يضع قيوداً على كيفية حصول الحيود من بلورة ما باستعمال حزمة ذات طول موجي (λ) وزاوية سقوط (θ) لذا يمكن القول ان وضع البلورة في مسار الاشعة السينية بشكل عشوائي لا يؤدي الى حدوث حيود اوفي الحقيقة عدم الحصول على نمط الحيود . لذا يجب تصميم بعض الطرق التجريبية التي يمكن بواسطتها الحصول على نمط الحيود بسهولة ، بصورة عامة ويجب ان تكون هذه الطرق مبنية على اساس اما تغير (λ) بشكل مستمر اثناء التجربة او تغير (θ) باستمرار خلال تسجيل نمط الحيود . ويمكننا ذكر ثلاثة طرق رئيسية مبنية على اساس تغير θ, λ

الطرق المستخدمة	طول الموجة λ	زاوية السقوط θ
١ - طريقة لاوي Laue method	متغير	ثابتة
٢ - طريقة تدوير البلورة Rotating crystal method	ثابت	متغيرة جزئياً
٣ - طريقة المسحوق Powder method	ثابت	متغيرة

١ - طريقة لاوي

تستخدم هذه الطريقة للتحديد السريع للتناظر واتجاه المستويات في البلورات الاحادية (Single crystal) . الشكل (3.4a) يوضح الترتيب العملي لطريقة لاوي (Laue method) حيث تسلط حزمة من الاشعة السينية البيضاء (يكون طيفها ذا طول موجي مستمر) على البلورة وباتجاه ثابت ويوضع غشاء فوتوغرافي مسطح في طريقة الاشعة امام وخلف البلورة . وبما ان طول الموجة λ تتغير باستمرار فان البلورة ستختار الطول الموجي الذي يحقق قانون براك في ذلك الاتجاه وعليه فان الحزمة الحادثة سوف تخرج

بزاوية معينة . ان موقع الحزم الحائدة سوف تظهر على الغشاء كبقع (spots) كما هي موضحة في الشكل (3.4b) وبما ان طول الموجي الحائد لهذه البقع غير مقاس لذا فليس بالامكان تحديد المسافات البينية للمستويات في البلورة ولكن يمكن تحديد النسب بينهم وبذلك يمكن تحديد شكل وحدة الخلية ولكن ليس الحجم المطلق لها لقد لوحظ انه اذا كان اتجاه الحزمة الساقطة هو محور التناظر (axis of symmetry) للبلورة ، فان نمط الحيود الناتج يبين نوع التناظر . الشكل 3.4b يوضح التناظر السداسي للبلورة Mg .

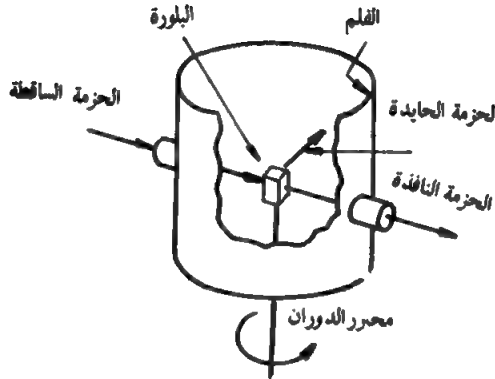


الشكل (3 - 4) (a) توضيح اجراء الترتيب العملي للتجربة
(b) نمط لاي للحيود لبلورة Mg

2- طريقة تدوير البلورة

هذه الطريقة تستعمل في دراسة تركيب البلورة الاحادية ايضا . ان الشكل (3.5) يوضح الترتيب العملي لهذه الطريقة . توضع البلورة المطلوب دراستها عادة على محور قابل للدوران ويكون حجمها حوالي واحد سم³ . ويلصق القلم عادة على السطح الداخلي للاسطوانة المتحدة المركز مع محور الدوران . توجو حزمة احادية التردد (Monochromatic) في خطوط متوازية وتسقط على البلورة التي يمكنها الدوران اذا تطلب ذلك حتى يتم الحصول على شرط الحيود وبذلك فان θ و 2θ تحققان قانون براك . وعند تحقيق

قانون براك فان الحزمة المحايدة تنفذ من البلورة وهكذا تظهر البقع على الفلم لتسجيل انماط الحيود (كل من الزوايا والشدة) للاتجاهات المختلفة ويمكن عندها تحديد شكل وحجم وحدة الخلية وترتيب الذرات في داخل الخلية



الشكل (3 - 5) الترتيب العملي لطريقة تدوير البلورة

3- طريقة المسحوق -

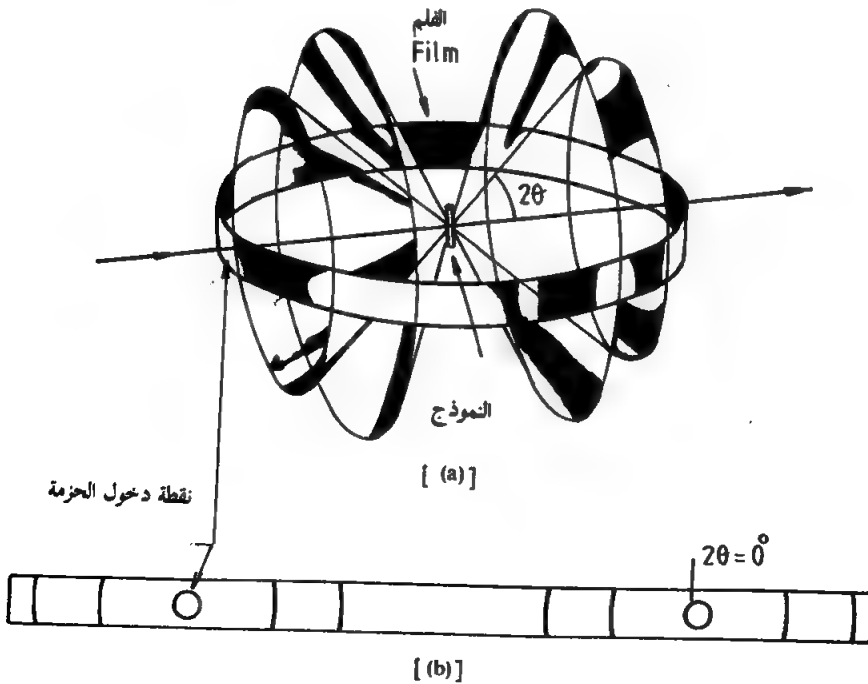
في هذه الطريقة ، تسحق البلورة بشكل جيد الى ان تصبح على شكل حبيبات دقيقة جداً . يوضع جزء من هذا المسحوق في مسار الاشعة السينية ذات تردد احادي . وكل جسيم من جسيمات المسحوق هي عبارة عن بلورة صغيرة جداً ذات اتجاه عشوائي بالنسبة للاشعة الساقطة . وبما ان هناك عدداً كبيراً من هذه الجسيمات في مسار الاشعة الساقطة ، فيكون هناك احتمال كبير من توافق وضع احدى الجسيمات او عدد منها مع زاوية سقوط الاشعة بحيث يتحقق قانون براك وبذلك تحدث ظاهرة الحيود .

على سبيل المثال اذا كان وضع المستويات (100) في عدد من هذه الجسيمات البلورية يسمح لتحقيق معادلة براك فعند ذلك تحدث ظاهرة الحيود . وقد تكون هناك مجموعة اخرى من المستويات (100) بوضوح يسمح بتحقيق قانون براك ايضاً فيحدث الحيود وهكذا بالنسبة الى مجاميع اخرى . بعبارة اخرى سوف نحصل على نمط حيود من مجاميع في اوضاع مختلفة تسمح بتحقيق قانون براك . ويمكننا القول ان نمط الحيود

الذي يتم الحصول عليه بهذه الطريقة يكون مطابقاً للحيود الذي نحصل عليه من البلورة الدوارة حول جميع المحاور الممكنة وليس حول محور واحد .

بما ان النموذج الذي تحت الاختبار عادة يحتوي على ملايين من الحبيبات الصغيرة وباتجاهات عشوائية فسوف يوفر مجاميع من مستويات الانعكاس لتحقيق قانون براك . وتحدث عملية الانعكاس من هذه المجاميع من المستويات باتجاهات مختلفة بالنسبة الى اتجاه الشعاع الساقط . اضافة الى ذلك فان كل مجموعة من المستويات تحقق الانعكاس بمراتب مختلفة مسموحة . وبما ان اتجاه الانعكاسات متساو في جميع الاتجاهات تقريباً لذا فان الحزمة المحادة تكُون مخروطاً محوره باتجاه الشعاع الساقط .

ان الشكل (3.6a) يبين اربعة مخاريط من الشعاع المحاد ، والشكل (3.6b) يبين نمط الحيود على غشاء تصويري مسطح . ان خط الحيود ذا الزاوية الصغيرة (2θ) يعود الى مستويات متوازية ذات اكبر مسافة بينية d_{hkl} على سبيل المثال ، وتكون لها



الشكل (3 - 6) a - اربعة مخاريط من الشعاع المحاد b - نمط الحيود على فلم تصويري

أكبر قيمة عندما تكون قيمة $(h^2 + k^2 + l^2)$ اصغر ما يمكن . بالطبع ان القيمة الدنيا لمجموع مربعات معاملات ملر تساوي واحداً ، وعند ذلك يكون (hk/l) هو (100) ولهذا نقول ان بقعة الحيود او خطوط الحيود تقابل اصغر زاوية اي اقرب ما يمكن من نقطة المركز . والخط التالي يكون (110) مثلاً ، اي ان قيمة $(h^2 + k^2 + l^2)$ تساوي 2 وهكذا تستعمل طريقة المسحوق هذه بشكل واسع في حقل فحص المعادن ويستخدم ايضاً عند عدم امكانية الحصول على بلورة احادية كبيرة نسبياً (الحجم الملمس) من بعض المواد.

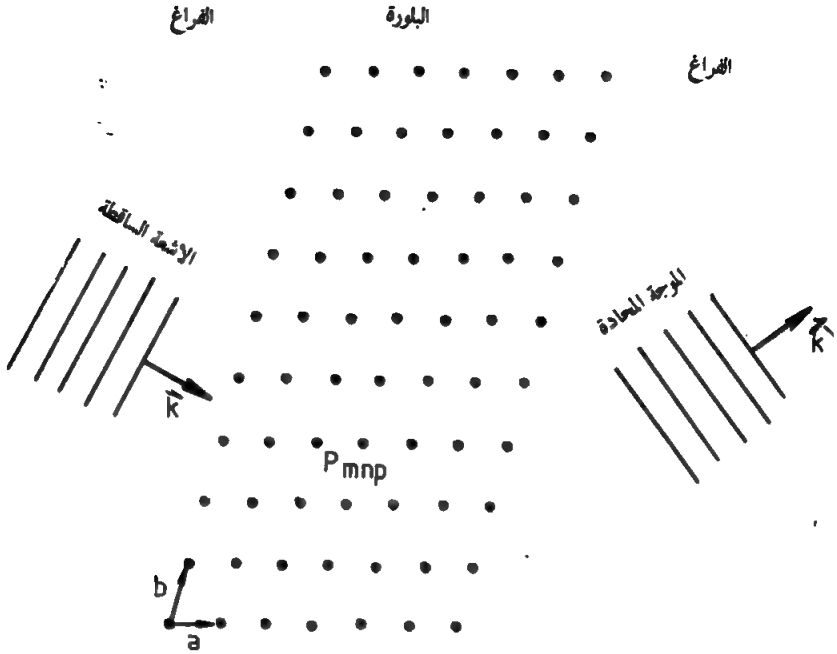
ان هذه الطريقة مفيدة جداً في حالات تعين ثوابت البلورة ، أو في دراسة تغيير الطور (Phase change) للمواد .

5 - 3 اشتقاق لاوي لسعة الموجة المستطيرة

عند اشتقاقنا لقانون براك للحيود حصلنا على توضيحات لشروط التداخل للموجات المستطيرة في الذرات او الايونات الواقعة على نقاط الشبكة . ومنها امكن حساب المسافة البينية بين المستويات الذرية

في هذا البند يوجه الاهتمام بدراسة شدة الحزمة المستطيرة الناتجة بسبب توزيع الالكترونات في وحدة البناء للبلورة ، ولذلك علينا ان نقوم بتحليل اعمق من قانون براك . وان ابسط طريقة لهذا التحليل ان نجمع الموجات المستطيرة لكل مراكز الاستطارة من البلورة .

ان اول من درس هذه الظاهرة هو العالم لاوي حيث حاول ان يجد اتجاهات الموجات المستطيرة الخارجة من البلورة بالنسبة للموجة الساقطة لاحظ الشكل (7 - 3) . لنفترض ان التفاعل بين الاشعة الساقطة والبلورة هو من النوع الخطي (linear inter action) اي ان التردد الزاوي (ω') للموجة الحادثة يساوي التردد الزاوي (ω) للموجة الساقطة . والعلاقة بين التردد الزاوي والعدد الموجي (wave number) $\omega = cK$ حيث c يمثل سرعة الضوء . لذا عندما يكون $\omega = \omega'$ فان $K = K'$



الشكل (7 - 3) سقوط موجة كهرومغناطيسية بمتجه الموجة \vec{K} على البلورة وحيدوها بمتجه الموجي \vec{K}'

والآن نحاول ان نجد اتجاه الموجة الحائدة \vec{K}' بدلالة الموجة الساقطة \vec{K} والمتجهات الاساسية $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ للشبيكة البلورية نلاحظ من الشكل (7 - 3) ان المتجه

ρ_{mnp} يساوي

$$\vec{\rho}_{mnp} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} \quad \text{حيث } (mnp \text{ اعداد صحيحة})$$

وينطلق هذا المتجه من نقطة الاصل (0) ويمر عبر نقاط الشبيكة داخل البلورة . فاذا اعتبرنا ان عامل الطور (phase factor) للموجة الساقطة عند نقطة الاصل يساوي واحداً فسيكون عامل الطور عند النقطة المعروفة بالمتجه ρ_{mnp} هو $e^{i\vec{k} \cdot \vec{\rho}_{mnp}}$ ويمكن التعبير عن احدى مركبات المجال الكهربائي للموجة الساقطة على البلورة رياضياً بالعلاقة التالية

$$\vec{E}(\vec{x}) = \vec{E} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \quad \dots (2 - 3)$$

المعادلة 2-3 يحتوي على جزء حقيقي (real) وجزء خيالي (imaginary) . في الحقيقة ان الجزء الحقيقي هو المهم في الفيزياء . لذا سنأخذ هذا الجزء في نهاية

الحسابات . على أي حال عند سقوط هذه الموجة على مركز الاستطارة المعرف بالمتجه ρ_{mnp} فإن هذا المركز يولد موجات مستطيرة يعبر عنها رياضياً بالعلاقة التالية :

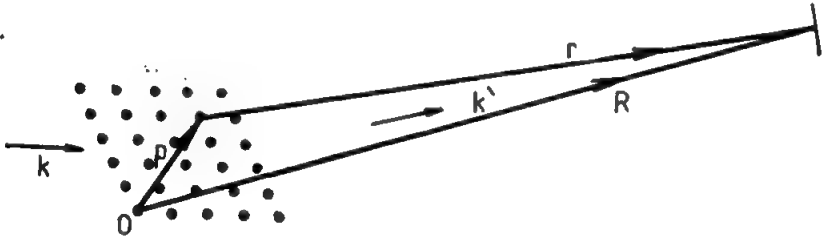
$$\vec{E} = C E_0 \frac{e^{ikr}}{r} = C E_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{\rho}} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \quad \dots (3-3)$$

حيث حذف العامل الزاوي (Angular factor) من هذه المعادلة والذي يعتبر غير مهم هنا. إن سعة الموجة المستطيرة تتناسب مع سعة الموجة الساقطة عند نقطة ρ_{mnp} على اعتبار أن حجم البلورة صغيرة جداً والتي تعطى بـ E_0 . أما الثابت C فإنه يحتوي على تفاصيل المعلومات المتعلقة بمركز الاستطارة و $\frac{1}{r}$ يحفظ نقل الطاقة المستطيرة.

والآن لنحاول أن نجمع جميع الموجات المستطيرة من مراكز الاستطارة داخل البلورة ولتسجيل السعة الكلية للموجة المستطيرة نستخدم عدد فوتونات أو غشاء تصويري على مسافة (R) من نقطة الأصل (0) للبلورة .

من الشكل (3-8) يمكن استنتاج العلاقة التالية :

$$\vec{r} = \vec{R} - \vec{\rho} \cos \theta$$



شكل (3-8) العلاقة الاتجاهية بين الحزمة الساقطة والحزمة الحادثة .

وهذه العلاقة صحيحة فقط عندما يكون الغشاء التصويري على مسافة بعيدة مقارنة مع أبعاد البلورة التي تحت الدراسة .
والآن بالتعويض عن قيمة \vec{r} في المعادلة (3-3) نحصل على

$$\vec{E}_{sc} = C E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{\rho} - \omega t)} \cdot \frac{e^{ik(R - \rho \cos \theta)}}{R - \rho \cos \theta} \quad \dots (3-4)$$

بما أن ρ صغيرة جداً مقارنة بـ R وأن أعلى قيمة لـ $\cos\theta$ هي واحد ،
فعليه يمكن كتابة المعادلة (3-4) بالشكل المبسط التالي :

$$\vec{E}_{sc} = B e^{i(\vec{k} \cdot \vec{\rho} - k\rho \cos\theta)} \quad \dots (3-5)$$

حيث

$$B = \frac{CE_0}{R} e^{i(KR - \omega t)}$$

وبما أن متجه الموجة المستطيرة \vec{K} يساوي متجه الموجة الساقطة \vec{K} وأن اتجاه \vec{K} يعرف
بأتجاه \vec{R} لذا

$$K\rho \cos\theta = \vec{K} \cdot \vec{\rho} = \vec{K}' \cdot \vec{\rho} \quad \dots (3-6)$$

ومن المعادلتين (3-5)، (3-6) نحصل على

$$E_{sc} = B e^{(-i\vec{\rho}_{mnp} \cdot \vec{\Delta K})}$$

حيث ΔK تعرف بالتغير الحاصل في متجه الموجة المستطيرة \vec{E}_{sc} تمثل الاستطارة لكل
نقطة من نقاط الشبكة بدلالة المحاور الأساسية ضمن متجه $\vec{\rho}$ وكذلك المتجه الموجي
للموجة الساقطة . لايجاد محصلة سعة الموجات المستطارة عن كل نقطة من نقاط الشبكة
تجمع معاملات الطور لهذه الموجات المستطيرة أي :

$$\vec{\Omega} = \sum_{nmp} e^{(-i\vec{\rho}_{mnp} \cdot \vec{\Delta K})} \quad \dots (3-7)$$

أن مجموع عوامل الطور $(\vec{\Omega})$ يبين الاتجاه المسموح به وعلى وجه العموم فإن
عملية الاستطارة تحدث بسبب التوزيع الإلكتروني لوحدة البناء لذلك فإن الاستطارة
من جزء صغير من حجم البلورة (dV) يتناسب مع التوزيع الموضعي $n(\rho)$.
local concentration فإن سعة الاستطارة الكلية في هذه الحالة :

$$\vec{\Omega} = \int n(\vec{\rho}) e^{-i\vec{\rho}_{mnp} \cdot \vec{\Delta K}} dV \quad \dots (3-8)$$

حيث

$$\vec{\rho}_{mnp} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$$

وللحصول على أعظم قيمة لـ Ω في المعادلة (3-7) يجب أن يكون مجموع عوامل
الطور أكبر ما يمكن وهذا يحدث عندما

$$\vec{\rho}_{mnp} \cdot \vec{\Delta K} = 2\pi\epsilon \quad \dots (3-9)$$

حيث ϵ عدد صحيح . أو

$$(\vec{m}\vec{a} + \vec{n}\vec{b} + \vec{p}\vec{c}) \cdot \Delta\vec{k} = 2\pi\epsilon \quad \dots (3-10)$$

وهذا يعني أن .

$$\begin{aligned} \vec{m}\vec{a} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi\epsilon \\ \vec{n}\vec{b} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi\epsilon \\ \vec{p}\vec{c} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi\epsilon \end{aligned} \quad \dots (3-11)$$

ومن الممكن حذف الاعداد الصحيحة m, n, p من المعادلات اعلاه وكتابتها بالشكل التالي

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi h \\ \vec{b} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi k \\ \vec{c} \cdot \Delta\vec{k} &= 2\pi l \end{aligned} \quad \dots (3-12)$$

حيث hkl اعداد صحيحة وهذه المعادلات الثلاثة تدعى بمعادلات لاوي للنهايات العظمى للحيود .

يكون حل معادلات لاوي سهلا عندما تكون المحاور الاساسية للبلورة $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ متعامدة مع بعضها (Orthogonal) حيث

$$\Delta\vec{k} = 2\pi \left(\frac{h}{a} \vec{i} + \frac{k}{b} \vec{j} + \frac{l}{c} \vec{k} \right) \quad \dots (3-13)$$

حيث i, j, k وحدة المتجهات باتجاه محاور البلورة و l, k, h اعداد صحيحة اما اذا كانت محاور البلورة غير متعامدة فان المعادلة (3-13) ليست حلا لمعادلات لاوي لانه في هذه الحالة $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ ولهذا نحتاج الى معرفة بعض المفاهيم الخاصة بالمتجهات في الشبكة المقلوبة .

5-3 الشبكة المقلوبة

يمكن التعبير عن شروط حيود الاشعة السينية في البلورة بطريقة افضل وذلك باستخدام مفهوم الشبكة المقلوبة (Reciprocal lattice) ان الشبكة المقلوبة هي لفظ شائع الاستعمال في تحليل التركيب بالاشعة السينية ان المتجهات الاساسية

للشبكة المقلوبة $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ تعرف بدلالة المتجهات الأساسية للشبكة الحقيقية $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ بالعلاقة التالية

$$\begin{array}{lll} \vec{A} \cdot \vec{a} = 2\pi & \vec{B} \cdot \vec{a} = 0 & \vec{C} \cdot \vec{a} = 0 \\ \vec{A} \cdot \vec{b} = 0 & \vec{B} \cdot \vec{b} = 2\pi & \vec{C} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{A} \cdot \vec{c} = 0 & \vec{B} \cdot \vec{c} = 0 & \vec{C} \cdot \vec{c} = 2\pi \end{array} \quad \dots (3-14)$$

نلاحظ من العمود الأول في المعادلة (3-14) ان المتجه \vec{A} متعامد مع كل من $(\vec{b} \times \vec{c})$ والمتجهة العمودية على \vec{c}, \vec{b} تعطى بـ $(\vec{b} \times \vec{c})$ وللتعبير (normlizing) $\vec{b} \times \vec{c}$ لكي تحقق العلاقة $\vec{A} \cdot \vec{a} = 2\pi$ في العمود الأول في المعادلة (3-14) يمكننا استخدام العلاقة (3-15) لتحقيق المعادلات في (3-14).

$$\vec{A} = 2\pi \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}}$$

$$\vec{B} = 2\pi \frac{\vec{c} \times \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}} \quad \dots (3-15)$$

$$\vec{C} = 2\pi \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}}$$

حيث $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$ تمثل حجم الخلية البدائية والمتجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ستكون متعامدة اذا كانت المتجهات $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ متعامدة ايضا يمكن القول الان بان كل تركيب بلوري له شبكتان مهمتان هما الشبكة البلورية والشبكة المقلوبة ان صورة الحيود للبلورة ما هي الا خريطة للشبكة المقلوبة للبلورة بالمقارنة بالصورة المجهرية التي ما هي الا خريطة للشبكة الحقيقية.

عند تدوير البلورة بزاوية معينة فان كلا من الشبكتين الحقيقية والمقلوبة تدوران بالزاوية نفسها والجدير بالملاحظة ان ابعاد المتجهات في الشبكة المقلوبة هي مقلوب الطول $(L^{-1} \text{cm}^{-1})$ ان الشبكة البلورية هي شبكة في الفضاء الحقيقي (real space) بينما الشبكة المقلوبة هي شبكة في فضاء K (K-Space)

ان النقطة في الشبكة الحقيقية يعبر عنها كما ذكرناها سابقا بالمتجه $\vec{\rho}_{mnp}$ اي بدلالة $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ وب نفس الطريقة يمكن تعريف اي نقطة في الشبكة المقلوبة بمتجه الشبكة المقلوبة \vec{a} بدلالة المتجهات الاساسية لها $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ كما يلي :

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C} \quad \dots (3-16)$$

حيث h, k, l اعداد صحيحة . ان لكل نقطة في الشبكة المقلوبة معنى ، ولكن النقاط المعروفة بواسطة المتجه \vec{G} لها اهمية خاصة حيث $\vec{G} = \Delta\vec{K}$ والذي بدوره يعني ان معادلات لاوي للنهايات العظمى للحيود قد تحققت في هذه الشبكة ولكن لنرى اهمية متجه \vec{G} نجري الضرب غير الاتجاهي الاتي :

$$\vec{G} \cdot \vec{\rho}_{mnp} = (h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C}) \cdot (m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}) = 2\pi f \quad \dots (3-17)$$

حيث f عدد صحيح وبذلك قد حققت \vec{G} شرط الحيود كما في الشبكة الحقيقية .

3-7 الحيود في الشبكة المقلوبة وكرة ابوالد

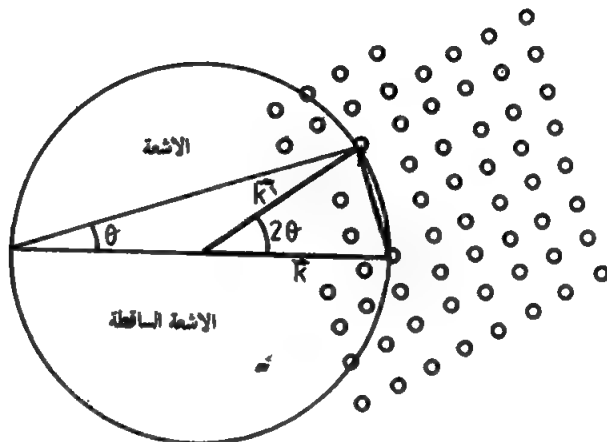
لقد ذكرنا في البنود السابقة ان هناك شرطين يجب ان يتحققا للحزم العابدة وهما $K = K', \omega = \omega'$ وهذا يعني ان الطاقة الكلية تبقى محفوظة في عملية الاستطارة المرنة حيث من الممكن الحصول على العلاقة $\vec{G} = \Delta\vec{K}$ والتي تعني

$$\vec{K}' - \vec{K} = \vec{G} \quad \dots (3-18)$$

$$2\vec{K} \cdot \vec{G} + |G|^2 = 0 \quad \dots (3-19) \quad \text{او}$$

وهذه المعادلة تكافئ معادلة براك في الشبكة الحقيقية $2d_{hkl} \sin \theta = \lambda$. وان المعادلة (3.19) هي معادلة براك للشبكة المقلوبة والتي لها بناء هندسي بسيط . ان العالم ابوالد Ewald اول من استخدم هذا البناء الهندسي لتوضيح عملية الاستطارة في الشبكة المقلوبة بالشكل التالي : لنفرض ان النقاط المرسومة في الشكل (9-3) نقاط في الشبكة المقلوبة . نرسم متجه $\vec{K} \left(K = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$ بحيث يكون اتجاهها باتجاه الاشعة الساقطة ويمر

بنقطة الاصل (O) المقلوب الشبكة ثم نرسم كرة نصف قطرها \vec{K} مركزها نقطة الاصل . ان اتجاه الاشعة الناتجة من استطارة الاشعة الساقطة يتمثل بواسطة نقاط الشبكة المقلوبة التي تقع على سطح الكرة . اي ان الكرة كما هي مرسومة في الشكل (9 - 3) تمر بنقطة تصل نهاية \vec{K} بواسطة متجهة الشبكة المقلوبة \vec{G} .



الشكل (9 - 3) بناء كرة ابوالد في الشبكة المقلوبة

8 - 3 مناطق بريلوين

تعرف منطقة بريلوين بخلية ويكتر - سيزر (Wegner-Seitz) في الشبكة المقلوبة (وقد عرفنا خلية ويكتر - سيزر في الشبكة الحقيقية في البند 1 - 2). ان منطقة بريلوين (Brilloun zone) تعطي تفسيراً هندسياً لشروط الحيود المتمثلة بالمعادلة (19 - 3). وبما ان كلا من \vec{G} و $-\vec{G}$ متجهتان في الشبكة المقلوبة لذا يمكن كتابة المعادلة (19 - 3) بالشكل التالي

$$\vec{K} \cdot \frac{1}{2} \vec{G} = \left| \frac{1}{2} \vec{G} \right|^2 \quad \dots (3-20)$$

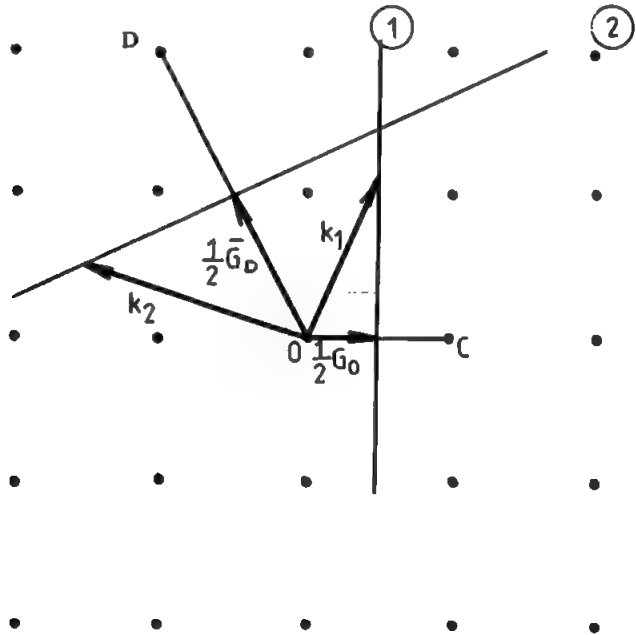
من الشكل 3.10 نلاحظ ان المستويين (1)، (2) عموديين على منصفات OD, OC والان اي متجه موجي يوصل نقطة الاصل بالمستوي (1) يمثل المتجه \vec{K}_1 يحقق المعادلة (3-20) اي

$$\vec{K}_1 \cdot \left(\frac{1}{2} \vec{G}_c \right) = \left| \frac{1}{2} \vec{G}_c \right|^2 \quad \dots (3-21)$$

وبالطريقة نفسها أي متجه موجي من نقطة الأصل يصل بالمستوى 2 مثل \vec{K}_2 أيضاً يحقق المعادلة (3 - 20) أي ان

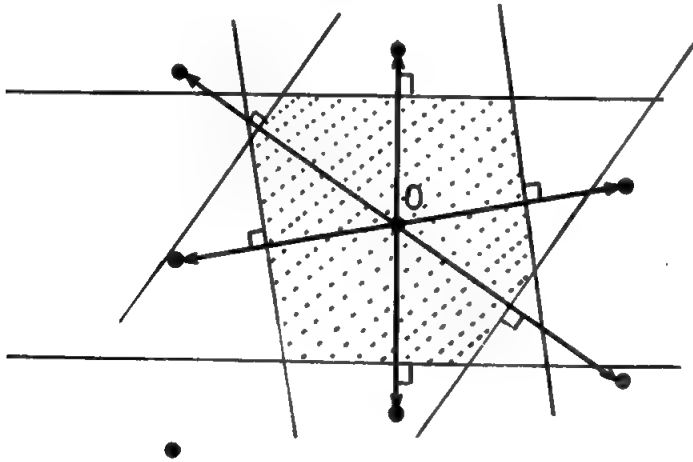
$$\vec{K}_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \vec{G}_D \right) = \left| \frac{1}{2} \vec{G}_D \right|^2 \quad \dots (3 - 22)$$

وبصورة عامة فإن أي متجه يرسم من نقطة الأصل للشبكة المقلوبة ليصل أياً من هذين المستويين فسيحقق شرط الحيود . وهذه المستويات المرسومة تكون حدود منطقة بريليون . من البديهي أن متجهات الشبكة المقلوبة لها طول محدود واءتجاه معين بالنسبة للمتجهات $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ الخاصة بالنموذج الذي تحت الدراسة . ان الاشعة السينية الساقطة على النموذج ستعيد اذا حقق متجه الموجة شرط الحيود واءتجاه الشعاع المحاد سيكون $\vec{K} + \vec{G}$



الشكل (3-10) المستويان 1 و 2 عموديان على منصفات OC و OD . واي متجه موجي مثل \vec{K} تحقق معادلة

ان مجموعة المستويات التي هي المنصفات العمودية على المتجهات الأساسية للشبكة المقلوبة تحدد منطقة بريلوين واءن منطقة بريلوين الاولى هي اصغر حجم محصور داخل المستويات المنصفة للمتجهات المرسومة من نقطة الاصل الى نقاط الشبكة المقلوبة. ولرسم منطقة بريلوين في الشبكة المقلوبة يمكن ان تتبع نفس الاسلوب المتبع في حالة رسم خلية ويكنر وستر في الشبكة الحقيقية والشكل 11-3 يوضح تعيين منطقة بريلوين الاولى للشبكة المائلة (Oblique lattice)



الشكل (11 - 3) منطقة بريلوين للشبكة المائلة في بعدين (خلية ويكنر - ستر في الشبكة المقلوبة)

9-3 الشبكة المقلوبة للمكعب البسيط :

المتجهات الانتقالية الأساسية لشبكة المكعب البسيط في الفضاء الاعتيادي تكون على الشكل التالي

$$\begin{aligned}\vec{a} &= a \vec{i} \\ \vec{b} &= a \vec{j} \\ \vec{c} &= a \vec{k}\end{aligned}$$

وحجم الخلية البدائية لشبكة المكعب البسيط يساوي $(\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} = a^3)$ اما المتجهات الانتقالية الأساسية للشبكة المقلوبة يمكن استنباطها من العلاقات (15-3) اي :

$$\vec{A} = 2\pi \frac{\vec{b} \times \vec{c}}{\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}} = \frac{2\pi}{a} \vec{i}$$

وبنفس الطريقة

$$\vec{B} = \frac{2\pi}{a} \vec{j}$$

$$\vec{C} = \frac{2\pi}{a} \vec{k}$$

ولهذا فإن الشبكة المقلوبة هي أيضاً شبكة مكعبة بسيطة بثابت الشبكة $\frac{2\pi}{a}$ اما حدود منطقة بريلوين الأولى فهي المستويات النصفية للمتجهات الستة ادناه :

$$\pm \frac{1}{2} \vec{A} = \pm \frac{\pi}{a} \vec{i}$$

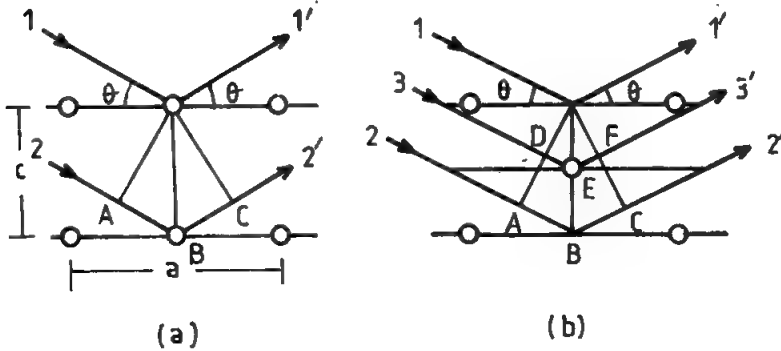
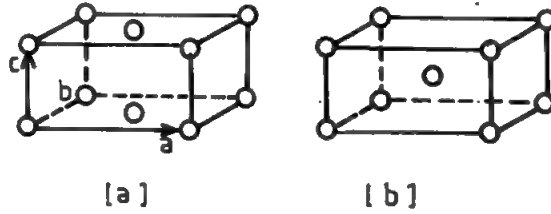
$$\pm \frac{1}{2} \vec{B} = \pm \frac{\pi}{a} \vec{j}$$

$$\pm \frac{1}{2} \vec{C} = \pm \frac{\pi}{a} \vec{k}$$

ان لمستويات الستة تحدد مكعباً طول ضلعه $\frac{2\pi}{a}$ وحجم $\left(\frac{2\pi}{a}\right)^3$ ، وهذا المكعب هو منطقة بريلون الأولى لشبكة المكعب البسيط . (جد متجهات الانتقالية الاساسية لشبكة المقلوبة للخلية المتمركز الأوجه FCC وكذلك متمركز الجسم FCC)

10 - 3 عامل التركيب للاساس

سبق في دراستنا للحبيد ولغرض السهولة اعتبرنا ان البلورة متكونة من نقاط الشبكة فقط اي ان الشبكة برافيزية وهذه النقاط تعمل كمراكز للأستطارة . ولم يذكر اي شيء عن احتمال ان هذه النقاط قد تكون حاوية على اكثر من نوع واحد من الذرات . ان شدة الحزمة العائدة تعتمد على محتويات مركز الأستطارة (الاساس) اي على عدد الذرات الموجودة في الاساس وموضع الذرة وتوزيع الألكترونات على هذه الذرة . ولتوضيح ذلك يمكننا الرجوع الى الشكل : (12 - 3) .



الشكل 12 - 3 الحبيد من المستويات (001) لخلايا (a) متمركزة القاعدة (b) متمركز الجسم

لنفرضنا ان الانعكاسات هي من المستويات المتوازية (001) كما في الشكل (3-12a) الخاصة بخلية متمركزة القاعدة وان قانون براك متحقق وهذا يعني ان فرق المسار ABC بين الشعاعين $2', 1'$ يساوي طول موجة واحدة ، اي ان الشعاعين $2', 1'$ بنفس الطور وهكذا فإن الحزمتين $2', 1'$ هما من نفس الطور وبذلك يحدث تداخل بناء (تقوية) الاتجاه الميين ، أما بالنسبة للخلية متمركزة الجسم (لاحظ الشكل 3-12b) حيث ان الشعاعين $2', 1'$ في نفس الطور لان فرق المسار ABG يساوي طول موجة واحدة أيضاً ، ولكن في هذه الحالة يوجد مستو آخر من الذرات بين لمستويات (001) في منتصف المسافة البينية . وليس صعباً أن نستنتج أن فرق المسارين $3', 1'$ هو نصف المسار (ABC) اي نصف طول الموجة ، لذلك فإن $1', 3'$ تكونان في طورين متعاكسين تماماً ، وهذا يسبب تداخلاً اتلافياً ويمكن التدرج بنفس الاسلوب بالنسبة للمستويات الأخرى . اي أن $4'$ تلافي $2'$ وهكذا ... وهذا يعني انه لا وجود للانعكاس (100) في نظام متمركز الجسم وكل ما تقدم يبرهن لنا ان ترتيب الذرات داخل الاساس يؤثر في شدة الحزمة المستطارة . ان هدفنا في هذا البند ايجاد علاقة رياضية بين شدة الحزمة الحابدة ومواقع الذرات داخل الاساس والذي سيؤدي الى استنتاج عامل جديد هو عامل تركيب (structure factor) للاساس .

لنفرض ان وحدة الخلية لبلورة ما تحتوي على s من الذرات وان موقع الذرة يعرف بالمتجه

$$\vec{\rho}_j = x_j \vec{a} + y_j \vec{b} + z_j \vec{c} \quad \dots (- 23)$$

بالنسبة الى نقطة الشبكة المعرفة بـ

$$\vec{\rho}_{mnp} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$$

والتي هي نقطة الاصل لانطلاق المتجه $\vec{\rho}_j$ مع التذكير بأن نقطة الاصل الرئيسية للبلورة هي $\vec{\rho}_{000}$. وان موقع الذرة داخل الخلية بالنسبة الى نقطة الأصل هي :

$$\vec{\rho}_j + \vec{\rho}_{mnp}$$

ومن المعلوم ان الالكترونات لا تتركز في نقطة واحدة بل تكون موزعة حول النواة لذا يمكن التعبير عن توزيع الالكترونات داخل البلورة بـ (إضافة التراكيب) (superposition) لدالة توزيع الالكترونات C_j لكل ذرة .

ان الدالة $C_j(\vec{\rho} - \vec{\rho}_j - \vec{\rho}_{mnp})$ تعرف بكثافة الالكترونات عند نقطة معينة من ذرة j داخل الخلية لذلك فإن التركيز الكلي للالكترونات $n(\vec{\rho})$ في البلورة يأخذ الصيغة التالية

$$n(\vec{\rho}) = \sum_{mnp} \sum_{j=1}^s C_j(\vec{\rho} - \vec{\rho}_j - \vec{\rho}_{mnp}) \quad \dots (3-24)$$

ان عملية الجمع على j تعني عدد الذرات الموجودة داخل الاساس s ولكن الجمع على mnp هو العدد الكلي لنقاط الشبكة داخل الخلية وليكن M^3 . سبق ان ذكرنا ان سعة الموجة المستطيرة $\vec{\Omega}$ تعطى بـ

$$\vec{\Omega} = \int_{cell} n(\vec{\rho}') e^{-i\vec{\rho} \cdot \Delta \vec{x}} dV$$

من الشكل 3-13 نلاحظ ان

$$\vec{\rho}' = (\vec{\rho} - \vec{\rho}_j - \vec{\rho}_{mnp})$$

وبذلك يمكن كتابة المعادلة (3-25) بالشكل التالي

$$\vec{\Omega} = \sum_{mnp} \sum_j \int_{cell} C_j(\vec{\rho}') dV \cdot e^{-i(\vec{\rho}' + (\vec{\rho}_j + \vec{\rho}_{mnp})) \cdot \Delta \vec{x}} \quad \dots (3-25)$$

$$= \sum_{mnp} \sum_j f_j e^{-i(\vec{\rho}_j + \vec{\rho}_{mnp}) \cdot \Delta \vec{x}}$$

حيث

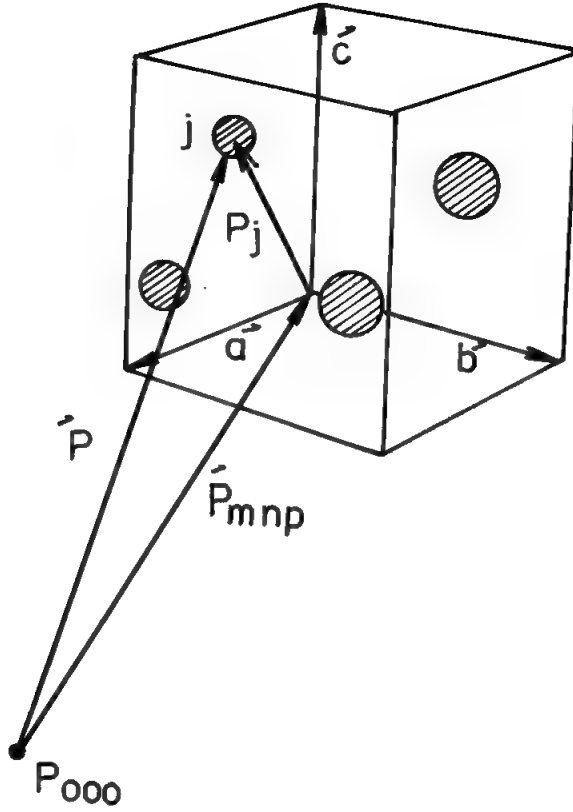
$$f_j = \int_{cell} C_j(\rho') dV e^{-i\vec{\rho} \cdot \Delta \vec{x}} \quad \dots (3-26)$$

f_j يعرف بـ عامل الشكل للذرة (Form factor of atom) ومن الممكن كتابة الاستطارة بالشكل التالي

$$\vec{\Omega} = M^3 \vec{S}_{hkl} \quad \dots (3-27)$$

حيث S_{hkl} عامل التركيب للاساس ويعطى بالصيغة الرياضية التالية :

$$\vec{S}_{hkl} = \sum_j f_j e^{-i(\vec{\rho}_j \cdot \Delta \vec{k})} \quad \dots (3-28)$$



شكل 3-13 موضع الذرة داخل الخلية بالنسبة للبلورة

ومن شروط التداخل للحيود $\Delta \vec{K} = \Delta \vec{G}$ نحصل على

$$\vec{S}_{hkl} = \sum_j f_j e^{-i(\vec{r}_j \cdot \vec{G})} \quad \dots (3-29)$$

حيث

$$\vec{G} \cdot \vec{r}_j = 2\pi (x_j h + y_j k + z_j l) \quad \dots (3-30)$$

لذا يمكن كتابة عامل التركيب للانعكاس (hkl) بالشكل التالي

$$S(hkl) = \sum_j f_j e^{-2\pi i(x_j h + y_j k + z_j l)} \quad \dots (3-31)$$

ليس من الضروري أن يكون عامل التركيب عدداً حقيقياً . على أي حال فإن شدة الاستطارة تساوي SS^* عندما يكون S^* المرافق المعقد (Complex conjugate). ومن الجدير بالذكر أن المعادلة (31 - 3) هي من المعادلات المهمة في علم الحيود من البلورات حيث يمكننا حساب شدة الحيود لأي مستوى (hkl) وإذا عرفنا مواقع الذرات في الأساس . ويمكننا كذلك أن نتنبأ بحدوث أو عدم حدوث ظاهرة الحيود في أي مستوى معين .

3 - 11 حساب عامل التركيب S_{hkl} للأساس

سنحاول في هذا البند تطبيق المعادلة (31-3) لحساب عامل التركيب للبلورة لبعض الانظمة البلورية ومنها :

(a) - أن أبسط وحدات الخلية في البلورة هي تلك التي فيها ذرة واحدة ذات احداثيات (000)، وبذلك يكون عامل التركيب .

$$S_{hkl} = f e^{2\pi i(0)} = f \quad \dots (3-32)$$

$$S^2 = f^2$$

حيث أن S_{hkl}^2 لا تعتمد على l, k, h وهي نفسها لجميع الانعكاسات .

(b) - لنحسب عامل التركيب S_{hkl} لوحدة خلية متمركز الجسم BCC والذي يحوي نوعاً واحداً من الذرات . والرجوع الى الشكل (1-23a) يبين أن هناك نقطتين في هذا

النوع من التركيب البلوري واحداتيهما هي $(0, 0, 0)$ و $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ لذا .

$$S_{hkl} = S_{|000} + S_{|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$$

$$= f (1 + e^{-\pi i (h + k + l)}) \quad \dots (3-33)$$

إذا كان القوس (h + k + l) يساوي عدداً زوجياً فإن :

$$S_{hkl} = 2f$$

وهذا يعني أن $S^2 = 4f^2$ وتحدث عملية الانعكاس .

أما إذا كان القوس $(h + k + l)$ يساوي عدداً فردياً فإن $S = 0$ وبذلك $S^2 = 0$ وهذا يعني أنه الانعكاس لن يحدث .

مثال :

إذا إعتبر التركيب البلوري من نوع متمركز الجسم يحتوي على المستويات (100) و (110) و (111) و (200) و (210) و (220) وتحتوي على نوع واحد من الذرات إذا اسقطت الاشعة السينية على هذه البلورة ففي أي من هذه المستويات سيحدث الانعكاس ؟

الجواب :

المستويات	$(h + k + l)$	S	الملاحظة
(100)	فردى	0	لا يوجد الانعكاس
(110)	زوجى	2f	يوجد انعكاس
(111)	فردى	0	لا يوجد انعكاس
(200)	زوجى	2f	يوجد الانعكاس
(210)	فردى	0	لا يوجد انعكاس
(220)	زوجى	2f	يوجد انعكاس

جدير بالملاحظة أن القانون اعلاه يطبق على خلايا من نوع متمركز الجسم التي تحتوي على نوع واحد من الذرات أي أن عامل شكل الذرة (f_r) لذريتها . متساويان . ففي بلورة كلوريد السيزيوم CsCl مثلاً والتي من نوع متمركز الجسم فإن التركيب البلوري لمثل هذه الذرات يتكون من ذرات Cs المربعة بشكل مكعب بسيط ، وذرات Cl المربعة بشكل مكعب بسيط أيضاً ولكنهما متداخلان مع بعضهما ، حيث يزح الشبيكة الاولى عن الثانية مسافة تساوي نصف قطر المكعب .

عند دراسة الحيود لهذه البلورة نلاحظ بأن الانعكاس (100) يظهر خلافاً لما ذكرنا اعلاه . التعليل الفيزيائي لهذه الحالة هي أن عامل الشكل للذرة f_r (لذرات Cl) لا يساوي f_r (لذرات Cs) وعليه عند تطبيق المعادلة $(3 - 3)$ يجب ان نأخذ هذه الحقيقة بنظر الاعتبار ولا تكون الشدة صفراً ($S \neq 0$) بل ستكون لها قيمة محددة .

(c) - حساب عامل التركيب S_{hkl} لوحدة الخلية متمركز الاوجة FCC المبينة في الشكل (b-23) وان وحدة الخلية هذه تحتوي على أربع ذرات عند الاحداثيات التالية $(0, 0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$, $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ وعلى

يمكن كتابة S_{hkl} بالشكل التالي :

$$S_{hkl} = S|_{000} + S|\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0 + S|\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2} + S|0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$$

ومنها

$$S_{hkl} = f [1 + e^{i\pi(h+k)} + e^{i\pi(h+l)} + e^{i\pi(k+l)}] - \quad \dots (3-34)$$

فإذا كانت الدلائل (hkl) جميعها زوجية أو فردية فيكون مجموع الحدود $(k+l)$ و $(h+k)$, $(h+l)$ عدداً حقيقياً زوجياً وأن كل حد من الحدود اعلاه له قيمة تساوي واحداً وبذلك يكون

$$\begin{array}{l} S = 4f \\ S^2 = 16f^2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{عندما يكون الدلائل جميعها} \\ \text{زوجية - أو فردية .} \end{array} \right.$$

وإذا كانت الدلائل (hkl) خليطاً من الاعداد الزوجية والفردية فيكون مجموع الحدود الاسية في المعادلة اعلاه هو (-1) . لنفرض أن h , l اعداد زوجية، k عدد فردي مثل (012) فيكون :

$$\begin{array}{l} S_{hkl} = f [1 - 1 + 1 - 1] = 0 \\ S = 0 \\ S^2 = 0 \end{array}$$

وبعبارة أخرى لا يحدث انعكاس من المستوى (012) .

لنأخذ تركيباً بلوري متمركز الاوجة يحتوي على المستويات (100), (110)

(111), (200), (210), (220), (112) ولنختبر أيا من هذه المستويات تسمح بالانعكاس

الملاحظات	S	(h, k, l)	المستويات
لا يحدث انعكاس	0	مختلط	100
لا يحدث انعكاس	0	مختلط	110
يحدث الانعكاس	4f	فردى	111
يحدث الانعكاس	4f	زوجى	200
لا يحدث الانعكاس	0	مختلط	210
يحدث الانعكاس	4f	زوجى	220
لا يحدث الانعكاس	0	مختلط	112

وهناك نقطة مهمة يجب ملاحظتها عند حساب عامل التركيب S_{hkl} هو انه لا يعتمد على حجم وحدة الخلية او شكلها بل على محتويات الخلية .

يمكن توضيح ما تقدم في دراسة بلورة كلوريد الصوديوم NaCl حيث وحدة الخلية لهذه بلورة هي مكعب متمركز الواجه FCC يحوي على 4 ذرات من Na و 4 ذرات من Cl واحداثيات هذه الذرات في وحدة الخلية هي :

$$\text{ذرة الصوديوم} : 000, \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0, \frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}, 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$$

$$\text{ذرة الكلور} : \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}, 00 \frac{1}{2}, 0 \frac{1}{2} 0, \frac{1}{2} 00$$

لدينا هنا نوعان من الذرات Na و Cl لذلك يجب ان نستعمل عامل شكل الذرة (f_r) لكل من هاتين الذرتين في مواقعها الصحيحة في معادلة حساب عامل التركيب (S_{hkl})

$$S_{hkl} = f_{Na} e^{2\pi i(0)} + f_{Na} e^{2\pi i(\frac{h}{2} + \frac{k}{2})} + f_{Na} e^{2\pi i(\frac{h}{2} + \frac{l}{2})} + f_{Na} e^{2\pi i(\frac{k}{2} + \frac{l}{2})} \\ + f_{Cl} e^{2\pi i(\frac{h}{2} + \frac{k}{2} + \frac{l}{2})} + f_{Cl} e^{2\pi i(\frac{l}{2})} + f_{Cl} e^{2\pi i(k/2)} + f_{Cl} e^{2\pi i(h/2)}$$

$$S_{hkl} = f_{Na} [1 + e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(h+l)} + e^{\pi i(k+l)}] + f_{Cl} [e^{\pi i(h+k+l)} + e^{\pi il} + e^{\pi ik} + e^{\pi ih}]$$

وبما ان شبكة الصوديوم وكذلك الكلور تخضع للتناظر الانتقالي ذات الالوجه المتمركزة وهذا يعني بالامكان اخراج العوامل المشتركة من بين الاقواس وهذا يسهل الامر كثيرا، حيث

$$S_{hkl} = [f_{Na} + f_{Cl} e^{\pi i(h+k+l)}] [1 + e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(h+l)} + e^{\pi i(k+l)}] \quad \dots (3-35)$$

هنا الحدود المتماثلة من عملية الانتقال الخاص بتمركز الالوجه متضمنة في الحد الثاني من المعادلة (3-35). وهذا الحد يساوي صفرا للدلائل المختلطة و (4) للدلائل غير المختلطة. وان هذه الحقيقة لوحدها تبين ان بلورة كلوريد الصوديوم هي متمركزة الالوجه اي ان للدلائل المختلطة $S_{hkl} = 0$. وبالنسبة للدلائل غير المختلطة (اما زوجية او فردية) فان

$$S_{hkl} = 4 [f_{Na} + f_{Cl} e^{\pi i(h+k+l)}] \quad \dots$$

$$S_{hkl} = 4 [f_{Na} + f_{Cl}] \quad \text{اذا } (h+k+l) \text{ عدداً زوجياً}$$

$$S^2 = 16 [f_{Na} + f_{Cl}]^2$$

$$S_{hkl} = 4 (f_{Na} - f_{Cl}) \quad \text{اذا } (h+k+l) \text{ عدداً فردياً}$$

$$S^2 = 16 (f_{Na} - f_{Cl})^2$$

في هذه الحالة يكون عدد الذرات احدى اربعه اكثر من اربعة ومع ذلك تبقى وحدة الخلية متمركزة الالوجه. مع ان عدد الذرات يزيد عن اربعة ولكن ذلك لم يؤد الى عدم حدوث الانعكاس في بعض المستويات ولكن أدت هذه الزيادة في عدد الذرات الى نقصان في شدة الانعكاسات لبعض المستويات.

12 - 3 حيود الالكترونات

لقد اشرنا في بداية هذا الفصل ، بان هناك انواعا اخرى من الحزم الشعاعية اضافة الى الاشعة السينية استخدمت لفحص الترتيب البلوري مثل الحزمة الالكترونية (Electron beam) والحزمة النيوترونية (Neutron beam). ومن متطلبات الحزم المستخدمة

لدراسة البلورات اولاً ، يجب ان يكون لها خاصية موجية وذلك لتداخل الحزم الحابدة بصورة متشاكهة Coherence واعطاء معلومات عن تركيب المادة ثانياً ان الطول الموجي للحزمة المستخدمة يجب ان يكون مقارباً من طول ثابت الشبيكة للبلورة ان الحزمة الالكترونية تملك هاتين الخاصيتين .

عند سقوط الحزمة الالكترونية على البلورة فإنها تعاني انعكاس براك وتطبق عليها نفس القوانين المطبقة للاشعة السينية . أن الالكترونات تمتلك خاصية موجية وأن طاقتها (E) تتناسب عكسياً مع مربع طول موجتها (λ) وفق العلاقة التالية

$$E = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2} \quad \dots (3-36)$$

حيث m_e كتلة الالكترون المستقر ($m_e = 0.911 \times 10^{-27} \text{g}$) ويمكن كتابة المعادلة أعلاه بوحدة مختبرية Laboratory unit بالشكل التالي :

$$\lambda = \frac{12}{\sqrt{E (\text{eV})}} \quad \dots (3-37)$$

أن التفاعل المسؤول عن استطارة الالكترونات هو التفاعل الناتج بين الالكترونات والمجال الموجود حول كل ذرة داخل المادة الصلبة ومنشأ المجال حول الذرة هو نواة الذرة أو الالكترونات المدارية .. وبما أن الالكترونات جسيمات مشحونة فإنها تتفاعل بشدة مع المواد وتخرقها مسافة قصيرة نسبياً داخل سطح المادة وهذا يجعل دراسة تركيب المواد الصلبة بواسطة الحزمة الالكترونية مقتصرأ على سطح المعادن والاعشبة الرقيقة مثل :

- 1 - دراسة سطوح المعادن أو السبائك المساعدة في التفاعلات الكيميائية في الصناعات
- 2 - دراسة العناصر الخفيفة العالقة على سطوح المعادن الثقيلة مثل الاوكسجين والهيدروجين على سطح النيكل وغيرها من المعادن .
- 3 - دراسة الاهتزازات الحرارية للذرات في سطوح المعادن .
- 4 - دراسة التآكل والتشيط (Etching) وتأكسد سطوح المعادن وأشابه الموصلات الصناعية .

13 - 3 حيود النيوترونات .

يتم الحصول على النيوترونات الحرارية عادة في قناة من اقنية المفاعل النووي لأغراض دراسات الحيود . وهذه النيوترونات لها طيف من الطاقة لذلك تحرر من خلال مرشح لغرض الحصول على حزمة نيوترونات ذات موجة أحادية التردد . وهذا النوع من الحزمة يستعمل لغرض دراسة حيود في المواد المختلفة . وطاقة النيوترون (E) تتناسب عكسياً مع مربع طول موجته (λ) وفق العلاقة التالية :

$$E = \frac{h^2}{2M_n \lambda^2} \quad \dots (3-38)$$

حيث M_n كتلة النيوترون المستقر ($M_n = 1.675$) . ويمكن كتابة معادلة (3-38) بوحدات مختبرية بالشكل التالي :

$$\lambda \text{ (أنكستروم) } = \frac{0.28}{\sqrt{E \text{ (eV)}}} \quad \dots (3-39)$$

وتكون قيمة $\lambda = 1 \text{ Å}$ عندما $E = 0.08 \text{ eV}$ وطول الموجة المستخدمة لدراسة الحيود تكون عادة بين $2 \text{ Å} - 10 \text{ Å}$ أو بعبارة أخرى بنفس طول موجة الأشعة السينية . ونجري دراسة الحيود بواسطة جهاز يدعى جهاز (المحيد النيوتروني) (Neutron - Diffractometer) حيث تقاس شدة الحيود من البلورة بواسطة كاشف خاص مملوء بغاز ثالث فلوريد البورون (BF_3) . يفضل دراسة البلورات بواسطة النيوترونات على دراستها بواسطة الأشعة السينية . للأسباب التالية :

- 1 - يمكن دراسة الجزيئات الخفيفة مثل الهيدروجين بواسطة حيود النيوترونات بدقة كبيرة في حين تكون دراسة هذه العناصر الخفيفة بالأشعة السينية مفتقرة الى الدقة وذلك بسبب قلة الإلكترونات في مدارها الخارجي .
- 2 - دراسة الحيود بالنيوترونات تميز بين النظائر المختلفة الموجودة في تركيب الصلب بينما لا يمكن تمييز ذلك بالأشعة السينية .

3 - ومن أهم تطبيقات حيود النيوترونات هي دراسة الخواص المغناطيسية للمواد الصلبة المغناطيسية وبدرجة كبيرة من الدقة حيث للنيوترون خاصية الهم Spin . (تعمل كمغناطيسي صغير جداً) وكذلك تعمل الإلكترونات بربماً مغناطيسياً وعالية

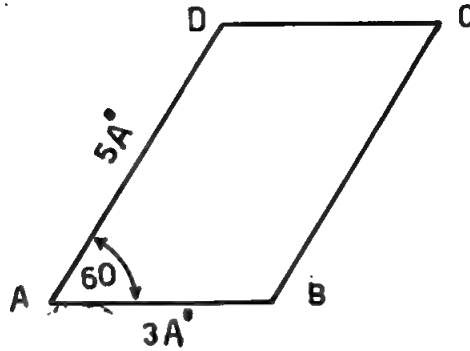
تستطيع النيوترونات من الاستطارة مغناطيسياً . لذا فمن الممكن إستخدام حيود النيوترونات للكشف عن نوع المغناطيسية في البلورات .

4 - حيود النيوترونات يعطي معلومات أدق من الأشعة السينية عند استخدامها لدراسة إهتزاز الشبكة للبلورة أن الصعوبات التي ترافق تقنية حيود النيوترونات إنها بحاجة الى وجود مفاعلات نووية (nuclear reactors) والتي من الصعب الحصول عليها في كثير من المختبرات وبما أن النيوترونات جسيمات متعادلة فأن عملية الكشف عنها أصعب من الالكترونات والاشعة السينية .

الاسئلة

- 3-1 لقد تم الحصول على نمط الحيود لمادة الرصاص (Pb) باستخدام حزمة ذات الطول الموجي $\lambda = 1.54 \text{ \AA}$ لوحظ انعكاس (220) عند زاوية براك $\theta = 32^\circ$. جد ثابت الشبكة ونصف قطر الذرة الرصاص .
- 3-2 لماذا تعتبر الحزمة النيوترونية أكثر فائدة من الحزمة الالكترونية لدراسة التركيب البلوري .
- إذا علمت أن ضلع وحدة الخلية في نظام المكعب هي 2.62 \AA جد زاوية براك المتناظر للانعكاسات من المستويات (110), (111), (200), (210), (211) و (100). علماً أن الطول الموجي للأشعة المستخدمة هو 1.54 \AA .
- 3-4 أي من الانعكاسات الآتية تنلاشى في شبكة متمركز الجسم (220), (211) ؟
(100), (110), (111), (200), (210). اجب نفس السؤال بالنسبة للشبكة متمركز الوجة .
- 3-5 كلوريد السيزيوم (CsCl) تبلور بتركيب متمركز الجسم (BCC) حيث نوع من الذرات تقع عند زوايا الخلية والآخرى في مركز الخلية . احسب عامل التركيب للبلورة . إذا علمت أن $f_{Cs} = 3f_{Cl}$. ثم ناقش اجابتك .
- 3-6 الوحدة الخلية من نوع السداسي . لها الأبعاد التالية
 $a = 4 \text{ \AA}$
 $\gamma = 120^\circ$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $C = 8 \text{ \AA}$, $b = 6 \text{ \AA}$
جد :
- 1 - المتجهات الأساسية C, B, A للشبكة المقلوبة .
 - 2 - حجم وحدة الخلية الاعتيادية والمقلوبة .
 - 3 - المسافة البينية للمستويات (210) .
 - 4 - زاوية براك للمستويات 210 .
- 3-7 شبكة ذات بعدين تتكون من تكرارية المستوازي المستطيل ABCD كما هو موضح في الشكل والتي فيها $AD = BC = 5 \text{ \AA}$, $AB = CD = 3 \text{ \AA}$ وزاوية $BAD = 60^\circ$ ارسم مساحة صغيرة من الشبكة الاعتيادية والشبكة المقلوبة .

لها تم احسب طول المتجهات الاساسية للشبكة المقلوبة .



3.4 المتجهات الاساسية للشبكة السداسية Hexagonal lattice هي .

$$\vec{a} = \left(3^{\frac{1}{2}} a / 2 \right) \vec{i} + \frac{a}{2} \vec{j}$$

$$\vec{b} = - \frac{\sqrt{3}}{2} a \vec{i} + \frac{1}{2} a \vec{j}$$

$$\vec{c} = c \vec{k}$$

(a) بين أن حجم وحدة الخلية هو
$$\left(V_p = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3 c \right)$$

(b) بين أن المتجهات الاساسية للشبكة المقلوبة هي :

$$\vec{A} = \left(- \frac{2\pi}{\sqrt{3} a} \right) \vec{i} + \left(\frac{2\pi}{a} \right) \vec{j}$$

$$\vec{B} = - \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3} a} \right) \vec{i} + \left(\frac{2\pi}{a} \right) \vec{j}$$

$$\vec{C} = \left(\frac{2\pi}{a} \right) \vec{k}$$

حركة الشبكة والخواص الحرارية للعوازل

1 - 4 المقدمة

تعني حركة الشبكة دراسة اهتزازات الشبكة البلورية لماذا ندرسها ؟ لان كثيراً من خواص المواد الصلبة مثل الخواص الحرارية والبصرية والكهربائية تعتمد على حركة الشبكة .

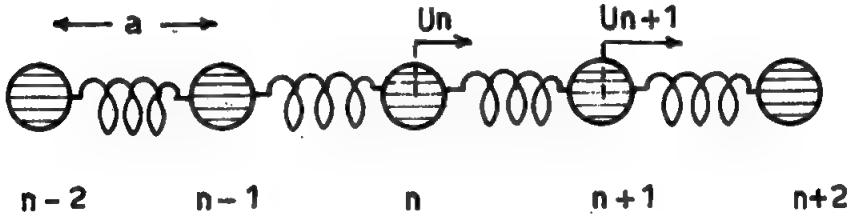
في الفصول السابقة اعتبرنا الشبكة البلورية متكونة من ذرات مستقرة في اماكنها وان البلورة متكونة من مجموعة من الذرات مرتبة بشكل منتظم ودوري (Periodic) ولم ياخذ بنظر الاعتبار اهتزاز هذه الذرات من مواقعها والتأثيرات المتبادلة بين هذه الذرات .

وفي هذا الفصل سنأخذ هذا الاهتزاز بنظر الاعتبار ، حيث ان كل ذرة داخل البلورة تهتز بحركة توافقية بسيطة دون ان تنتقل الذرة من موقعها الى موقع اخر في البلورة ، وتعرف هذه الحركة باهتزازات الشبكة .

4-2 اهتزاز الشبكة احادية الذرة في بعد واحد

ان الشكل 4-1 يبين شبكة احادية الذرة اي انها تحتوي على نوع واحد من الذرات وثابت الشبكة لها يساوي a . عندما تكون الشبكة في حالة الاستقرار فان كل ذرة مستقرة تماماً في موقعها في الشبكة وعندما تتذبذب الشبكة فان كل ذرة تزاح عن موقعها بمقدار صغير وبما ان الذرات تتفاعل فيما بينها ، فان الذرات المتجاورة تتأثر بهذه الحركة بنفس الوقت بحيث يجب علينا مراعاة الشبكة ككل . فلو اخذنا ذرة n كمرجع فان القوة المسلطة (F_n) عليها نتيجة التفاعل مع ذرة ($n + 1$) تتمثل بـ

$$F_n = \alpha (U_{n+1} - U_n) \quad \dots (4-1)$$



شكل 4-1 سلسلة من الذرات في بعد واحد .

حيث U_{n+1}, U_n هي ازاحة الذرتين $n + 1, n$ على التوالي و $U_{n+1} - U_n$ هي الازاحة النسبية للذرتين والعامل α هو ثابت التفاعل او ما يعرف بـ Hooks 'constant) ومن المعروف ان القوة تتناسب مع الازاحة النسبية وهذا يعرف بالتقريب التوافقي (Harmonic approximation) وهذا التقريب الذي ينطبق بصورة جيدة على حركة الذرات بشرط ان تكون الازاحة صغيرة جداً وهو مكافئ لقانون هوك المعروف في المرونة ، وكأن الذرات تكون مرتبطة فيما بينها بنوابض مثالية .

ان القوة المسلطة على ذرة n من قبل ذرة ($n - 1$) قد وجد على غرار ذلك انها تساوي $-\alpha (U_{n-1} - U_n)$ ، وتطبيق قانون نيوتن الثاني ($F = ma$) على حركة الذرة n فان .

$$m \frac{d^2 U_n}{dt^2} = -\alpha (U_{n+1} - U_n) - \alpha (U_{n-1} - U_n)$$

$$= \alpha (2U_n - U_{n+1} - U_{n-1}) \quad \dots (4-2)$$

من المعادلة (4-2) . اقتضت عملية تفاعل ذرة n مع اقرب جارتيهما $n-1, n+1$ فقط وذلك لتوضيح الفكرة الفيزيائية بدون الخوض في التعقيدات الرياضية ولكن ذلك غير الحقيقة اذ ان حركة الذرات مرتبطة مع بعضها على طول الجسم الصلب بحل معادلة (4-2) يمكن ان تمثل حركة الاهتزاز بالشكل التالي

$$U_n = U_0 e^{i(qX_n - wt)} \quad \dots (4-3)$$

حيث X_n موقع استقرار ذرة n ($X_n = na$) المعادلة (4-3) تمثل موجة منتقلة تتذبذب فيها جميع الذرات بنفس التردد الزاوي (w) وذات سعة عظمى U_0 وعدد موجي (q) كما هو متوقع ، وفي هذه الحركة تكون اطوار تذبذب الذرات منتظمة بحيث ان فرق الطور بين ذرة والذرة التي تليها يساوي X_n . وباستخدام معادلة (4-3) لحل معادلة (4-2) يكون ممكناً فقط عند وجود التناظر الانتقالي في الشبكة .

بأخذ التفاضل الثاني لمعادلة (4-3) وتعويضه في معادلة (4-2) يمكن الحصول على

$$mw^2 U_n = \alpha (2U_n - U_{n+1} - U_{n-1}) \quad \dots (4-4)$$

بتقسيم طرفي المعادلة (4-4) على mU_n نحصل على

$$w^2 = \frac{\alpha}{m} \left(2 - \frac{U_{n+1}}{U_n} - \frac{U_{n-1}}{U_n} \right) \quad \dots (4-5)$$

ولكن

$$U_{n+1} = U_0 e^{i[q(n+1)a - wt]} \quad \dots (4-6)$$

و

$$U_{n-1} = U_0 e^{i[q(n-1)a - wt]} \quad \dots (4-7)$$

وبتعويض قيمة U_{n-1}, U_{n+1} يمكن الحصول على

$$w^2 = \frac{\alpha}{m} \left(2 - 2 \left(\frac{e^{iqa} + e^{-iqa}}{2} \right) \right) \quad \dots (4-8)$$

$$w^2 = 4 \frac{\alpha}{m} \sin^2 \frac{qa}{2} \quad \dots (4-9)$$

أو

$$w = w_m \sin \left(\frac{qa}{2} \right) \quad \dots (4-10)$$

هذه هي علاقة التفريق (dispersion relation) بين q, w

في شبكة ذات نوع واحد من الذرات وفي بعد واحد. ويكون $w_m = \sqrt{\frac{4\alpha}{m}}$

وان قيم w_m اقتصرت على القيم الموجبة فقط بسبب المعنى الفيزيائي للتردد .
ويبدوان بمنحني التفريق جيئاً وبدورية مقدارها $\frac{\pi}{a}$ في فضاء q
وبأقصى تردد يساوي w_m عند $\frac{2\pi}{a}$. وتمتلك هذه العلاقة خواصاً مهمة
كثيرة والتي سنأتي الآن الى دراستها بالتفصيل. هذه العلاقة تنطبق على شبكة احادية
البعد وكذلك ثنائية وثلاثية الابعاد ايضاً .

1 - 2 - 4 - حدود الموجات الطويلة

وبما ان منحني التفريق دوري ومتناظر حول نقطة الاصل فتركز اهتمامنا في الوقت
الحاضر على المدى $0 < q < \frac{\pi}{a}$ ونرى ان التردد يقع ضمن المدى
 $0 < w < w_m$ ، هذه الترددات سوف تنقل من قبل الشبكة . بينما الترددات
الآخري سوف توهن وتتلاشى بسرعة وبذلك تعمل الشبكة كمرشح ميكانيكي للترددات
الواطئة . وفي حدود الموجات الطويلة اي عندما $q \rightarrow 0$ يمكن تقريـب

$$\sin \frac{qa}{2} \rightarrow \frac{qa}{2} \quad \text{وبذلك}$$

$$w = \frac{w_m a}{2} q \quad \dots (4-11)$$

$$w = v_s q \quad \left(v_s = \frac{w_m a}{2} \right)$$

حيث v_s ثابت التناسب وتساوي سرعة الصوت وهذه العلاقة خطية بين q, w . ضمن هذه الحدود من الترددات الشبيكة تسلك كوسط مستمر (Continuum) ومرن.

يمكننا استخدام المعادلة (4-11) للربط بين ثابت القوة الداخلية (α) بين الذرات ومعامل يونك (Y) (Young's modulus) للمرونة.

$$v_s = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad \dots (4-12)$$

حيث Y معامل يونك و ρ كثافة الوسط. ومن المعادلتين (4-11) و (4-12) نحصل على

$$\left(\frac{Y}{\rho} \right)^{1/2} = \frac{w_m a}{2} \quad \dots (4-13)$$

وبالتعويض عن $\rho = \frac{m}{a^3}$, $w_m = \left(\frac{4\alpha}{m} \right)$ من المعادلة (4-13) نحصل على

$$\alpha = a Y \quad \dots (4-14)$$

ومن الممكن الحصول على القيمة العددية لـ α من هذه المعادلة عند تعويض القيم النموذجية لـ Y, a إذا علمت ان $Y = 10^{11} \text{ dynes / cm}^2$, $a = 5 \times 10^{-8} \text{ cm}$

2-2-4 حدود الموجات الطويلة

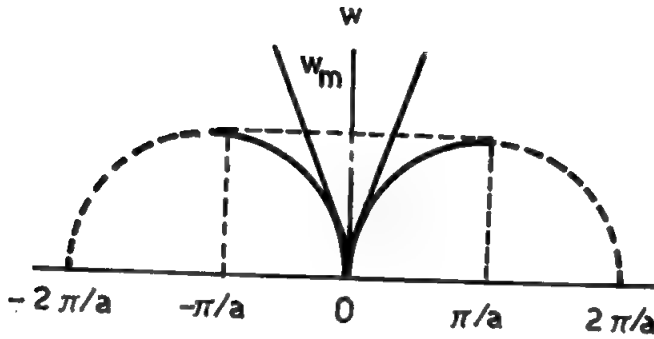
عند ازدياد قيمة q فان منحنى التفرق يبدأ يميل عن الخط المستقيم وينحني نحو الاسفل كما في الشكل (4-2). وأخيراً يصل المنحنى القيمة العظمى عند $q = \frac{\pi}{a}$ حيث يكون التردد حينئذ أعلى ما يمكن (w_m) والذي يمكن

$$w_m = \left(\frac{4\alpha}{m} \right)^{1/2}$$

إيجاد قيمته العددية من العلاقة

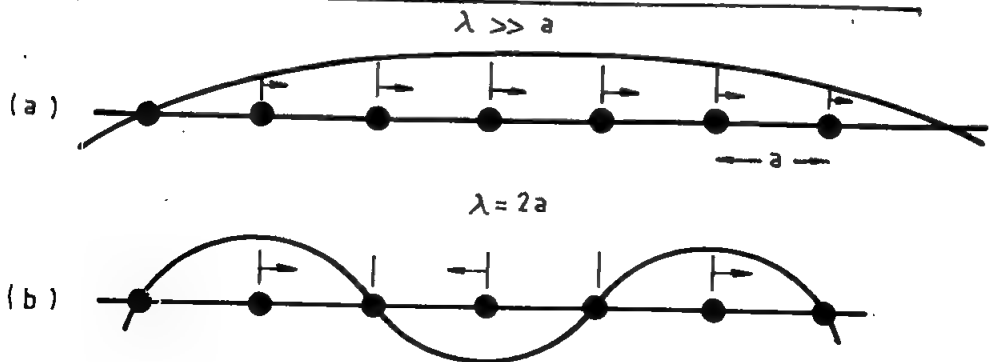
نلاحظ ان التردد w_m يعتمد على ثابت القوة بين الذرات α وكتلة الذرة المهتزة وكما هو متوقع لاي نظام متذبذب تذبذباً توافقياً بسيطاً. ويمكن إيجاد قيمة التردد

القصى w_m بتعويض القيمة العددية $\alpha = 5 \times 10^3 \text{ dyne/cm}$ والكتلة
 $w_m = 10^{13} \text{ s}^{-1}$ لذرة الهيدروجين مثلاً نجد ان $(m = 2 \times 10^{-24} \text{ g})$
 والتي تقع في حدود منطقة الترددات تحت الحمراء



الشكل (2-4) علاقة التفريق لشبكة احادية الذرات ولي بعد واحد

يمكننا فهم سلوك منحنى التفريق ضمن المدى $0 < q < \frac{\pi}{a}$ من خلال
 المناقشة التالية : عندما يكون العدد الموجي (q) صغيراً اي $\lambda \gg a$ فان
 الذرات تتحرك باتجاه واحد بنفس الطور كما هو مبين في الشكل (3-4). في
 الحالة تكون القوة المعيدة المؤثرة على الذرات بسبب جاراتها صغيرة وهذا هو سبب كون
 w صغيرة ايضاً .



شكل (3-4) (a) الازاحات الذرية في حدود الموجات الطويلة ($\lambda \gg 2a$)
 (b) الازاحات الذرية عند طول موجي ($\lambda = 2a$)

عندما تقترب قيمة (q) من الصفر فإن الطول الموجي (λ) يقترب من اللانهاية وهذا يعني ان الشبكية البلورية تتحرك كلها كجسم هلامي والتي تؤدي الى تلاشي القوة المعيدة . هذا يفسر كون $w = 0$ عندما $q = 0$. ولكن عندما $q = \pi/a$ ، اي $\lambda = 2a$ (الشكل 4-3b) فمن الممكن ان تلاحظ بأن الذرات المتجاورة تتحرك ونتيجة لذلك تكون القوة المعيدة والتردد اعلى مايمكن في هذه الحالة .

3 - 2 - 4 سرعة الطور وسرعة مجموعة الامواج

في النظرية الموجبة هناك نوعان من السرعة هما سرعة الطور (phase velocity) وسرعة المجموعة (group velocity) . لعلاقة التفريق الاعباطية فان سرعة الطور تتضح بالعلاقة (4-15) $v_{ph} = \frac{w}{q}$ حيث v_{ph} سرعة الطور وسرعة المجموعة تأخذ العلاقة التالية

$$v_g = \frac{\partial w}{\partial q} \quad \dots (4-16)$$

حيث v_g سرعة المجموعة

ان التمييز الفيزيائي بين هذين السرعتين هو ان v_{ph} سرعة انتشار موجة نقية ذات تردد معين (w) ومتجه موجي (q) بينما سرعة المجموعة تمثل سرعة النبضة (Pulse) والتي متوسط تردد لها w ومتجه الموجة (\vec{q}) وبما ان الطاقة والزخم تنقل عملياً بواسطة النبضات وليس الموجات النقية لذا فان سرعة المجموعة هي الأكثر أهمية فيزيائياً .

والآن نحاول ان نناقش سلوك سرعة الطور v_{ph} وسرعة المجموعة v_g للشبكية في حدود الموجات الطويلة والتي يكون فيها $w = v_s q$ ولذا فان

$$\frac{w}{q} = \frac{dw}{dq} = v_s = v_{ph} \quad \dots (4-17)$$

وتبقى سرعة المجموعة v_g وسرعة الطور v_{ph} متساويتين وهذه النتيجة متوقعة لان الموجات الطويلة مقاربة للمسافة البينية للذرات ولا تتأثر بعدم الترابط في الوسط .

حيث يساهم عدد كبير من الذرات في جميع الازاحات الموجية كما هو الحال دائماً في وسط مستمر لاحظ الشكل (4-3a)

مع ازدياد التردد فان سرعة الطور وسرعة المجموعة تختلفان عن بعضهما ، حيث تكون :-

$$v_g = \frac{dw}{dq} = v_{ph} \cos \frac{qa}{2} \quad \dots (4-18)$$

جدير بالملاحظة فانه كلما تقترب (q) من الصفر أو $\left(\frac{\pi}{a}\right)$ فان v_g تقترب من الصفر .

اما بالنسبة لسرعة الطور

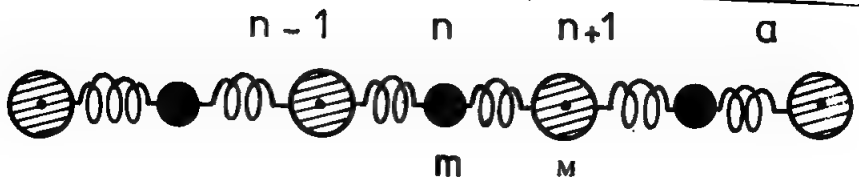
$$v_{ph} = \frac{w}{q} = \frac{2v_s}{qa} \sin \frac{qa}{2} \quad \dots (4-19)$$

فعندما تقترب q من الصفر فان سرعة الطور v_{ph} تقرب من سرعة الصوت

اما عندما تقترب (q) من $\left(\frac{\pi}{a}\right)$ فان v_{ph} تقترب من $\left(\frac{2v_s}{2}\right)$ ويما ان سرعة المجموعة تمثل انتقال النبضات او الطاقة لذا تكون $v_g = 0$ عند $q = \frac{\pi}{a}$ تعني عدم حدوث انتقال الطاقة في هذه الحالة . وهذه تناظر انعكاس براك عند حيود الاشعة السينية (لاحظ الشكل 4-4b) اي ان التردد $w \leq \frac{2v_s}{a}$ ينتشر في وسط مستمر ، ولكن نجد ان اطوال موجية اقصر من (2a) لا تنتشر في وسط مستمر .

3-4 اهتزاز الشبكة ثنائية الذرة في بعد واحد

والآن لنحاول دراسة شبكة ثنائية الذرة في بعد واحد ، لان اهتزاز هذا النوع من الشبكة له مميزات مهمة والشكل (4-4) يبين شبكة ثنائية الذرة ، حيث تحتوي وحدة الخلية على ذرتين كتلتها M, m (حيث $M > m$) والمسافة بينهما a ومثال على ذلك بلورة كلوريد الصوديوم والكتلتان المختلفتان هما كتلتا ذرتي الصوديوم والكلور .



الشكل 4-4 شبكة ثنائية الذرة في بعد واحد

ان حركة هذه الشبكة يمكن معاملتها بطريقة مماثلة الى حركه لشبكة احادية الذرة .
وبما ان هناك نوعين مختلفين من الذرات ، سوف نكتب معادلتين للحركة ، بالمناظرة
نحصل على

$$m \frac{d^2 U_{n+1}}{dt^2} = -\alpha (2U_{n+1} - U_{2n} - U_{2n+2}) \quad \dots (4-20)$$

$$M \frac{d^2 U_{2n+1}}{dt^2} = -\alpha (2U_{2n+2} - U_{2n+1} - U_{2n+3}) \quad \dots (4-21)$$

حيث n هو عدد صحيح يشير الى مواقع الذرات .
بحيث ان جميع الذرات التي كتلتها m اشير لها بالاعداد الفردية وتلك التي كتلتها
 M بالاعداد الزوجية . ولنفترض ان حل المعادلتين (4-20) ، (4-21) بأخذ
الصيغة التالية

$$\begin{aligned} U_{2n} &= A e^{i(q 2na - \omega t)} \\ U_{2n+1} &= B e^{i[q(2n+1)a - \omega t]} \\ U_{2n+3} &= A e^{i[q(2n+3)a - \omega t]} \end{aligned} \quad \dots (4-22)$$

والآن اذا عوضنا 4-22 في المعادلة (4-20) . وتبسيط المعادلة يمكن
الحصول على المصفوفة التالية :

$$\begin{vmatrix} 2\alpha - m\omega^2 & -2\alpha \cos(qa) \\ -2\alpha \cos(qa) & 2\alpha - M\omega^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (4-23)$$

وهذه هي معادلة مصفوفة مكافئة الى معادلتين من المعادلات الآتية لمجاهيل B, A
وبما ان المعادلتين هما آيتان يكون حلها صحيحاً فقط اذا كانت محدودة المصفوفة
تساوي صفراً . اي

$$\begin{vmatrix} 2\alpha m w^2 - 2\alpha \cos(qa) & \\ - 2\alpha \cos(qa) & 2\alpha - M w^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (4-24)$$

وهذه هي معادلة من الدرجة الثانية لـ w^2 ، والتي يمكن حلها بسهولة وبالشكل التالي

$$w^2 = \alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \mp \alpha \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(qa)}{mM}} \quad \dots (4-25)$$

وهذه هي علاقة التفريق للشبيكة ذات النوعين من الذرات وفي بعد واحد .
ان المعادلة 4-25 لها حلان ولكي نناقش حل هذه المعادلة لناخذ حالتين .

الحالة الاولى ، عندما يقترب (q) من الصفر فان المعادلة (4-25) تصبح

$$w^2 = \alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \mp \alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \quad \dots (4-26)$$

باخذ الاشارة السالبة نحصل

$$w_1^- = 0 \quad \dots (4-27)$$

وعندما نأخذ الاشارة الموجبة ، فان

$$w_2^{+2} = 2\alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)$$

$$w_2^+ = \sqrt{2\alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)} \quad \dots (4-28)$$

اما الحالة الثانية عندما يكون $q = \frac{n\pi}{2a}$

حيث (n) اعداد فردية وتساوي $n = 1, 3, 5 + \dots$ وبذلك فان الحد الذي
حتوي على (sin qa) في المعادلة (4-25) يصبح $\left(- \frac{4}{Mm} \right)$ او

$$w^2 = \alpha \left[\frac{m + M}{mM} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4}{Mm}} \right] \quad \dots (4-29)$$

$$w^2 = \alpha \left[\frac{m + M}{mM} \pm \frac{M - m}{mM} \right] \quad \text{أو}$$

باخذ الاشارة السالبة

$$w_3^- = \alpha \left[\frac{M + m}{mM} - \frac{M - m}{Mm} \right]$$

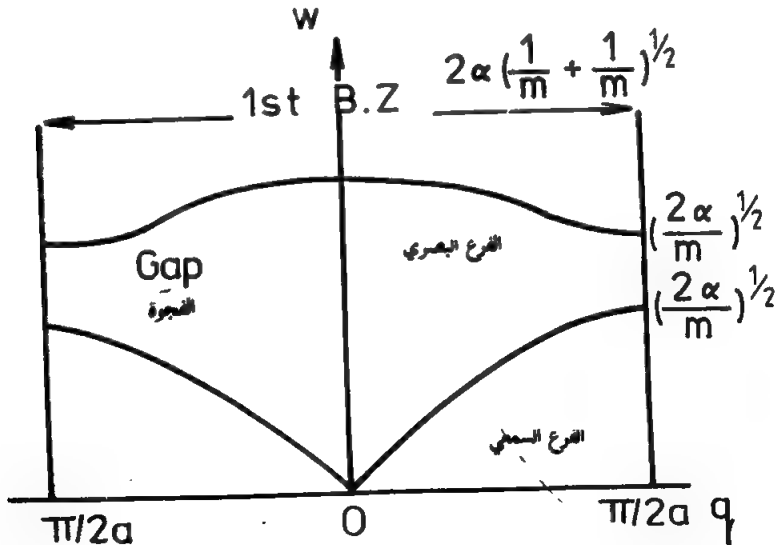
أو

$$w_3^- = \sqrt{\frac{2\alpha}{M}} \quad \dots (4-30)$$

وباخذ الاشارة الموجبة ، نحصل على

$$w_4^+ = \sqrt{\frac{2\alpha}{m}} \quad \dots (4-31)$$

ان نتائج المعادلات (4-27) ، (4-28) ، (4-30) ، (4-31) مبين في الشكل (4-5) فان الترددات المسموحة للانتشار تنشطر الى فرعين . حيث المنحنى الاسفل يتضمن الاشارة السالبة وهو الفرع السمعي ، بينما المنحنى



الشكل (4-5) الفرع البصري والسمعي لعلاقة التفريق لشبكة خطية ذات ذرتين مختلفتين (m - M)

الاعلى هو الفرع البصري (optical branch) . ان الفرع السمعي يبدأ عند النقطة $w = 0, q = 0$. وكلما زادت q فان w تزداد خطياً في البداية ، ولكن بعد

ذلك يقل معدل تغير w ويصبح اعلى قيمة لها عند $q = \frac{\pi}{2a}$ اي التردد $\left(\frac{2\alpha}{M} \right)^{1/2}$ وكذلك بالنسبة للفرع البصري ، فهو يبدأ عند $q = 0$ باقصى تردد

$$w_m = \left[2\alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \right]^{1/2}$$

ثم ينخفض ببطء ويتشعب عند $q = \frac{\pi}{2a}$ بتردد $\left(\frac{2\alpha}{m} \right)^{1/2}$. ان تردد هذا الفرع كما مبين من الشكل (4-5) لا يتغير بصورة كبيرة مع تغير q وغالباً يعتبر (q) ثابت تقريباً

اما مدى التردد بين قمة الفرع السمعي وأوطأ نقطة في الفرع البصري فهو تردد ممنوع ويعرف بـ الفجوة المحظورة (forbidden band) وعرض هذه الفجوة تعتمد على اختلاف كتلتي الذرتين . اما اذا تساوت الكتلتان فان الفرعين يتطابقان عند $q = \frac{\pi}{2a}$ ومن الجدير بالملاحظة ان منطقة بريليون (Brillouin zone) الاولى تمتد من $\left(-\frac{\pi}{2a} \right)$ و $\left(\frac{\pi}{2a} \right)$ مقارنة بشبكة احادية الذرة حيث تمتد منطقة بريليون الاولى من $-\frac{\pi}{a}$ الى $+\frac{\pi}{a}$

والآن لنسأل ماهي الفروقات الاساسية بين الفرع البصري والفرع السمعي . ولماذا سميا بذلك ؟

ان الفرق المميز بين الفرع السمعي والبصري يمكن ان يلاحظ بصورة واضحة عند $q = 0$ حيث من الممكن استخدام المعادلة (23-4) لايجاد النسبة A/B .

$$A (2\alpha \cos qa) + B (\omega^2 M - 2\alpha) = 0$$

وبالتعويض عن $w = 0$ (عندما تكون $q = 0$ يكون $w = 0$) للفرع السمعي نجد ان المعادلة تحقق فقط عندما $A = B$ وهذا يعني ان الذرتين في هذا الفرع تمتلكان سعة التذبذب نفسها وكذلك الطور نفسه او بعبارة اخرى ان الشبكة تتحرك كجسم هلامي حيث يتحرك مركز الثقل بالاتجاه الامامي والخلفي كما في الشكل (6-4)

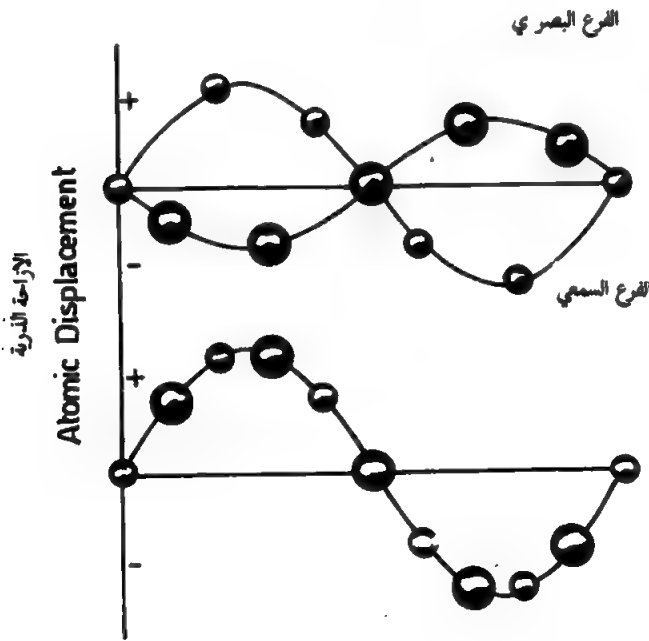
وبازدياد قيمة q فإن سعة التذبذب للذرتين لا تبقى متساوية تماماً ولكنهما يتحركان بالطور نفسه تقريباً. لايجاد النسبة بين B, A للفرع البصري وذلك بالتعويض عن

$$\omega = \left[2\alpha \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

في المعادلة (4-23) نجد ان

$$\frac{A}{B} = -\frac{m}{M} \quad \dots (4-33)$$

وهذا يعني ان التذبذب البصري يحدث بشكل بحيث ان مركز كتلة الخلية يبقى ثابتاً بينما تتحرك الذرات بفارق الطور π فيما بينها وكما هو موضح في الشكل (4-6).



الشكل (4-6) الازاحات الذرية في الفرع البصري (a) والفرع السمعي (b) لشبكة ثنائية الذرة ذات بعد واحد

وبزيادة q نجد ان تردد (اهتزاز) الذرات يتقص ولكن هذا التقصان ليس كبيراً لان الذرات تستمر بالاهتزاز بفارق الطور π تقريباً مع بعضها خلال جميع مدى تغير q

ان سبب تسمية الفرع الاعلى بالبصري (الشكل (4-5) هو ان تردد هذا الفرع

يتضح بالعلاقة $\omega_4 = \sqrt{\frac{2\alpha}{m}}$ وباستخدام القيم الحقيقية لـ α و m نجد ان هذا التردد بحدود 10^{13} هرتز وهذا التردد يقع في المنطقة تحت الحمراء . اما سبب تسمية الفرع السمي بهذا الاسم فيرجع الى العلاقة الخطية بين q, ω (المعادلة (4-11) في الترددات الواطئة ، حيث ثابت التناسب هو سرعة الصوت .

4-4 مراجعة في الميكانيك الاحصائي

ان نمط اهتزاز الذرات في البلورة معقد جداً وحساب الطاقة الكلية للبلورة بجمع طاقة كل ذرة على انفراد غير ممكن . ، اذا افترضنا ان النظام (البلورة) في حالة التوازن الحراري اي جميع ذراتها لها درجة حرارية متساوية فحينئذ من الممكن تطبيق بعض قوانين الميكانيك الاحصائي لحساب الاحتمالية النسبية (Relative probability) للجسيمة المهتزة في النظام او بعبارة اخرى ايجاد عدد الجسيمات التي من المحتمل ان تكون عند طاقة ϵ_1, ϵ_2 وهكذا .

ان دالة الاحتمالية $F(\epsilon)$ (probability function) والتي تدل عادة على احصائيات النظام ، تنقسم الى ثلاثة انواع من الدوال الاحتمالية على اساس نوع النظام المطبق عليه والجسيمات المكونة منها . ونراجع هنا باختصار الدوال الثلاثة دون اشتقاق هذه الدوال . يمكن ايجاد طرق اشتقاق هذه الدوال في اي كتاب (ميكانيك احصائي) وكذلك نناقش بعض خصائص هذه الدوال لاهمية استخدامها في مواضع مختلفة من الفصول القادمة .

ان جميع الانظمة الجسيمية التي تطبق عليها هذه القوانين الاحصائية تفترض عدم وجود اي تفاعل بين جسيمة وجاراتها اي ان حالة الطاقة (Energy state) لا ي جسيمة لا تتأثر بحالة الطاقة لجاراتها . وبصورة عامة يمكن تقسيم الانظمة الجسيمية ، على اساس تركيبها الجسيمي الى نوعين وهما : - انظمة تحتوي على جسيمات متميزة (distinguishable) وانظمة تحتوي على جسيمات غير متميزة

(indistinguishable) . والقصد بالتميز هنا هو ان كل ذرة يمكن ان تعين بواسطة المحاور الدالة على موقع الذرة

اما الالكترونات داخل المعدن عادة يعبر عنها بالموجات المتراسة (wave packet) والتي تمتد الى الفضاء المحيط وتتداخل مع موجة لجسيمة اخرى وهذه التداخل يجعل من الصعب التمييز بين جسيمين ولذا تعتبر الالكترونات جسيمات غير متمييزة . ان الانظمة التي تتكون من جسيمات متمييزة تتبع قانون ماكسويل بولتزمان للاحصاء أي :

$$F_{M.B} = A \exp (- \varepsilon / K_B T) \quad \dots (4 - 34)$$

اما الجسيمات الغير متمييزة فتتقسم الى نوعين . الجسيمات التي لها برم $\frac{1}{2} h$ (spin) (مثل الالكترونات - البروتونات ..) وتخضع لمبدأ الانفراد لباولي ان هذه الجسيمات تخضع لقانون فيرمي - للاحصاء اي ان

$$f_{F.D} = \frac{1}{\exp \{ (\varepsilon - \varepsilon_f) / K_B T \} + 1} \quad \dots (4 - 35)$$

حيث ε_f طاقة فيرمي . وتلعب هذه الدالة دوراً مهماً في نظرية الالكترونات الحرة . Free electron theory في المعادن والتي ستأتي الى شرحها في الفصل الخامس .

اما الجسيمات التي ليس لها برم $(S = 0)$ مثل (الفوتونات والفونونات) فتتبع قانون بوز - أينشتاين للاحصاء أي :

$$F_{B.E} = \frac{1}{\exp \{ (\varepsilon_f - \alpha) / K_B T \} - 1} \quad \dots (4 - 36)$$

وجدير بالملاحظة أنه عند امتلاك الجسم لطاقة عالية فأن كل من قانون فرمي ديراك - وبوز - أينشتاين يقتربان من قانون ماكسويل - بولتزمان الكلاسيكي . وتستخدم عادة هذا التقريب لتبسيط عمليات الحساسية الخاصة لهذه الاحصائيات .

اما الثوابت A, ε_f, α المذكور في المعادلات اعلاه على التوالي فيها ثوابت التعبير (normalizing parameter) وتحسب قيمة كل منها بحيث تكون قيمة احتمالية حالات الطاقة المسموحة للجسمية خلال النظام مساوية لواحد .

5 - 4 الفونونات

يمكن معالجة الاهتزازات الشبيكة التي تم ذكرها سابقاً بطريقة تختلف عن ذلك قليلاً حيث يمكن اعتبار الشبيكة البلورية متكونة من نظام جسي كير وبأمكانه أن ينبض بترددات مختلفة مثل حركة قطعة من الهلام (Jelly) . وقد افترضنا سابقاً أن هذه الترددات تولد من متذبذبات مستقلة ولكن النظام الجسي مي ككل يولد أيضاً الترددات الخاصة به دون الحاجة الى أي تأثير خارجي . وبما أن المتذبذبات تتفاعل نرى من الضروري أن نعبر عن الاهتزازات هذا النظام بأنماط مختلفة .

(Various modes) ضمن نظام معقد من الاهتزازات . ولكن يجب ان نطبق على هذا النظام قوانين ميكانيك الكم حيث ان طاقة النظام تزداد بكميات متقطعة من الطاقة تساوي $h\omega$. وهذا الكم من الاهتزاز يتضمن ازاحات لجميع الذرات المتذبذبة بدلاً من ازاحة للذرة الواحدة . بالمقارنة مع الفوتون (كم الطاقة الضوئية) نجد ان طاقة الاهتزاز تتضح بالعلاقة $\epsilon = h\Omega$ حيث Ω تردد الفونونات وهذا الكم من طاقة الاهتزاز يدعى بالفونون (Phonon) . وبما ان فونون هو موجة متحركة فهو يحمل زخمه الخاص به وبالمقارنة مع الفوتون فان زخم الفونون يتضح بالعلاقة $p = \frac{h}{\lambda}$. حيث λ هي الطول الموجي . وبكتابة $\Omega = \frac{2\pi}{q}$ حيث q عدد موجي فيكون زخم الفونون $p = hq$. كما نتصور ان الموجات الكهرومغناطيسية هي سبل من الفونونات . فنحن الان نرى ان الموجات الصوتية هي سبل من الفونونات التي تحمل طاقة وزخم الموجة . وان سرعة انتقال الفونون تساوي سرعة الصوت في الوسط .

بما ان الفونونات هي جسيمات غير متميزة لذا تتبع قانون بوز - اينشتاين 4-36 وان معدل عدد الفونونات في النمط عند التوازن الحراري يمكن ايجاده من العلاقة :

$$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp \{ (\hbar\omega/K_B T) - 1 \}} \quad \dots (4-37)$$

ان عدد الفونونات يعتمد على درجة الحرارة حيث عند $T = 0$ فان $\langle n \rangle = 0$ ولكن كلما زادت T تزداد $\langle n \rangle$ حيث $\langle n \rangle = K_B T / \hbar$ عند درجات الحرارة العالية . والجدير بالملاحظة هو ان الفونونات تولد ببساطة وذلك برفع درجة الحرارة وهكذا يكون عددها في النظام غير محفوظ not conserved ان فكرة الفونون وتفاعله مع اشكال الطاقة الاخرى كالاشعة السينية والنيوترونات والضوء يمثل حقلاً مهماً في دراسة فيزياء الحالة الصلبة .

6-4 كثافة الحالات في الوسط المستمر

لو افترضنا خطأً شبيكياً طوله كما في الشكل (4-7) ومثبت .
من طرفيه : يمكن أن نعبر عن الحركة الموجية لهذا الخط بالعلاقة التالية .

$$U = U_0 e^{iqx} \quad \dots (4-38)$$



شكل (4.7) حركة الموجات في خط شبيكي مثبت من الطرفين .

وقد حذف الحد الزمني نظراً لعدم أهميته في الموضوع الحالي . ولحل المعادلة 4-38 .
الشرط الحدودي نستخدم (boundary condition) ويحدد عادة بنوع الاضطراب
الخارجي المسلط على نهايتين الخط . فمثلاً عندما يتذبذب الجزء الداخلي للخط فقد
تكون النهايتان متحركتين أو ثابتتين . أن الشروط الحدودية التي تستخدمها هنا هي
الشروط الحدودية الدورية ونقصد بذلك أن نهايتين الخط مثبتة بحيث تكونا دائماً في
الوضع نفسه ويكون بذلك الخط وكأنه تحول الى شكل دائري بحيث ترتبط النهاية
اليمنى باليسرى كما في الشكل (4.8) . فإذا علمنا بأن طول الخط هو L فإن الصيغة
الرياضية للشروط الحدودية تكون

$$U(x) = U(x + L) \quad \dots (4-39)$$

حيث (L) عدد صحيح للاطوال الموجية في الدائرة . U هي حل للمعادلة (4-38) .
وإذا أخذنا أي نقطة اعتباطية على الدائرة كنقطة الاصل فسيكون لدينا .

$$U(x + L) = U_0 e^{iq(x+L)} = U_0 e^{iqx} \cdot e^{iqL} \quad \dots (4-40)$$

$$U(x) = U(x + L) \quad \text{ولكن}$$

$$U_0 e^{iqx} = U_0 e^{iqx} \cdot e^{iqL} \quad \text{وعليه}$$

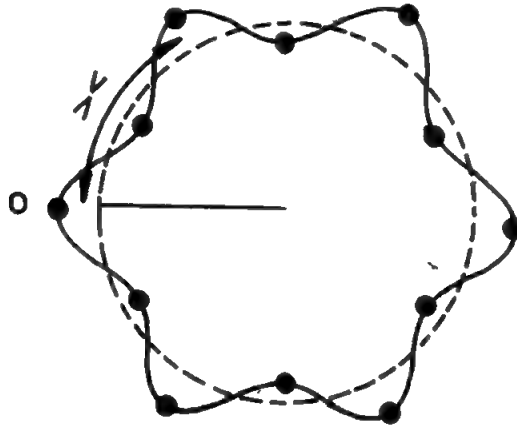
$$e^{iqL} = 1 \quad \text{وبذلك}$$

$$qL = 2\pi n \quad \text{ويكون هذا صحيحاً إذا}$$

$$q = \frac{2\pi n}{L} \quad \dots (4-41) \quad \text{أو}$$

حيث تكون القيمة المسموحة لـ n في معادلة (4-41) هي :

($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) . عندما ترسم هذه القيم على محور q تكون شبكة ذات نقاط متساوية البعد . وكلما يكون طول الخط كبير (المعادلة 4-4) يصبح مقدار التباعد صغيراً وذلك يمكن اعتبار النقاط شبه متصلة



الشكل (4 - 8) الشرط الحدودي الدوراني لخط الشبكة

أن كل نقطة في الشكل (4-9) تمثل نمطاً للاهتزاز . ولأن نحاول أن نجد عدد الأنماط المحصورة بين $q, q + dq$ نفرض ان تكون كبيرة بحيث ان النقاط شبه متصلة وهذا يكون صحيحاً بالطبع للأجسام الجاهرية (macroscopic) التي نتعامل نحن معها وبما أن المسافة بين النقاط هي $\frac{2\pi}{L}$ فإن عدد الانماط هو :

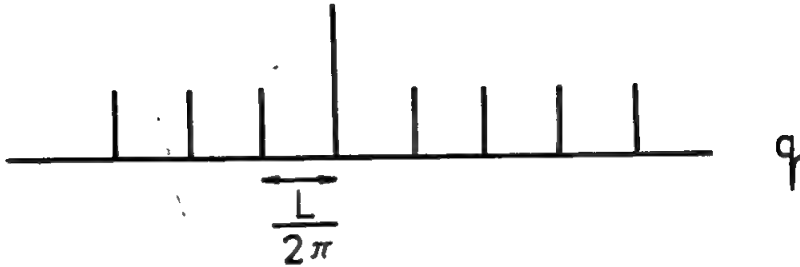
$$\frac{L}{2\pi} dq \quad \dots (4-42)$$

من الممكن بسهولة إيجاد عدد الأنماط الواقعة بين $\omega, \omega + d\omega$ تعرف كثافة الحالات (density of states) $g(\omega)$ بالعلاقة التالية :

$$g(\omega) d\omega = \frac{L}{2\pi} dq \quad \dots (4-43)$$

أو

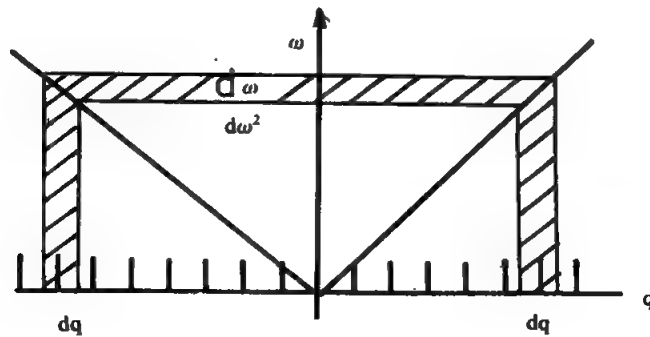
$$g(\omega) = \frac{L}{2\pi} \frac{dq}{d\omega} \quad \dots (4-44)$$



الشكل (4-9) القيم المسموحة لـ q في الشبكة الخطية

ونلاحظ من الشكل (4-10) أن عند حساب $g(\omega)$ يجب تضمين الانماط الواقعة في منطقة السالبة وكذلك الموجبة. حيث الأولى تمثل الموجات المتحركة نحو اليسار والثانية تمثل الموجات المتحركة نحو اليمين وهذا يعني ضرب العلاقة (4-44) بعامل مقداره 2 ، أي أن

$$g(\omega) = \frac{L}{\pi} \cdot \frac{1}{\frac{d\omega}{dq}} \quad \dots (4-45)$$



الشكل (4-10) علاقة التفريق تحتوي على الانماط الواقعة في منطقة q السالبة والموجبة

وهذه نتيجة عامة لكثافة الحالات لبعده واحد وتحت الشروط الحدودية ذات النهايتين المثبتين .

نلاحظ أن الكثافة الحالات $g(\omega)$ تتحدد بعلاقة التفريق (4 - 45) وبذلك

$$g(\omega) = \frac{L}{\pi} \cdot \frac{1}{v_s} \quad \dots (4-46)$$

وهذه تكون ثابتة ولا تعتمد على ω .

والآن نجد كثافة الحالات بثلاثة أبعاد . أن حل معادلة (4 - 47) بالمقارنة مع المعادلة (4 - 38) هي :

$$U = U_0 e^{i(q_x x + q_y y + q_z z)} = U_0 e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \quad \dots (4-47)$$

حيث q تمثل اتجاه انتشار الموجة وقيمتها يتناسب مع مقلوب الطول الموجي . مرة أخرى نطبق الشروط الحدودية الدورية . ولغرض التبسيط نأخذ نموذج مكعب أبعاده L وبأستخدام الشروط الحدودية الدورية فإن القيم المسموحة (q) يجب ان نحقق الشرط :

$$e^{i(q_x L + q_y L + q_z L)} = 1 \quad \dots (4-48)$$

أي أن القيم تمثل بالعلاقة :

$$q_x, q_y, q_z = \left(n \frac{2\pi}{L}, m \frac{2\pi}{L}, l \frac{2\pi}{L} \right) \quad \dots (4-49)$$

حيث أن l, m, n ثلاثة اعداد صحيحة

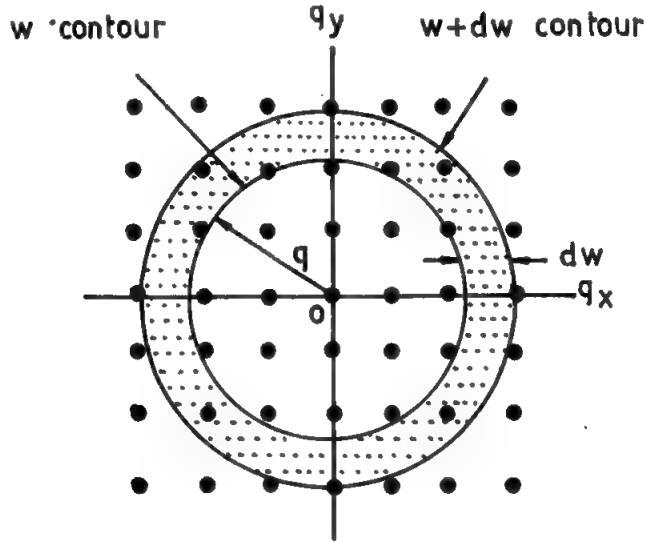
إذا رسمنا هذه القيم في فضاء q ، كما في الشكل (4 - 11) نحصل على شبكة ذات ثلاثة أبعاد . وأن كل نقطة من هذه الشبكة تمثل نمطاً في التذبذب وأن كل نقطة تشغل حجماً هو $\left(\frac{2\pi}{L} \right)^3$. وبما أن حجم النقطة الواحدة هو $\left(\frac{2\pi}{L} \right)^3$ لذا فإن عدد الانماط الكلية داخل كرة ذات نصف قطر q هو :

$$\left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 \cdot \frac{4\pi}{3} q^3 = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4\pi}{3} q^3 \quad \dots (4-50)$$

حيث $V=L^3$ وهذا هو حجم المكعب . وتشمل هذه المعادلة جميع الموجات .
وتكون q لها أقل من قيمة معينة وتنتقل الى جميع الاتجاهات . وبتفاضل المعادلة
(4 - 50) بالنسبة الى q نحصل على :

$$\frac{v}{(2\pi)^3} \cdot 4\pi q^2 dq \quad \dots (4-51)$$

وهي بذلك تعطي عدد الانماط في القشرة الكروية المحصورة بين q , $q + dq$ وكما
في الشكل (4 - 11) .



الشكل (4 - 11) القيم المسموحة لـ q للموجة تنتقل في ثلاثة ابعاد . القشرة الدائرية المظلمة تستخدم لحساب عدد الانماط

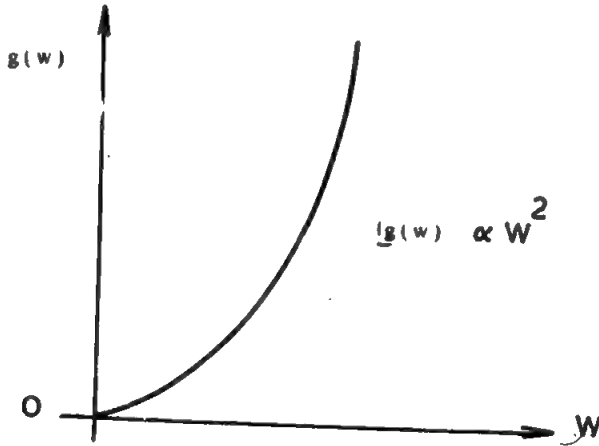
ان كثافة الحالات قد عرفت بحيث ان $g(\omega) d\omega$ تمثل عدد الأنماط التي
تردداتها يقع بين ω , $\omega + d\omega$ وهذا العدد يمكن أن نحصل عليه بتحويل المتغير من q الى ω
والذي يمكن أن يتم باستخدام علاقة الانتشار $\omega = v_s q$ ويمكن الحصول على

$$g(\omega) d\omega = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot 4\pi \left(\frac{\omega}{v_s} \right)^2 \cdot \frac{d\omega}{v_s} \quad \dots (4-52)$$

أن هذه العلاقة تعطي عدد النقاط بين سطح ذي تردد ثابت ω وآخر مماثل ذي تردد $\omega + d\omega$ في فضاء q وتكون هذه السطوح كروية ، والحجم بينهما هو القشرة الكروية المبينة في الشكل 4-11 وتمثل العلاقة (4-52) عدد النقاط في داخل القشرة طبقاً للمعادلة أعلاه فأن كثافة الحالات $g(\omega)$ تنضح بما يلي :

$$g(\omega) = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega^2}{V_s^3} \quad \dots (4-53)$$

ان الشكل 4-12 يبين رسم هذه الدالة مع ω حيث يلاحظ بان $g(\omega)$ تزداد مع ω^2 . خلافاً للحالة $g(\omega)$ في بعد واحد حينما تكون فيها $g(\omega)$ ثابتة . ان الزيادة في هذه الحالة هي انعكاس للحقيقة ان حجم القشرة الكروية (الشكل 4-12) يزداد مع q^2 وكذلك مع ω^2 حيث ان ω تتناسب مع q



الشكل (4-12) كثافة النمط في وسط مستمر في ثلاثة ابعاد

لقد سبق وان اعتبرنا ان لكل قيمة من قيم q نمطاً واحداً من التذبذب ولكن هذا غير صحيح في ثلاثة ابعاد حيث توافق كل قيمة لـ q موجة طولية واحدة وموجتين عرضيتين وبسرعة مختلفة لذا فان لكل قيمة من q علاقة التفريق للموجات الطولية والعرضية تكون مختلفة . اما اذا اهل هذا الاختلاف وافترض ان النمطين لهما

السرعة نفسها فيمكن الحصول على كثافة الحالات السكّلية من المعادلة (4 - 53) وذلك بضربها بالزخم ثلاثة اي

$$g(\omega) = \frac{3V}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega^2}{v_s^3} \quad \dots (4-45)$$

ونسستخدم هذه المعادلة في نموذج ديبياي للحرارة النوعية في البند (4 - 8 - 3) .

4 - 7 كثافة الحالات للشبيكة

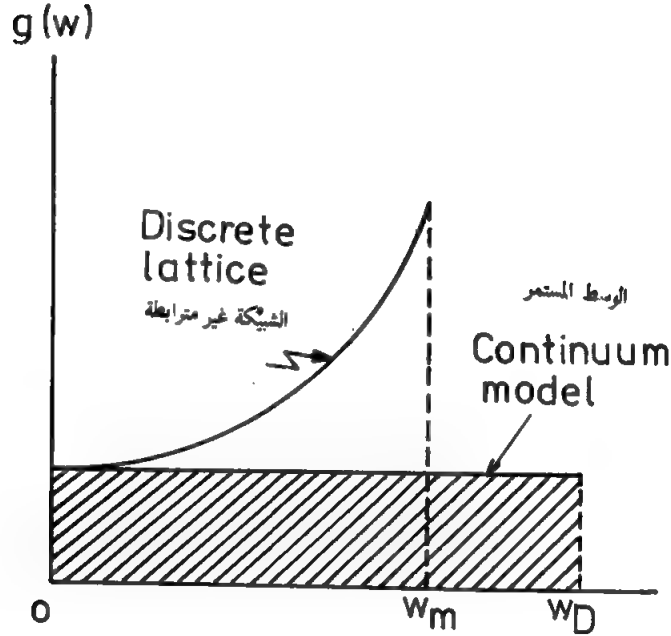
تعرف كثافة الحالات $g(\omega)$ بان $g(\omega)d\omega$ تمثل عدد الانماط في مدى التردد $\omega, \omega + d\omega$ وهذه الدالة تلعب دوراً مهماً في بعض الظواهر الفيزيائية المتعلقة باهتزازات الشبيكة وعلى الاخص الحرارة النوعية . في هذا البند سنناقش الدالة المناسبة للشبيكة الحقيقية (اي عندما تكون نقاط الشبيكة غير مترابطة) ومن الممكن استخدام هذه النتيجة للحصول على النتيجة الدقيقة للحرارة النوعية . لقد تم اشتقاق معادلة كثافة الحالات $g(\omega)$ لوسط مستمر في بعد واحد والمتمثلة بالمعادلة (4 - 44) واستخدمنا في اشتقاق هذه المعادلة علاقة التفريق (4 - 11) في حدود الموجات الطويلة ولكن باستخدام علاقة التفريق للشبيكة غير المترابطة والمتمثلة بالعلاقة (4 - 10) يمكن الحصول على العلاقة التالية

$$g(\omega) = \frac{2L}{\pi a \omega_m} \left[\cos \frac{qa}{2} \right]^{-1} \quad \dots (4-55)$$

الشكل 4 - 13 يبين العلاقة بين $g(\omega)$ و ω فهي تبدأ بقيمة معينة عند $\omega = 0$ ثم تزداد بازدياد ω وتصل الى اللانهاية عند $\omega = \omega_m$. عندما $\omega > \omega_m$ فان كثافة الحالات $g(\omega)$ تتلاشى لان هذه القيمة تقع خارج منطقة بريلون (Brilloun zone)

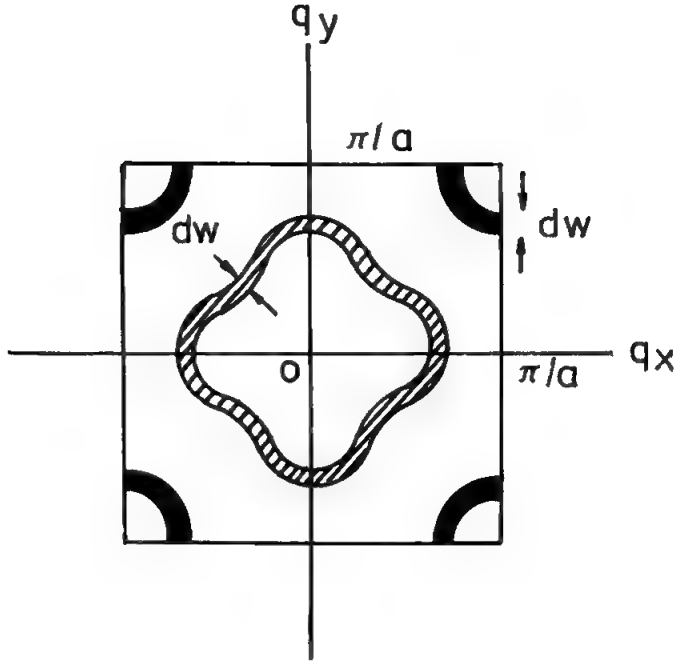
ان المسافة المظلمة تحت المنحني من الشكل (4 - 18) تمثل العدد الكلي للنمط والتي تساوي N . ويمكن ايجاد ذلك باجراء عملية التكامل على $g(\omega)$ فسي المعادلة (4 - 53) كذلك يوضح الشكل (4 - 13) كثافة الحالات للوسط المستمر وفي بعد واحد حيث اعلى تردد فيه يساوي ω_D والمعروف بتردد ديبياي Debye frequency . ان المساحة المخططة تساوي عدد نقاط الشبيكة N . لاحظ التغير في شكل $g(\omega)$ لحالة الشبيكة وعلى الاخص السلوك الانفرادي singularity

عند التردد ω_m حيث يرجع سبب ذلك الى حقيقة انه عند $\omega = \omega_m$ فان منحنى التفريق $\omega - q$ يصل حالة الاشباع saturation كما في الشكل (2-4) ونتيجة لذلك فان عدداً كبيراً من الانماط سوف تقع ضمن مدى صغير جداً من التردد .



الشكل (13-4) كثافة الحالات للشبكة ذات البعد الواحد للمقارنة بين كذلك كثافة الحالات للنموذج المستمر

ولايجاد $g(\omega)$ للشبكة ذات ثلاثة ابعاد من الممكن اتباع الطريقة المستخدمة في البند السابق لتصور z من فروع التردد . ونرسم الخطوط الكنتورية للتردد $\omega_j(\vec{q})$ و $\omega_j(\vec{q}) = \omega + d\omega$ كما مبين من الشكل (14-4) وبعد ذلك عدد الانماط المحصورة بين هذه السطوح يساوي $g_j(\omega) d\omega$ وبهذه الطريقة نجد $g_j(\omega)$ الشكل (14-4) يبين الخصائص العامة لدالة $g_j(\omega)$ عند الترددات الواطئة تزداد $g_j(\omega)$ بزيادة ω لان الانماط المتضمنة لهذا الجزء هي الانماط الصوتية ذات الامواج الطويلة . وكلما زاد ω اكثر تبدي دالة $g_j(\omega)$ بعض التراكيب حيث يتحدد بواسطة علاقة التفريق والتي بدورها تحدد شكل القشرة (shell) في الشكل (14-4) وبما ان علاقة التفريق تعتمد على ثابت القوة بين الذرات وهي بذلك تعتمد على نوع البلورة .



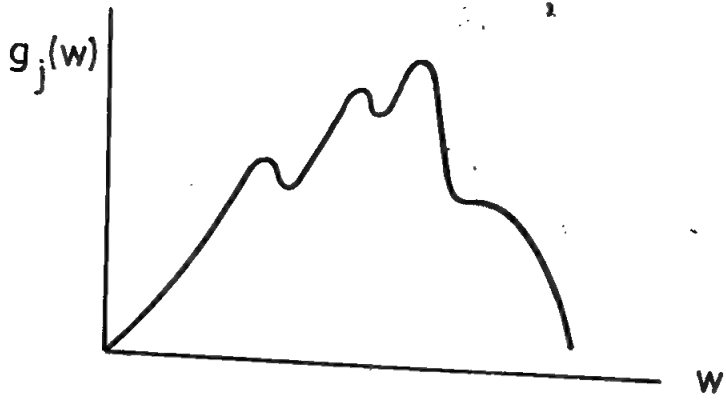
الشكل (4-14) تعداد عدد النمط للشبكة ذات ثلاثة أبعاد . المنطقة المظلمة تمثل القشرة الواقعة داخل منطقة بريليون
أما المنطقة ، نداكنة فيوضح الحالة عندما تكون الترددات عالية بحيث كتور التردد تقاطع منطقة
بريليون .

وعند تردد معين تبدأ $g_j(\omega)$ بالانخفاض سريعا وتتلاشى أخيرا تماما ويمكن فهم ذلك بالرجوع الى الشكل (4-14) عند بعض الترددات تبدأ القشرة بالتقاطع مع حدود نطاق بريليون وعندما يحدث ذلك يقل عدد الانماط داخل القشرة أي عندما يكون نصف قطر القشرة كبيرة بقدر كاف لكي تقع القشرة خارج نطاق بريليون كليا فان كثافة الحالات $g_j(\omega)$ تتلافي تماما .

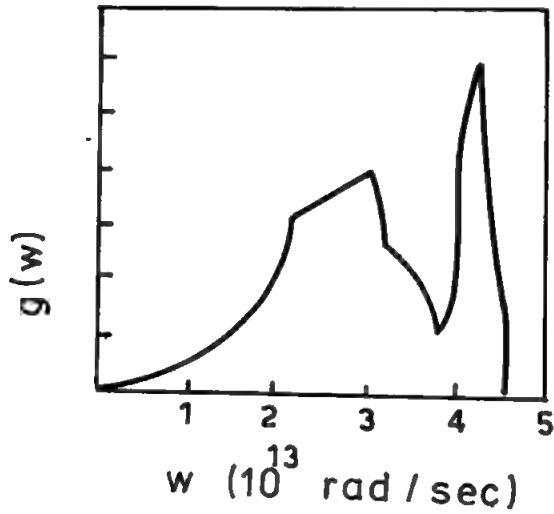
ولاييجاد الكثافة الكلية للحالات $g(\omega)$ يجمع كثافة الحالات المنفردة أي

$$g(\omega) = \sum g_j(\omega) \quad \dots (4-56)$$

الكثافة الكلية $g(\omega)$ تبدي السلوك المميز في الشكل (4-15) وتظهر بعض التراكمات المعقدة بسبب تداخل الفروع المختلفة . الشكل (4-16) يبين كثافة الحالات للنحاس حيث وجد بطريقة استطارة النيوترونات .



شكل (4-15) المنحنى النموذجي لكثافة الحالات



الشكل (4-16) كثافة الحالات الكلية $g(w)$ مقاسة بطريقة استدارة النيوترونات

4-8 الحرارة النوعية

تنضج الحرارة النوعية (C) عادة بالعلاقة

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

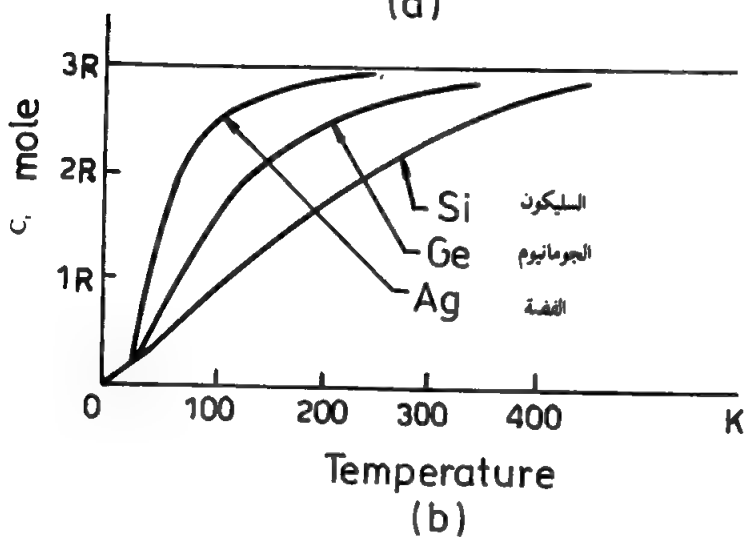
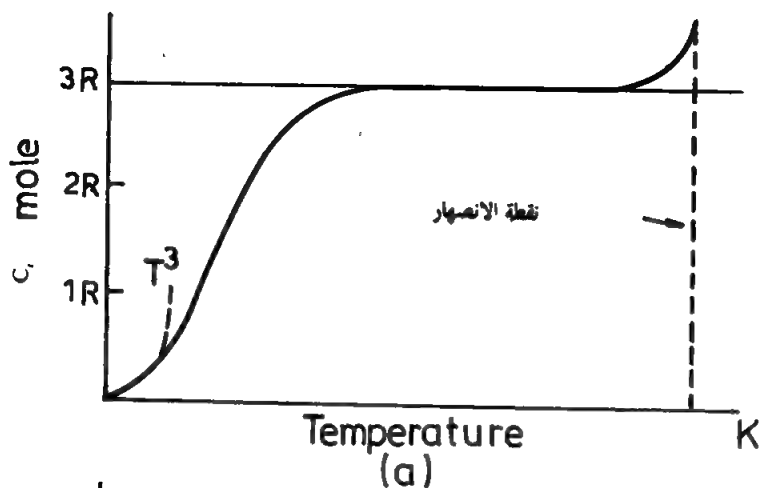
حيث ΔQ هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة مول واحد بمقدار ΔT . اذا اجريت العملية تحت حجم ثابت كما هي الحالة في المواد الصلبة ، فان $\Delta Q = \Delta E$ حيث ΔE هي الزيادة الحاصلة في الطاقة الداخلية للمادة الصلبة . لذلك يمكن التعبير عن الحرارة النوعية بالصيغة الرياضية التالية .

$$C_r = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_r \quad \dots (4-57)$$

تعتمد الحرارة النوعية C_r للمواد الصلبة على درجة الحرارة لتلك المادة والشكل (4-17a) يبين السلوك العام لتغير الحرارة النوعية مع درجة الحرارة اما الشكل 4-17b فيوضح الحرارة النوعية التجريبية لثلاث مواد مختلفة ان تغير الحرارة النوعية مع درجات الحرارة الموضحة في الشكل (4-17a) هي الشكل العام لجميع المواد الصلبة تقريبا ، والاختلاف الوحيد بينها يظهر في درجات الحرارة الواطئة . ويمكن تلخيص الحقائق التجريبية الخاصة بالحرارة النوعية في النقاط التالية

1- عند درجات الحرارة العالية اي اعلى من درجة حرارة الغرفة فان الحرارة النوعية لا تعتمد على درجة الحرارة وتساوي (3R) حيث R يمثل الثابت العام للغازات ويساوي 25 جول / مول . كلفن .

2- كلما قلت درجة الحرارة فان الحرارة النوعية تقل بصورة واضحة لاحظ الشكل (4-17a) وتقترب من الصفر . ففي درجات الحرارة الواطئة والقريبة من الصفر المطلق تتناسب الحرارة النوعية مع T^3 في العوازل ومع T في المعادن . ان التفسير النظري لهذه الحقائق التجريبية كان من اهم المشاكل النظرية في بداية هذا القرن . في هذا البند نحاول ان نستعرض النماذج النظرية الموضوعة لتفسير تغير الحرارة النوعية مع درجة الحرارة :



الشكل (4-17) الشكل العام لتغير الحرارة النوعية مع درجات الحرارة .
 - المنحنى التجريبي للحرارة النوعية للفضة Ag ، واجرمانيوم Ge والسليكون Si

4-8-1 النموذج الكلاسيكي

الطريقة المستخدمة لوصف المادة الصلبة في هذا النموذج هي ان كل ذرة مرتبطة بجاراتها بقوة توافقية (harmonic force) حيث عند تسخين المادة الصلبة فان الذرات تتذبذب حول مواقعها ويمكن تصور المادة وكأنها مجموعة من المتذبذبات المتحركة ومعدل الطاقة الحركية للمتذبذب تعطي بالعلاقة التالية

$$E = K_B T \quad \dots (5-57)$$

حيث K_B هو ثابت بولتزمان . ان معدل الطاقة للذرة الواحدة باعتبارها متذبذباً ذات ثلاث ابعاد هي $3K_B T$ وبذلك فان الطاقة الكلية لمول واحد من الصلب هي

$$E = 3N_A K_B T \quad \dots (4-58)$$

حيث N_A هو عدد افوكادرو . وعند التعويض عن $R = N_A K_B$ حيث R ثابت الغازات وبتفاضل المعادلة (4-58) نحصل على

$$C_p = 3R \quad \dots (4-59)$$

وتعرف هذه النتيجة بقانون ديلونك - بيت (Doloung-Pitit) وهذا القانون يحقق النتائج العملية عند درجات الحرارة العالية ولكن هذه النظرية تفشل تماماً عند درجات الحرارة الواطنة حيث ان الحرارة النوعية تعتمد على درجات الحرارة بصورة كبيرة .

4-8-2 نموذج آينشتاين

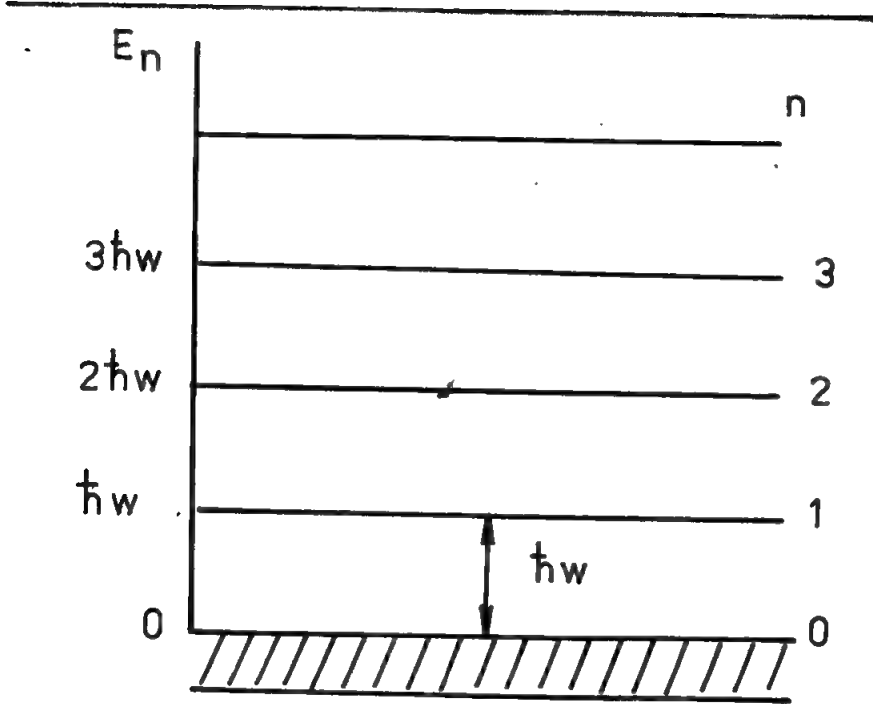
في هذا النموذج تعامل الذرات على انها متذبذبات مستقلة (independet oscillators) وتوضح طاقة المتذبذب بالميكانيك الكم وليس بالصيغة الكلاسيكية وطبقا لقانون ميكانيك الكم فان طاقة المتذبذب تكون بكمات متقطعة . اي

$$E = nh\nu \quad \dots (4-60)$$

حيث n هي اعداد صحيحة موجبة او صفرو ν هي تردد المتذبذب هكذا فان طاقة المتذبذب مكبمة وعندما $n = 0$ تمثل الحالة الدركية (ground state) فان الطاقة المتوقعة لهذه الحالة تساوي صفر ($E=0$) ولكن في الحقيقة ان المتذبذبات تتذبذب حتى عند هذه الحالة ولها طاقة قدرها $\frac{1}{2} h\nu$ وتسمى طاقة نقطة الصفر (Zero-point enery)

وبما ان اعتماد هذه الطاقة على درجة الحرارة فيمكن اهمالها في مناقشة الحرارة النوعية

عندما يكون المتذبذب في حالة متهيجة وذلك بارتفاع درجة الحرارة يحدث طيف متقطع منتظم المسافات كما في الشكل (18 - 4)



الشكل (18 - 4) طيف طاقة الاهتزاز لمتذبذب ذي بعد واحد وفق نظرية ميكانيك الكم

ان المعادلة (60 - 4) تمثل طاقة متذبذب مستقل ومعزول ولكن المتذبذبات الذرية في الحالة الصلبة ليس معزولة حيث انها تتبادل الطاقة مع جاراتها باستمرار ومعدل قيمتها عند التوازن الحراري يتضح باجراء عملية التجميع على طاقة المتذبذبات بدلا من عملية التعامل المستخدمة في الاحصاء الكلاسيكي وكما يلي :

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{n=\infty} E_n e^{-E_n / K_B T}}{\sum_{n=0}^{n=\infty} e^{-E_n / K_B T}} \quad \dots (4 - 61)$$

ان الدالة الاسية $e^{-E/K_B T}$ هي عامل بولتزمان والذي يعطي احتمالية كون مستوى الطاقة E_n مشغولا . لقد ادخلنا عملية الجمع الكلي (Σ) في المقام للتعبير (normallization) فقط . بالتعويض عن $E = nh\omega$ و $x = \frac{h\omega}{K_B T}$ في الطرف الايمن من المعادلة (4 - 61) نحصل على

$$h\omega \sum_n e^{-nx} / \sum e^{-nx}$$

وعليه يمكن كتابة هذه المعادلة على شكل التفاضل التالي

$$- h\omega \frac{d}{dx} [\log \sum_n e^{-nx}]$$

والجمع الكلي داخل القوس هو سلسلة هندسية وتعطي النتيجة التالية :

$$- h\omega \frac{d}{dx} [\log \sum_n e^{-nx}] = h\omega \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{h\omega}{e^x - 1}$$

لذا فان معدل الطاقه للمتذبذب وفق نظرية اينشتاين هو

$$\langle E \rangle = \frac{h\omega}{e^{h\omega/K_B T} - 1} \quad \dots (4 - 62)$$

وبذلك فان معدل عدد الفوتونات هو

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{h\omega/K_B T} - 1} \quad \dots (4 - 63)$$

ان المعادلة الاخيرة هي الصيغة التي استخدمها بلانك في نظريته عن اشعاع الجسم الاسود. ان فكرة تكميم الطاقة استخدم لأول مرة من قبل اينشتاين لمعالجة نظرية الحرارة النوعية .

من الممكن الان ايجاد الطاقة الكلية للمادة الصلبة باعتبار ان كل ذرة لها ثلاث درجات حرة من التذبذب وبذلك يكون مجموع المتذبذبات $3N_A$ اي ان معدل الطاقة الكلية للنظام هو

$$\langle E \rangle = 3N_A \frac{h\omega_E}{e^{h\omega_E/K_B T} - 1} \quad \dots (4 - 64)$$

حيث استخدمنا ω_E ، تردد اينشتاين لتعرف التردد المميز للمتذبذبات . ومن الممكن الان ايجاد الحرارة النوعية بتفاضل هذه العلاقة والحصول على

$$C_v = 3R \left(\frac{h\omega_E}{K_B T} \right)^2 \frac{e^{h\omega_E/K_B T}}{(e^{h\omega_E/K_B T} - 1)^2} \quad \dots (4-65)$$

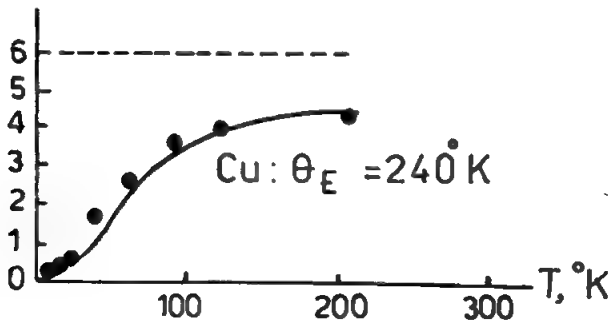
وهذه المعادلة يمكن ان تبسط باذخال درجة حرارة اينشتاين θ_E حيث $\theta_E = \frac{h\omega_E}{K_B T}$ وبذلك نحصل على العلاقة (4-65) الى

$$C_v = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{(e^{\theta_E/T} - 1)^2} \quad \dots (4-66)$$

ان هذا النموذج يتفق مع النتائج التجريبية على الاقل وصفيًا وعلى مدى جميع درجات الحرارة فنلاحظ عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر فان السعة الحرارية تقترب من الصفر ايضا وهي من المميزات التي تفتقر اليها النظرية الكلاسيكية .

ان درجة اينشتاين θ_E في المعادلة (4-66) قد اختيرت للحصول على توافق بين النتائج النظرية والنتائج التجريبية وعلى مدى جميع درجات الحرارة والشكل (4-19) $\theta_E = 240 \text{ K}$ بين مدى تطابق هذا النموذج مع النتائج التجريبية للنحاس حيث وجد ان

أن هذا التوافق بين النتائج العملية والنظرية وعلى هذا المدى في درجات الحرارة بتغير عامل (θ_E) فقط يعتبر نتيجة جيدة وجدير بالملاحظة هنا أنه من الممكن حساب



الشكل (4-19) تغير الحرارة النوعية للنحاس مع درجة الحرارة .
النقاط تمثل النتائج التجريبية والمحني يمثل معادلة اينشتاين

تردد أينشتاين ω_E بمجرد ايجاد قيمة θ_E فمثلاً عند ما تكون $\theta_E = 240\text{ K}$ فإن التردد $\omega_E = K_B \theta_E h$ ويكون في حدود 2.5×10^{13} هرتز والذي يقع في منطقة تردد الاشعة تحت الحمراء ونحاول الان اختيار نموذج أينشتاين في حدود درجات الحرارة العالية ودرجات الحرارة الواطئة .

في حدود درجات الحرارة العالية أي عندما تكون $\frac{\theta_E}{T} < 1$ وهذا يعني أن

$$e^{\theta_E/T} - 1 = 1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots$$

وبالتعويض عن هذه المعادلة في المعادلة (4 - 66) نحصل على

$$C_v = 3R \quad \dots (4 - 67)$$

وهذه تتفق مع النتيجة الكلاسيكية
اما في درجات الحرارة الواطئة أي عندما $\frac{\theta_E}{T} \gg 1$ فإن $e^{\theta_E/T} \gg 1$ وبذلك تختزل معادلة أينشتاين الى

$$C_v = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 e^{-\theta_E/K_B T} \quad \dots (4 - 68)$$

والواضح من العلاقة الاخيرة أن الحرارة النوعية تقترب من الصفر أسياً وتصبح صفراً عندما تكون $T = 0\text{ K}$.

بالرغم من أن الحرارة النوعية تقترب من الصفر عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق فإن الطريق التي تقترب بها الى الصفر لا تتفق مع النتائج التجريبية في معادلة أينشتاين أن الحرارة النوعية تقترب من الصفر أسياً بينما يبين النتائج التجريبية أن الحرارة النوعية تقترب من الصفر كدالة لـ T^3 . وهذه في الحقيقة نقطة الضعف في نموذج أينشتاين والتي عولجت من قبل العالم ديباي (Debye) .

3-4 نموذج ديبي

افترض أينشتاين في نموذجة أن ذرات المادة الصلبة تذبذب بصورة مستقلة عن بعضهما البعض ولكن فكرة الاستقلالية في التذبذب هنا ليس فكرة عملية لان الذرات تتفاعل وحركة ذرة ما تؤثر على جاراتها وحركة هذه الذرات بدورها تؤثر على جاراتها وهكذا بحيث أن حركة احدى الذرات اينما كانت في المادة الصلبة تؤثر على جميع الذرات الاخرى الموجودة لذلك من المناسب اعتبار حركة الشبكة ككل وليس ذرة معينة مستقلة كما افترض من قبل أينشتاين .

- أن المثال الواضح لاهتزاز البلورة ككل هو الموجات الصوتية عندما تنتشر موجة صوتية في جسم صلب ما ، فإن الذرات لا تتذبذب باستقلالية بل تنسق حركتها بحيث أن جميع الذرات تتحرك بالسرعة نفسها بعلاقة طورية ثابتة اي انها تخضع لعلاقة الانتشار $(\omega = V_s q)$

أن استخدام هذه العلاقة لحساب الحرارة النوعية يعني أن تردد اهتزاز الشبكة يغطي مدى واسعاً من القيم لانه كلما يتغير قيمة q يتغير ω وهذا على عكس نموذج أينشتاين والذي يفرض فيه قيمة واحدة للتردد . أن أوطأ تردد في نموذج ديبي هو $\omega = 0$ والذي يقابل طول الموجي $\lambda = \infty$.

أن افترض علاقة الانتشار الصوتي اعلاه على موجات الشبكة هو افتراض تقريبي لان هذه الفرضية تهمل عدم الترابط الموجود في الشبكة وتطبق هذه الفرضية بصورة جيدة على الموجات الطويلة حيث يكون تأثير عدم الارتباط غير مهم ولكن عندما تكون الاطوال الموجية قصيرة الى حد يمكن مقارنتها بالمسافة البينية للذرات فإن الفرضية غير صحيحة .

لنحسب الان الحرارة النوعية على أساس نموذج ديبي .

ان كل نمط يكافيء متذبذباً توافقاً معدل طاقته تنضج بالعلاقة (4 - 62)
لذا فان مجموع طاقة التذبذب لكل الشبكة تنضج بالعلاقة .

$$U = \int_0^\infty E > g(\omega) d\omega \quad \dots (4 - 69)$$

حيث تجري عملية التكامل على جميع الترددات المسموح بها .

فأن $g(\omega)$ تمثل دالة كثافة الحالات و $g(\omega)d\omega$ هو عدد الانماط في مدى $\omega, \omega + d\omega$ و $\langle E \rangle$ معدل الطاقة لكل نمط من الانماط المتذبذبة أو بتعبير آخر فقد عامل ديباي الشبكة المتذبذبة على شكل مجاميع من النمط (collective modes) .
تذبذب بصورة مستقلة عن بعضها الاخر كما لو أنها وسط مستمر . اذا عوضنا عن قيمة $g(\omega)$ من المعادلة (4 - 53) ، $\langle E \rangle$ من المعادلة (4 - 62) فإن مجموع الطاقة الكلية يتضح بالعلاقة التالية :

$$U = \frac{3V}{2\pi^2 V_s^3} \int_0^{\omega_D} \omega^2 \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} d\omega \quad \dots (4-70)$$

ولاجراء عملية التكامل على المعادلة (4 - 70) علينا ان نعرف الحدود الدنيا والعليا لطيف التردد . أن الحد الادنى هو $\omega = 0$ أما التردد الاعلى (ω_D) فقد حدد من قبل ديباي ، حيث افترض أن العدد الكلي للانماط المتذبذبة يجب أن يساوي عدد الدرجات الحرة لجميع ذرات المادة الصلبة وهذا العدد يساوي $3N_A$ لان كل ذرة تملك ثلاث درجات حرة ويمكن أن نعبر عن هذا بدلالة كثافة الحالات كمايلي :

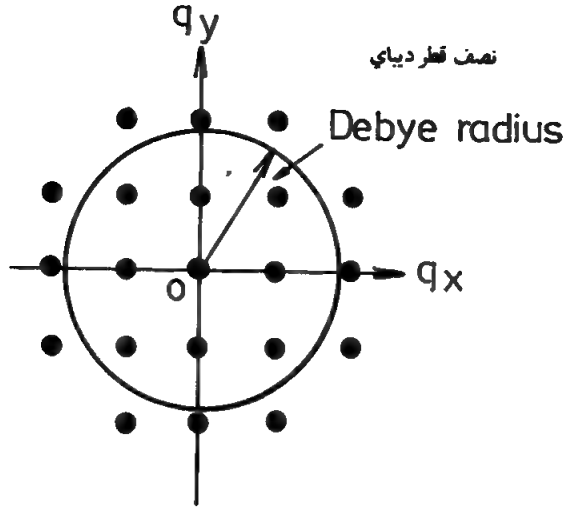
$$\int_0^{\omega_D} g(\omega) d\omega = 3N_A \quad \dots (4-71)$$

حيث ω_D تردد القطع . (cut off frequency) وسمى بتردد ديباي . يمكن ايجاد تردد ديباي ω_D وذلك بالتعويض عن $g(\omega)$ من المعادلة (4 - 53) في المعادلة (4 - 71) واجراء عملية التكامل نحصل على :

$$\omega_D = V_s (6\pi^2 n)^{1/3} \quad \dots (4-72)$$

حيث $n = \frac{N_A}{V}$ يمثل تركيز الذرات في المادة الصلبة .

ويمكن أيضاً اشتقاق المعادلة (4 - 72) هندسياً وذلك يرسم الخطوط الكتورية التي تمثل تردد ديباي ω_D في فضاء \vec{q} فنحصل على كرة تتضمن عدداً من نقاط \vec{q} تساوي N_A لاحظ الشكل (4 - 20) .



الشكل 20 - 4 كرة ديباي

أخذين بنظر الاعتبار أن كل نقطة داخل هذه الكرة تمثل ثلاثة أنماط أحدها طولي واثنان عرضيان وبذلك يكون عدد الأنماط $3N_A$ ويسمى هذا الشكل بكرة ديباي وقطرها يسمى بقطر ديباي (q_D) وبما أن عدد النقاط داخل الكرة هو

$$\frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4\pi}{3} q_D^3$$

وعليه فإن نصف قطر الكرة q_D يجب أن يحقق .

$$\frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4\pi}{3} q_D^3 = N_A$$

بحل هذه المعادلة يمكن الحصول :

$$q_D = (6\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}$$

... (4 - 73)

ويمكن الآن حساب تردد ديباي ω_D وذلك بالتعويض عن q_D في المعادلة (4 - 72) .
لنرجع إلى حساب الطاقة الكلية للنظام مستخدماً العلاقة :

$$U = \frac{3V}{2\pi^2 V_s^2} \int_0^{\omega_D} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1} d\omega \quad \dots (4 - 74)$$

والان بالتعويض عن $\frac{V}{V_x}$ من المعادلة (4 - 72) يمكن الحصول على

$$U = \frac{9N}{\omega_D^3} \int_0^{\omega_D} \frac{h\omega^3}{e^{h\omega/KT} - 1} d\omega \quad \dots (4 - 75)$$

من الممكن تبسيط هذه المعادلة وذلك بأدخال درجة الحرارة θ_D المعروفة بدرجة حرارة ديبي (Debye temperature) والتي تكون عندها معدل الطاقة الحرة الكلية للمتذبذب تساوي كمية من الطاقة مقدارها $h\omega_D$ أي $K_B \theta_D = h\omega_D$ وبالتعويض عن قيمة $x = \frac{h\omega}{K_B T}$ وكذلك $x_{\max} = \frac{\theta_D}{T}$ في المعادلة 4 - 75 نحصل على

$$U = (9NK_B T^4 / \theta_D) \int_0^{x_{\max}} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \quad \dots (4 - 76)$$

$$U = 9RT \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 f \left(\frac{\theta_D}{T} \right)$$

حيث $f \left(\frac{\theta_D}{T} \right)$ تعرف بدالة ديبي . لنناقش معادلة ديبي عند درجات الحرارة العالية ان عندما $T \gg \theta_D$ أي $\frac{\theta_D}{T} \ll x \ll 1$ وبذلك فان المعادلة (4 - 75) تصبح .

$$U = 9RT \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots}$$

$$= 9RT \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\theta_D}{T} \right)^3 - \frac{1}{8} \left(\frac{\theta_D}{T} \right)^4 \right]$$

وعليه فإن :

$$U = 3RT$$

$$C_v = 3R$$

وهذه النتيجة مطابقة لنتيجة النظرية الكلاسيكية .

أما عندما تكون درجة الحرارة واطئة أي أن $T < \theta_D$ فإن $x \gg 1$ و $\frac{\theta_D}{T} \gg x$ وهذا يعني أن الحد الأعلى للتكامل في دالة ديبي يمكن أن يصبح اللانهاية أي

$$f\left(\frac{\theta_D}{T}\right) = \int_0^x \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

لذا فإن الطاقة الكلية للنظام هي :

$$U = \frac{9}{15} \pi^4 RT \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad \dots (4-76)$$

وكذلك الحرارة النوعية في درجة الحرارة الواطئة هي :

$$C_v = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad \dots (4-78)$$

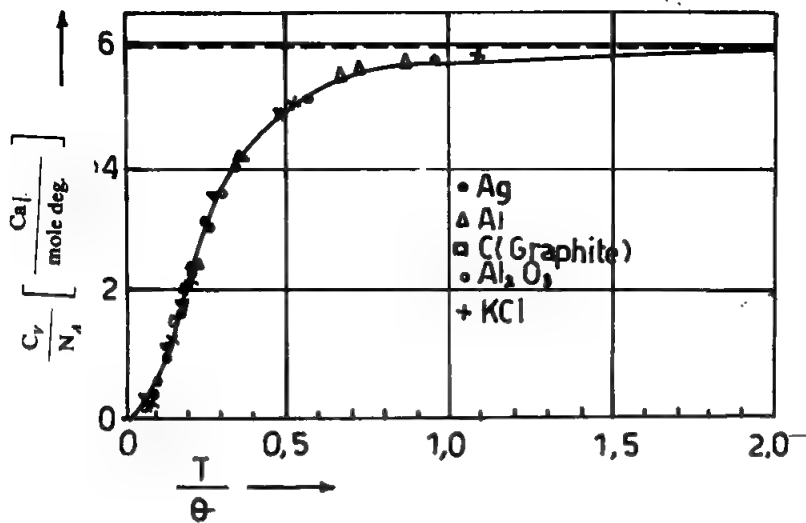
وهذه المعادلة تعرف بقانون ديبي .

ان نموذج ديبي يتفق بصورة جيدة مع النتائج التجريبية في درجات الحرارة الواطئة ($T < \frac{\theta_D}{12}$) وكذلك في درجات الحرارة العالية ($T > \theta_D$) ولكنه لا يتفق بصورة جيدة مع النتائج التجريبية في درجات الحرارة المتوسطة .

وفقا لنموذج ديبي فان العلاقة بين الحرارة النوعية ودرجة الحرارة لجميع المواد الصلبة يمكن ان تمثل بمنحني عام . ويمكن الحصول على هذا المنحني بتقسيم الحرارة النوعية على عدد نقاط الشبكة في وحدة الخلية للمادة الصلبة . ثم رسمه مع درجة الحرارة المختزلة $\left(\frac{T}{\theta_D}\right)$. والمثال على ذلك ، عند مقارنة الحرارة النوعية لعنصر الصوديوم مع مركب كلوريد الصوديوم نجد ان

$$\frac{C_v}{N_A} = (Na) = \frac{C_v}{2N_A} (NaCl)$$

حيث مول واحد من الصوديوم يحتوي على N_A من نقاط الشبكة ومول واحد من $NaCl$ يحتوي على $2N_A$ من نقاط الشبكة . لقد اختبرت هذه الحقيقة عملياً للعناصر والمركبات المختلفة كما هي موضحة في الشكل (22 - 4) ولوحظ ان هذه النتائج تبقى صحيحة .



الشكل (4-22) تغير الحرارة النوعية مع درجة الحرارة المختزلة لخمس مواد مختلفة .

من الممكن ايجاد درجة ديباي θ_D عملياً وذلك باستخدام المعادلة التالية

$$\theta_D = (6\pi n)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\hbar}{K_B} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad \dots (4-79)$$

حيث Y هو معامل يونك للمطاوعة و ρ كثافة المادة الصلبة وباستخدام $\rho = nM$ يكون لدينا

$$\theta_D \propto \sqrt{\frac{Y}{M}}$$

حيث M كتلة ذرة المادة الصلبة وبذلك فان θ_D تعتمد على معامل يونك وعلى كتلة الذرة . وهذا يعني انه كلما كانت البلورة اصعب (Stiffer) وكانت كتلة المادة صغيرة فسيكون θ_D اكبر لهذه المادة . لذلك نتوقع بان المواد الخفيفة يكون لها θ_D اكبر من المواد الثقيلة . ان العناصر القلوية مثل الليثيوم تكون درجة حرارة ديباي للصوديوم $\theta_D = 160 \text{ K}$. بينما للعناصر التي لها تركيب الماس مثل السليكون فان $\theta_D \sim 640 \text{ K}$ وللكاربون $\theta_D \sim 2000 \text{ K}$ بان للعناصر الشبيه بالاماس درجات ديباي عالية ليس بسبب خفة ذراتها فقط وانما بسبب قوة

الواصر التساهمية بين ذراتها . الجدول (4-1) يبين درجة حرارة ديباي لمجموعة من العناصر والمركبات .

الجدول (4 - 1) درجة ديباي لبعض العناصر والمركبات

العناصر	$\theta_D K$	المركبات	$\theta_D K'$
Li	344	NaCl	280
Na	160	KCl	230
K	91.1	CaF ₂	470
Cu	343	LiF	680
Ag	226	SiO ₂	225
Au	162		
Al	428		
Ga	325		
Ge	378		
Si	640		

4-9 التوصيلية الحرارية

عندما تكون نهايتا قضيب من مادة معينة في درجة حرارة مختلفة T_1 و T_2 حيث $T_2 > T_1$ ، فإن الحرارة سوف تسري باتجاه الانحدار الحراري ، أي من النهاية الساخنة الى النهاية الباردة كما هو موضح في الشكل (4-23) . ان كثافة التيار الحراري (التيار لوحدة المساحة) تتناسب مع الانحدار الحراري $\left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)$ أي أن

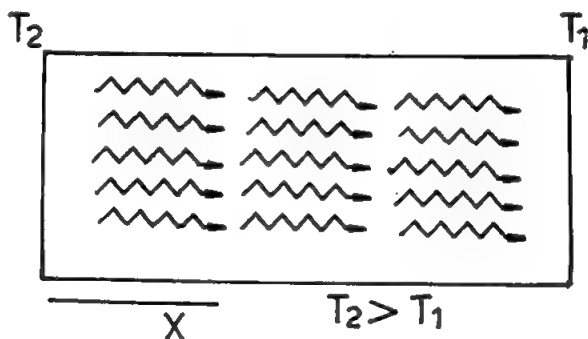
$$Q = - \frac{\partial T}{\partial X} \quad \dots (4-80)$$

حيث ان θ يمثل كثافة التيار الحراري

وان ثابت التناسب K_i يسمى بمعامل التوصيلية الحرارية وهو مقياس لعملية الانتقال الحراري عبر القضيب (وضعنا الإشارة سالبة لكي تبقى K_i كمية موجبة) . يمكن ان تنقل الحرارة في المواد بعدة عوامل مستقلة . ففي المعادن مثلاً تنقل الحرارة بواسطة كل من الالكترونات والفونونات وتساهم الالكترونات بدور اكبر في عملية التوصيل الحراري . اما في العوازل فتنتقل الحرارة كلياً بواسطة الفونونات وذلك لقلة الالكترونات الحرة . ولذلك سوف نركز في هذا البند على عملية انتقال الحرارة بواسطة الفونونات فقط .

عند مناقشة انتقال الحرارة بواسطة الفونونات ، من الملائم ان تصور غاز الفونونات كما مبين في الشكل (4-23) ، داخل النموذج . ففي جميع مناطق الكائنة داخل النموذج هنالك فونونات تتحرك بصورة عشوائية في جميع الاتجاهات متمثلة بـ q داخل منطقة بريليون . ان نموذج غاز الفونونات يشبه كثيراً المفاهيم المعروفة للنظرية الحركية للغازات ويمكن تطبيقها هنا كذلك وعلى وجه الخصوص لخاصية التوصيل الحراري والتي تمثل بالعلاقة التالية .

$$K_i = \frac{1}{3} C_v V l \quad \dots (4-81)$$



الشكل (4-23) التوصيلية الحرارية بواسطة الفونونات داخل نموذج من العازل

حيث C_v هي الحرارة النوعية لوحدة الحجم l, V هما سرعة الفونون ومعدل مساره الحر (mean free path) على التوالي

لندرس الان المعادلة (4-81) حيث نلاحظ ان معامل التوصلية الحرارية يعتمد على درجة الحرارة ضمناً ، وذلك لان C_p تعتمد على درجة الحرارة وقد ناقشنا في البند السابق . اما سرعة الفونون فقد وجدت اساساً غير معتمدة كثيراً على (درجة الحرارة على عكس معدل المسار الحر l) والذي يعتمد اعتماداً كبيراً على درجة الحرارة . بمراجعة النظرية الحركية للغازات وبمقارنة معادلتها نجد ان (1) هو معدل المسافة التي يقطعها الفونون بين تصادمين متتالين ، لذا فان قيمة l تحدد بعملية التصادم التي تحدث داخل المادة الصلبة وهناك ثلاثة عمليات تصادم مهمة يمكن تمييزها :

- a- تصادم الفونون مع فونون آخر
- b- تصادم الفونون مع عيوب البلورة (كالشوائب والعيوب الناشئة عن ازاحة الذرات (dislocation) عن مواقعها الاصلية والنظائر (isotopes))
- c- تصادم الفونون مع الحدود الخارجية للنموذج

ولكل من هذه العمليات الثلاثة هناك معدل المسار الحر الخاص بها وليكن l_a و l_b و l_c على التوالي ولكل من هذه العمليات هناك المقاومة الحرارية الخاصة بها وليكن w_a و w_b و w_c على التوالي وجميعها تعتبر مصدر المقاومة الحرارية الكلية w وعليه فان :

$$\omega = \omega_a + \omega_b + \omega_c \quad \dots (4-82)$$

ومعدل المسارات الحرة الكلية (l) تساوي

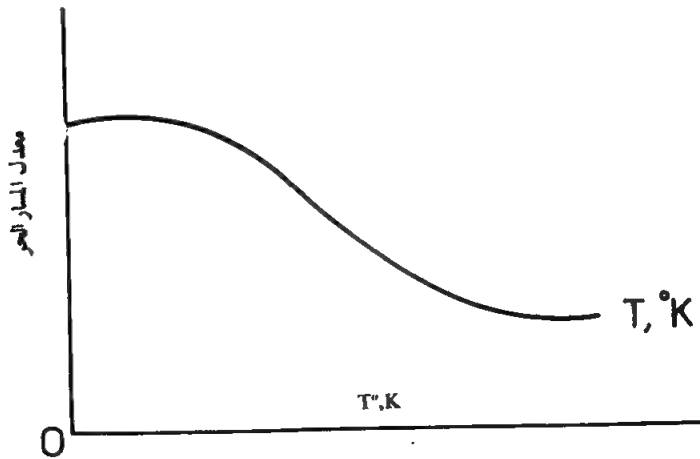
$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_a} + \frac{1}{l_b} + \frac{1}{l_c} \quad \dots (4-83)$$

اذا اعتبرنا ان جميع التصادمات المذكورة اعلاه ذات اهمية متساوية فان المعالجة النظرية لها تكون معقدة جداً . لذا نختصر المناقشة هنا لحالة ما عندما يكون نوع من التصادم هو المهيمن .

لو اخذنا التصادم من نوع (a) نجد عندما يتصادم الفونون مع فونوناً اخر في البلورة فان الفونونين يتشتتان عن بعضهما نتيجة التفاعل اللا توافقي (التفاعل اللا توافقي يحصل عندما تصبح المسافة بين ذرات محسوسة) فان عملية تصادم الفونون مع الفونون

مهمة عملياً عند الدرجات العالية التي تكون عندها المسافة بين الذرات كبيرة نوعاً ما وفي هذه الحالة يتناسب معدل مسار الحر تناسباً عكسياً مع درجة الحرارة ويبدو هذا مقبولاً لأن كلما كانت درجة الحرارة كبيرة كان عدد الفونونات المشاركة في التصادم كبيرة .

أما بالنسبة لتفاعل الفونون مع عيوب البلورة (كالثوابت والتشوهات مثلاً) فإن العيوب تشتت الفونونات لأن هذه العيوب تحطم الدورية التامة في الشبكة والتي هي الأساس لفكرة الانتشار الحر (free propagation) لموجات الشبكة . عند درجات الحرارة الواطئة جداً ($T < 10 K$) فإن كلاً من تصادم الفونون مع فونون و عيوب الشبكة ذات تأثير مهمل وذلك لقلة عدد الفونونات عند درجات الحرارة الواطئة وان هذه الفونونات المتهدمة عند هذه الدرجة الواطئة تكون ذات امواج طويلة . وآن احتمالية التفاعل بين هذه الامواج الطويلة و عيوب الشبكة تكون قليلة ، لأن بعد العيوب اقل بكثير من الطول الموجي لهذه الموجة . لذا عند درجات الحرارة الواطئة فإن عملية التصادم المهيمنة هي التصادم مع الحدود الخارجية للنموذج . والتي تؤدي الى ما يسمى بالتأثيرات الحجمية (size effect) وتصبح هذه العملية مؤثرة لأن الطول الموجي للفونون المتهدم يكون كبيراً جداً بالمقارنة مع حجم النموذج ومتوسط المسار الحر هنا $l \approx D$ حيث D هي تقريباً تساوي قطر النموذج ، وبذلك l لا تعتمد على درجة الحرارة . ويكون السلوك العام المتوسط مسار الحر مع درجة الحرارة كما في الشكل (4-24)



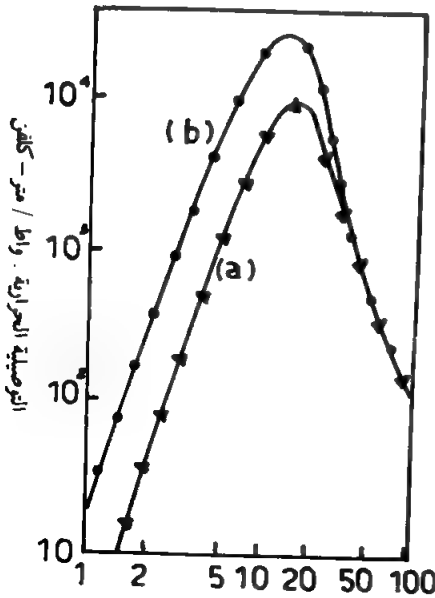
شكل (4-24) تغير المسار الحر للفونون مع درجة الحرارة

عند درجات الحرارة الواطئة فان متوسط المسار الحر للفونون يكون ثابتاً $l = D$ بينما عند درجات الحرارة العالية فانها تقل كدالة $\frac{1}{T}$ و الجدول (4-2) يبين قيم l لمواد مختلفة لدرجتين حراريين مختلفين .

جدول 4-2 معدل مسار الجر للفونونات في بعض المواد الصلبة عند درجة و

	l , cm at 273° K	l , cm at $T = 20^\circ$ K
SiO ₂	97	7.5×10^{-3}
CaF ₂	72	1.0×10^{-3}
NaCl	67	2.3×10^{-4}
Si	150	4.1×10^{-2}
Ge	70	4.5×10^{-3}

ان الشكل (4-25) يبين تغير التوصيلية الحرارية مع درجة الحرارة عملياً حيث نرى انه عند درجات الحرارة الواطئة فان تغير K يعتمد بصورة رئيسية على الحرارة



الشكل (4-25) تغير التوصيلية الحرارية مع درجة

الحرارة للبلورة الاحادية من نوع LiF

a- مساحة المقطع للنموذج = 1.33×0.91 ملم

b- مساحة المقطع للنموذج = 7.55×6.97 ملم

النوعية C_v ، بينما عند درجات الحرارة العالية فإن $K_1 \propto \frac{1}{T}$ وهذا يعني انه التوصيلية الحرارية عند درجات الحرارة العالية تعتمد كلياً على مسار الحر للفونونات وهذه الاستنتاج يتفق مع النتائج التجريبية الموضحة في الشكل (4-25)

10-4 العمليات الاعتيادية وعمليات امكلا ب

قبل الدخول في شرح العمليات الاعتيادية (Normal process) وعمليات امكلا ب (Umklapp process) وتأثيرها على التوصيلية الحرارية لنشرح باختصار التأثيرات اللا توافقية (Anharmonic effects) في البلورة . وفقاً لقانون هوك فان الطاقة للذرة المهتزة تأخذ الصيغة التالية

$$U = U_0 + A (r - r_0)^2 \quad \dots (4-84)$$

حيث r_0 موضع الاستقرار تعتبر هذه الحالة مثالية حيث نطبق عندها مفاهيم التراكب (Superposition) بين موجات الشبكة المهتزة بدقة . وتندم عملية التصادم بين الفونونات وبذلك فان متوسط مسار الحر للفونون يكون اللانهاية ولكن هذا الاهتزاز المثالي لا يحدث عملياً وان طاقة الذرة المهتزة تمثل بما يلي :

$$U = U_0 + A (r - r_0)^2 + B (r - r_0)^3 + \dots + \quad \dots (4-85)$$

ان المراتب العليا في هذه المعادلة هي الحدود اللا توافقية والتي تسبب عملية التفاعل بين الفونونات . ولذا سيكون معدل المسار الحر للفونونات محدوداً في حالة عدم وجود التأثيرات اللا توافقية فيكون من غير الممكن تهديئة (thermalize) طيف الفونونات المتهيجة .

ان مفهوم دور التأثيرات اللا توافقية على عملية التصادم بين الفونونات من المفاهيم الصعبة في فيزياء الحالة الصلبة وخارج حدود هذا الكتاب ولكن من الملاحظات الاولى ترى انه من المعقول ان α تتغير مع $\frac{1}{T}$ عند درجات الحرارة العالية . عند درجة حرارة ديباي θ_D جميع الفونونات تتهيج ويتناسب عددها مع درجة الحرارة في هذا المدى من درجات الحرارة العالية . نجد ان $K_1 \propto 1$ تعتمد على درجة الحرارة وان C_v تبقى ثابتة ولا تعتمد على درجة الحرارة .

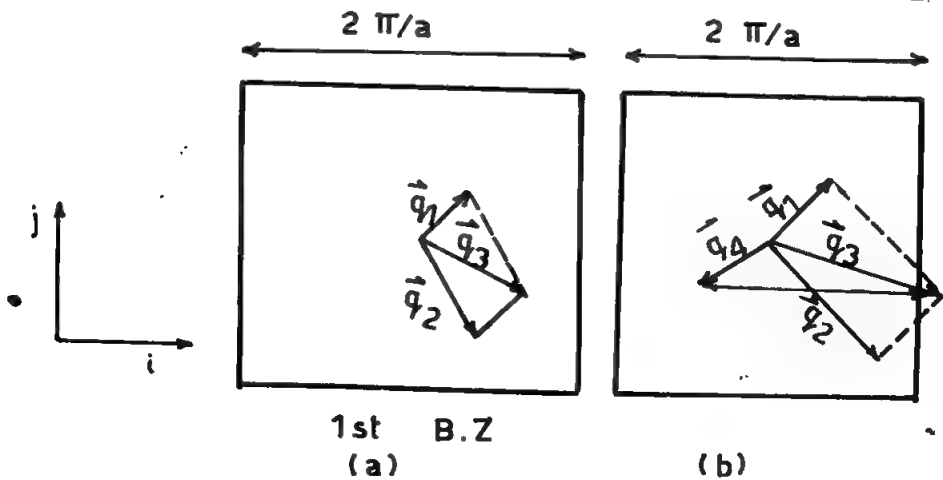
لنرجع الان الى تصادم الفونونات ونفترض ان فونونين احدهما بمتجه الموجي \vec{q}_1 والاخر بالمتجه الموجي \vec{q}_2 تصادما وتولد فونون ثالث جديد بمتجه موجي \vec{q}_3 . واحتمالية نوع التصادم تحدد بقيمة الحدود اللا توافقية في المعادلة (4-85)

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 = \vec{q}_3$$
ان الفونون المتولد يخضع لقانون حفظ الزخم وفق

بالرغم من ان \vec{q}_1, \vec{q}_2 تقعان ضمن منطقة بريليون الاولى فان \vec{q}_3 قد لا تقع ضمن هذه المنطقة .

اذا بقي \vec{q}_3 ضمن منطقة بريليون الاولى فان الزخم بعد وقبل التصادم يبقى متساوياً وهذه العملية لا تؤثر على المقاومة الحرارية ، وبصورة عامة لا تؤثر على جريان الفونونات وهذه تعرف بالعمليات الاعتيادية (الشكل (4-26a)

وعلى نقيض ذلك اذا كان المتجهان \vec{q}_1, \vec{q}_2 كبيرين (وهذا يحدث عند درجات الحرارة العالية) فان \vec{q}_3 تتعدى حدود منطقة بريليون الاولى كما في الشكل (4-26b) ولكي تبقى \vec{q}_3 ضمن منطقة بريليون الاولى سيدخل عامل جديد اخر وهو متجه الشبكة المقلوبة $\vec{G} = \frac{2\pi}{a} \mathbf{i}$ كما نلاحظ من الشكل (4-26) ان $\vec{q}_4 = \vec{q}_3 + \vec{G}$ وتكون باتجاه معاكس لكل من \vec{q}_1, \vec{q}_2 . ان هذه العملية تؤثر في تغير زخم الفونونات وكذلك هي المسؤولة عن تغيير معدل المسار الحر للفونون ثم التوصيلية الحرارية K_l .



(b) عمليات امكلا ب

الشكل (4-26) (a) عمليات اعتيادية

الاسئلة

4-1 بين من علاقة التفريق (4-10) ان سرعة المجموعة V_g تنضج بالعلاقة التالية

$$V_g = V_s \cos \frac{\theta_a}{2}$$

فسر هذه النتيجة عندما $q = 0$ و $q = \pm \frac{\pi}{a}$

4-2 بين ان معدل الطاقة للمتذبذب في بعد واحد عند التوازن الحراري هو $\langle E \rangle = k_B T$ مستخدماً معادلة ماكسويل - بولتزمان

4-3 تتكون المجموعة من 10^{23} متذبذب توافقي بسيط وكل متذبذب له تردد 10^{13} Hz . احسب معدل الطاقة $\langle E \rangle$ للمجموعة عند درجات الحرارة 2000 K , 200 K , 2 K . ناقش اهمية الاجابة. ثم بين في اي مدى من الدرجات الحرارية يمكن ان تعامل المجموعة كلاسيكياً.

4-4 ماهي العوامل التي تحدد درجة حرارة ديباي θ_D للعنصر المعين؟ جد θ_D للذهب من المعلومات التالية : الوزن الجزيئي للذهب 197 وكثافته $1.9 \times 10^4 \text{ Kg. m}^{-3}$ وسرعة الصوت V_s فيه 2100 m s^{-1} اذا علمت ان وزن الجزيئي للنحاس 63.5 وكثافته 8900 Kg. m^{-3} وسرعة الصوت فيه هي 3800 m s^{-1} ودرجة حرارة ديباي θ_D للنحاس 348° K (ملاحظة الذهب والنحاس لهما التركيب البلوري نفسه).

4-5 درجة حرارة ديباي لمادة KCl , NaCl ، واللذان لهما نفس التركيب البلوري ، هي 230° K , 310° K على التوالي . السعة الحرارية لشبيكة KCl عند درجة حرارة 5° K هي $3.8 \times 10^{-2} \text{ mol. K}^{-1}$ جد السعة الحرارية لشبيكة NaCl في درجة حرارة 5° K . وكذلك لـ KCl عند درجة الحرارة 2° K

4-6 درجة حرارة ديباي θ_D للماس هي 2000° K وكثافته 3500 Kg. m^{-3} والوزن الجزيئي للماس هي 12 والمسافة البينية (a_0) للذرات 0.5 nm . جد سرعة الصوت في الماس ثم طول الموجي للفونون عند درجة 300° K

4-7 جد معدل مسار الحر (ℓ) للفونونات في مادة جرمانيوم عند درجة الحرارة 300°K ، مستخدماً المعلومات التالية . التوصيلية الحرارية $80 \text{ W. Cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ و $\theta_D = 360^\circ \text{K}$ والوزن الذري 72.6 والكثافة 5500 Kg. m^{-3} ومعدل سرعة الصوت فيها هي 4800 mS^{-1} (مع الافتراض بان الحرارة تنتقل بواسطة الفونونات) .

4-8 جد الاهمية النسبية لعملية امكلا ب U - process الى التوصيلية الحرارية عند درجة 20°K , 100°K . اذا علمت ان درجة حرارة ديباي $\theta_D = 300^\circ \text{K}$ لهذه المادة :

الأكترونات الحرة في المعادن

5-1 المقدمة

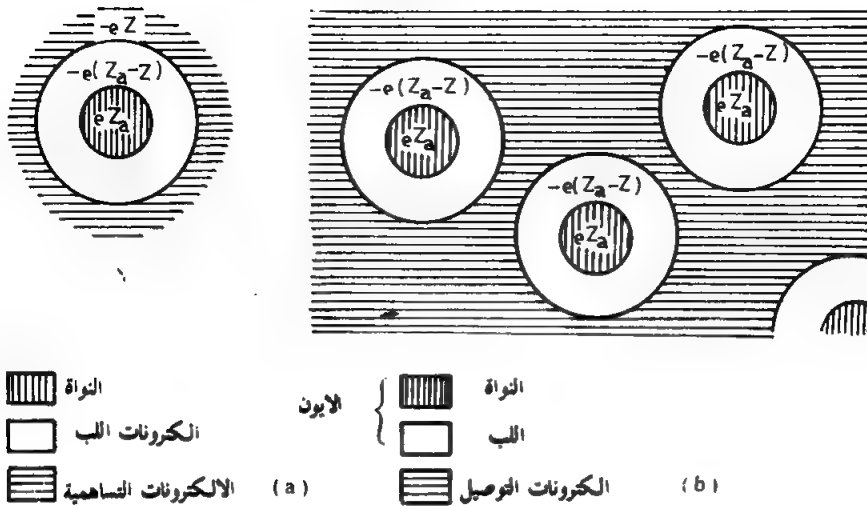
لا يمكن اعطاء تعريف واحد للمعدن وذلك لاختلاف المعنى باختلاف الباحثين . حيث ان المعدن من وجهة نظر الفيزيائي هو المادة التي تتميز بسطح فيرمي (Fermi surface) ولكن المعادن ربما تكون على شكل سائل (liquid) او صلب (solid) بلورية (crystalline) او عشوائية (amorphous) وعليه لا يوجد تعريف واحد وشامل ومقبول من قبل جميع الباحثين . ان المختصين بهندسة المعادن . مثلاً . يؤكدون على ان المعادن هي المواد التي تتميز بقابليتها العالية للطرق والسحب والتوصيل وعلماء المعادن . من ناحية اخرى . ينظرون للمعادن بانها المواد التي تستخرج من قشرة الارض وتنقى وتعامل ميكانيكياً وحرارياً لتغير خواصها الحجمية . اما بالنسبة للكيمائيين . فان المعادن هي العناصر التي تتميز بميولها للتفاعل مع العناصر الاخرى وتشغل اعمدة خاصة في الجدول الدوري . ان الفيزيائيين يؤكدون على المنشأ الذري للمعادن ويحاولون فهم خواصها بدلالة المتغيرات الذرية (atomic parameters)

ان الخواص الشائعة للمعادن تتمثل بتوصيلتها الكهربائية والحرارية العالية حيث المقاومة النوعية الكهربائية (electrical resistivity) للمعادن وعند درجة حرارة الغرفة تتراوح بين 1.5 مايكرواوم - سم للفضة (موصل جيد) و 144 مايكرواوم - سم للبلوتونيوم (موصل رديء) ولكن توصيلية الاخير هي احسن بـ 10^5 مرة من توصيلية اشباه الموصلات (semiconductors) . مثل السيلكون والجرمانيوم . ان المقاومة النوعية في المعادن تزداد بزيادة درجة الحرارة بينما تظهر المقاومة النوعية في اشباه الموصلات سلوكاً معاكساً . حيث تنخفض المقاومة النوعية بارتفاع درجة الحرارة . يمكن تفسير ذلك باستخدام نظرية الحزم band theory (الفصل السادس) حيث يزداد عدد الالكترونات التي تنقل من الحزمة التساهمية valence band الى حزمة التوصيل بارتفاع درجة الحرارة conduction band وبذلك يزداد التيار .

5-2 نموذج درود Drude Model

ان اكتشاف الالكترون (عام 1897) من قبل العالم ثومسن J. J. Thomson كان له التأثير الكبير في تفسير نظرية تركيب المادة وعملية التوصيل الكهربائي في المعادن . بعد مرور ثلاث سنوات على اكتشاف الالكترون . وضع درود نظريته للتوصيل الحراري والكهربائي للمعادن باستخدام النظرية الحركية للغازات .

في هذا النموذج . عندما تقترب ذرات العناصر المعدنية بعضها من بعضها الآخر لتكوّن المعدن . فان الالكترونات التساهمية (valence electrons) تتحول بصورة حرة خلال المعدن بينما الايونات المعدنية تلعب دور الجسيمات الموجبة الراسخة (غير المنتهية) كما هو موضح في الشكل (5-1) . نفترض ذرة معزولة (isolated atom) في عنصر معدني شحنة نواتها تساوي eZ_0 . حيث Z_0 تمثل العدد الذري و e قيمة الشحنة الالكترونية وتساوي 1.6×10^{-19} كولوم . يحيط هذه النواة عدد من الالكترونات يساوي Z_0 وشحنتها الكلية $(-eZ_0)$. هناك عدد قليل من هذه الالكترونات ويساوي Z تكون مقيدة بصورة ضعيفة نسبياً للنواة وتمثل الالكترونات التساهمية valence electrons . اما الالكترونات المتبقية $(Z_0 - Z)$ فتكون مرتبطة بالنواة بصورة كبيرة نسبياً ولا تلعب دوراً مهماً في التفاعلات الكيميائية ويطلق عليها الكترونات اللب (core electrons) . وعندما تقترب الذرات المعزولة من



شكل (5-1) مخطط توضيحي لذرة معزولة بـ الإلكترونات التساهمية تترك الذرة لتكون غاز الإلكترون

بعضها لتكوين المادة الصلبة فإن الإلكترونات اللب تبقى مقيدة بالنواة لتكوّن الأيون المعدني metallic ion بينما تتجول الإلكترونات التساهمية بصورة حرة بعيداً عن الذرات التي انفصلت عنها . في المعادن يطلق على هذه الإلكترونات بالإلكترونات التوصيل (conduction electrons)

نذكر : درود النظرية الحركية للغازات لتطبيقها على « غاز » الإلكترونات التوصيل التي كتلتها m والتي تتحرك بصورة طليقة داخل المعدن . ويمكن حساب كثافة هذه الإلكترونات كما يلي :

ان العناصر المعدنية تحتوي على 0.6022×10^{24} ذرة لكل مول (اي ععدد أفكادرو Avogadro's number) وتحتوي على ρ_m / A مول لكل سم³ حيث ρ_m تمثل كثافة الكتلة (غم / سم³) و A الكتلة الذرية (atomic mass) . لما كانت كل ذرة تساهم بـ Z من الإلكترونات . فان عدد الإلكترونات (n) لكل سم³ يساوي :

$$n = N / V$$

$$= 0.6022 \times 10^{24} \frac{Z \rho_m}{A} \quad \dots (5-1)$$

ان القيمة النموذجية لـ n تساوي 10^{22} الكترون لكل سم³، حيث تتغير هذه القيمة من عنصر الى آخر وتحتصر بين 0.9×10^{22} للسيريوم و 24.7×10^{22} للبرليوم كما هو موضح في الجدول (5-1). ان r_s في الجدول (5-1) تمثل قطر كرة حجمها يساوي الحجم V لكل الكترون توصيل . اي

$$\frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{4\pi r_s^3}{3} \quad \dots (5-2)$$

وبذلك فان :

$$r_s = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}$$

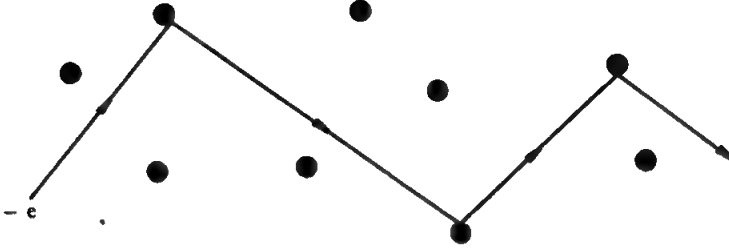
حيث r_s تمثل نصف قطر الكترون التوصيل . ان أهم الفرضيات التي استخدمها درود في نظريته هي :

- 1- تم اهمال التصادمات بين الالكترونات بعضها مع بعضها الآخر وبين الالكترونات والايونات ، وعليه في حالة عدم وجود مجال كهرومغناطيسي خارجي فان الالكترونات تتحرك بصورة منتظمة وبخط مستقيم . اما في حالة وجود المجال الخارجي فان الالكترون يتحرك تبعاً لقوانين نيوتن في الحركة .
- 2- ان عملية تصادم الالكترونات في نظرية درود ، تؤدي الى تغير سرعة الالكترونات وبصورة فجائية (كما هو الحال في النظرية الحركية للغازات) . لقد عزي درود هذا التغير في سرعة الالكترون الى ارتداده من الايونات (بدلاً من تصادم الالكترونات بعضها مع بعضها الآخر وهي عملية التصادم المتغلبة في الغازات الاعتيادية) . ولابد من الاشارة الى ان عملية تصادم الالكترونات فيما بينها تشكل عملية من اهم عمليات التصادم في المعادن . ان الشكل (5-2) يوضح مسار الكترون التوصيل بعد ارتداده من الايونات الموجبة وحسب نموذج درود .

- 3- افترض درود ان الالكترون يعاني تصادماً (اي تغيراً مفاجئاً في سرعته) وباحتمالية لوحدة الزمن تساوي $1/\tau$. وهذا يعني ان احتمالية اي الكترون لكي يتصادم في فترة قصيرة من الزمن dt تساوي dt/τ . ان الزمن τ يسمى بفترة الاسترخاء (relaxation time) او فترة التصادم ويعرف بمعدل الزمن الذي

الجدول (5-1) كثافة الإلكترونات الحرة ونصف قطر الكترون التوصيل لبعض العناصر المختارة و a_0 يمثل نصف قطر بور.

ELEMENT	Z	$n (10^{22} / \text{cm}^3)$	$r_s (A^\circ)$	r_s / a_0
Li (78 K)	1	4.70	1.72	3.25
Na(5 K)	1	2.65	2.08	3.93
K (5 K)	1	1.40	2.57	4.86
Rb(5 K)	1	1.15	2.75	5.20
Cs (5 K)	1	0.91	2.98	5.62
Cu	1	8.47	1.41	2.67
Ag	1	5.86	1.60	3.02
Au	1	5.90	1.59	3.01
Be	2	24.7	0.99	1.87
Mg	2	8.61	1.41	2.66
Ca	2	4.61	1.73	3.27
Sr	2	3.55	1.89	3.57
Ba	2	3.15	1.96	3.71
Nb	1	5.56	1.63	3.07
Fe	2	17.0	1.12	2.12
Mn (α)	2	16.5	1.13	2.14
Zn	2	13.2	1.22	2.30
Cd	2	9.27	1.37	2.59
Hg (78 K)	2	8.65	1.40	2.65
Al	3	18.1	1.10	2.07
Ga	3	15.4	1.16	2.19
In	3	11.5	1.27	2.41
Tl	3	10.5	1.31	2.48
Sn	4	14.8	1.17	2.22
Pb	4	13.2	1.22	2.30
Bi	5	14.1	1.19	2.25
Sb	5	16.5	1.13	2.14



الشكل (5-2) مسار الإلكترون التوصليل بعد ارتداده من الأيونات

يحتاجه الإلكترون لقطع المسافة بين تصادمين متعاقبين ويسمى أيضاً بمعدل الزمن الحر (mean free time) ويلعب دوراً مهماً في عملية التوصليل للمعادن . ومن ذلك نستنتج ان الإلكترون يمضي فترة زمنية τ قبل ان يتصادم مرة أخرى . وحسب نظرية درود البسيطة نفترض ان τ لا تعتمد على موقع وسرعة الإلكترون .
4- افترض ان الإلكترونات تحقق التوازن الحراري (thermal equilibrium) عن طريق التصادمات . اي ان سرعة الإلكترون بعد التصادم مباشرةً لاتساوي سرعته قبل التصادم ولكن الإلكترون بعد التصادم يتحرك بصورة عشوائية وبسرعة تتناسب مع درجة الحرارة عند منطقة الحدث (اي منطقة التصادم) . ان ارتفاع درجة حرارة منطقة التصادم تؤدي الى زيادة سرعة الإلكترون حال تركه هذه المنطقة .

5-3 التوصيلية الكهربائية للتيار المستمر في المعادن

حسب قانون اوم (Ohm's law) . فان التيار I المار في سلك معدني يتناسب مع فرق الجهد V خلال السلك . اي

$$V = IR$$

... (5-3)

حيث R هي مقاومة السلك والتي تعتمد على طول ومساحة مقطع السلك ولا تعتمد على كمية التيار و فرق الجهد . ان المقاومة النوعية ρ تسمى بثابت التناسب بين المجال

الكهربائي \vec{E} عند نقطة في المعدن وكثافة التيار current density \vec{J} في تلك النقطة ، وعليه .

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad \dots (5-4)$$

حيث \vec{J} كمية متجهة باتجاه مواز لتدفق الشحنة ومقدارها يساوي كمية الشحنة لوحدة الزمن والتي تقطع وحدة المساحة باتجاه ~~عمودي على اتجاه~~ التدفق . إذا مر تيار I منتظم خلال سلك طوله L ومساحة مقطعه A فإن كثافة التيار $J = I / A$ ولما كان فرق الجهد خلال السلك $V = EL$ ، فإن المعادلة (5-4) تأخذ الصيغة التالية :

$$V = I \rho L / A$$

و

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \dots (5-5)$$

وإذا كان هناك n من الالكترونات في وحدة الحجم وجميعها تتحرك بسرعة \vec{v} فإن كثافة التيار الناتجة عن هذه الالكترونات تكون باتجاه \vec{v} ايضاً . وإذا قطعت الالكترونات مسافة vdt باتجاه \vec{v} وفي زمن قدره dt فإن هناك $n (vdt) A$ من الالكترونات تقطع مساحة قدرها A عمودية على اتجاه تدفق التيار .

ولما كان كل الكترون يحمل شحنة قدرها $(-e)$. فإن الشحنة الكلية التي تجتاز المساحة A في زمن قدره dt تساوي $-nevAdt$ وبذلك فإن :

$$\vec{J} = -nev \quad \dots (5-6)$$

ان الالكترونات في اي نقطة من المعدن تتحرك باتجاهات مختلفة وبطاقات حرارية مختلفة . وعليه فإن المعادلة (5-6) تمثل المحصلة النهائية لكثافة التيار الكهربائي و \vec{v} معدل سرعة الالكترونات . في حالة عدم وجود مجال كهربائي خارجي . فإن الالكترونات تتحرك بجميع الاتجاهات وان محصلة \vec{v} تساوي صفراً . اي ان كثافة التيار الكهربائي الكلية هي الاخرى تساوي صفراً . وعند تسليط مجال كهربائي خارجي \vec{E} فإن الالكترونات داخل المعدن سوف تتأثر بهذا المجال وتكتسب سرعة مما تجعل الالكترونات تنساق عكس اتجاه المجال الكهربائي (لان الالكترونات لها شحنة سالبة) . ويمكن حساب معدل سرعة الانسياق بالطريقة التالية :

إذا افترضنا ان سرعة الالكترون تساوي v_0 قبل التصادم ، فان السرعة تصبح v_{0_1} مضافاً اليها سرعة الانسياب والتي تساوي $-eEt/m$ بعد مرور زمن قدره t . حيث m هي كتة الالكترون المستقر .

لقد افترضنا سابقاً بان الالكترونات تتحرك باتجاهات عشوائية بعد التصادم وعليه فان v_0 لا تضاف الى معدل سرعة الالكترون والتي تساوي $-eEt/m$ فقط . ان معدل الزمن t هو زمن الاسترخاء τ ، وبذلك

$$\vec{v}_{avg} = - \frac{eE\tau}{m}$$

$$\vec{J} = - ne \left(- \frac{eE\tau}{m} \right)$$

وعليه

$$\vec{J} = \left(\frac{ne^2\tau}{m} \right) \vec{E} \quad \dots (5-7)$$

يمكن كتابة المعادلة (5-7) بدلالة التوصيلية (σ) والتي تساوي $\left(\frac{1}{\rho} \right)$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

حيث

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad \dots (5-8)$$

ان العلاقة التي تربط بين \vec{E}, \vec{J} هي علاقة خطية ومنها يمكن تقدير قيمة التوصيلية σ بدلالة المقادير المعروفة قيمها (m, e, n) . من المعادلة (5-8) ومن الحسابات العملية للمقاومة النوعية ρ ، يمكن ايجاد قيمة τ حيث :

$$\tau = \frac{m}{\rho ne^2} \quad \dots (5-9)$$

ان الجدول (5-2) يوضح قيم ρ لعدد من المعادن عند درجات حرارة مختلفة ويتضح ان المقاومة النوعية تعتمد بصورة كبيرة على درجات الحرارة . ويمكن كتابة المعادلة (5-9) بالصيغة التالية :

$$\tau = \left(\frac{0.22}{\rho} \right) \left(\frac{r_s}{a_0} \right)^3 \times 10^{-14} \text{ sec.} \quad \dots (5-10)$$

الجدول (5-2) المقاومة النوعية لبعض العناصر المختارة عند درجات حرارية مختلفة

ELEMENT	77K	273K	373K	$\frac{(\rho / T)_{373K}}{(\rho / T)_{273K}}$
Li	1.04	8.55	12.4	1.06
Na	0.8	4.2	Melted	
K	1.38	6.1	Melted	
Rb	2.2	11.0	Melted	
Cs	4.5	18.8	Melted	
Cu	0.2	1.56	2.24	1.05
Ag	0.3	1.51	2.13	1.03
Au	0.5	2.04	2.84	1.02
Be		2.8	5.3	1.39
Mg	0.62	3.9	5.6	1.05
Ca		3.43	5.0	1.07
Sr	7	23		
Ba	17	60		
Nb	3.0	15.2	19.2	0.92
Fe	0.66	8.9	14.7	1.21
Zn	1.1	5.5	7.8	1.04
Cd	1.6	6.8		
Hg	5.8	Melted	Melted	
Al	0.3	2.45	3.55	1.06
Ga	2.75	13.6	Melted	
In	1.8	8.0	12.1	1.11
Tl	3.7	15	22.8	1.11
Sn	2.1	10.6	15.8	1.09
Pb	4.7	19.0	27.0	1.04
Bi	35	107	156	1.07
Sb	8	39	59	1.11

حيث ρ مقاسة بوحدات مايكرواوم \div سم و a_0 تمثل نصف قطر بور (Bohr radius) وتساوي 0.529×10^{-8} سم . ان الجدول (3-5) يوضح قيم τ عند درجات حرارية مختلفة . وعند درجة حرارة الغرفة تتراوح قيم τ بين 10^{-15} - 10^{-14} ثانية . وللتأكد من ان قيم τ في الجدول (3-5) مقبولة نوعاً ما . لابد من ايجاد معدل المسار الحر للالكترون l والذي يساوي $\frac{v_0 l}{v_0}$. حيث v_0 معدل سرعة الالكترون . حسب نموذج درود . يمكن حساب v_0 من العلاقة الكلاسيكية :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} K_B T$$

حيث K_B ثابت بولتزمان و m كتلة الالكترون وبذلك نجد ان قيمة v_0 بحدود 10^7 سم / ثانية في درجة حرارة الغرفة وان طول المسار الحر يتراوح بين 1-10 انكستروم وان هذه المسافة قريبة من المسافة بين الذرات . ان هذه النتيجة منسجمة مع نظرية درود حيث التصادم ناتج عن ارتداد الالكترونات من الايونات الثقيلة الكبيرة . ولكن سنلاحظ لاحقاً ان سرعة الالكترون v_0 لا تعتمد على درجة الحرارة وان طول المسار الحر في درجات الحرارة الواطنة يصل الى 10^3 انكستروم اي الف مرة اكبر من المسافة بين الايونات . عند تحضير عينة نقية من المعدن وخالية من الشوائب وعيوب البلورة وعند درجات حرارية واطنة فان طول المسار الحر يصل الى 1 سم (اي اكبر بمائة مليون مرة من المسافة بين الايونات) . وهكذا يفشل نموذج درود الذي يفترض ارتداد الالكترونات وذلك باصطدامها بالايونات .

4-5 المقاومة النوعية للمعادن

هناك نوعان اساسيان من عيوب البلورة يساهمان في زيادة المقاومة النوعية في المعادن :

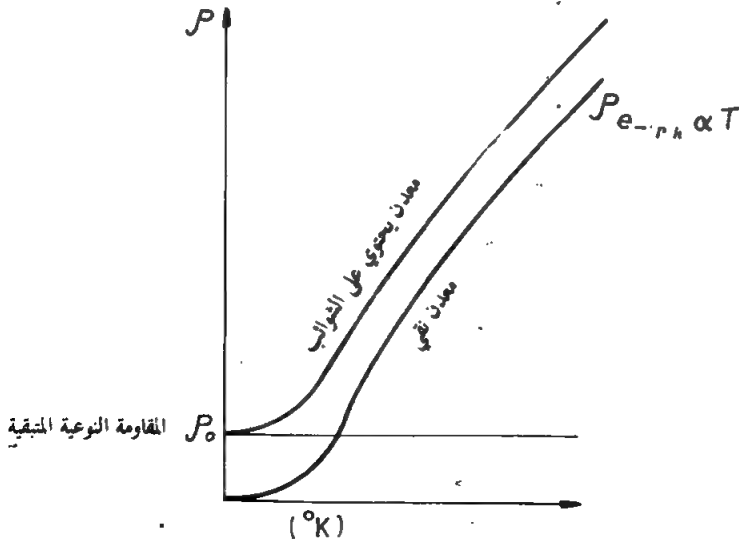
- 1 - الاهتزازات الحرارية (thermal vibrations) للشبيكة والذي يمنع الذرات المكونة للبلورة من اتخاذ مواقعها الحقيقية في نفس الوقت .
- ٢ - وجود الشوائب والعيوب النقطية (point defect) التي تؤثر على دورية (periodicity) الشبيكة .

الجدول (3-5) زمن الاسترخاء (بوحدة 10^{-14} ثانية) وحسب نموذج درود
وعند درجات حرارة مختلفة .

ELEMENT	77K	273K	373K
Li	7.3	0.88	0.61
Na	17	3.2	
K	18	4.1	
Rb	14	2.8	
Cs	8.6	2.1	
Cu	21	2.7	1.9
Ag	20	4.0	2.8
Au	12	3.0	2.1
Be		0.51	0.27
Mg	6.7	1.1	0.74
Ca		2.2	1.5
Sr	1.4	0.44	
Ba	0.66	0.19	
Nb	2.1	0.42	0.33
Fe	3.2	0.24	0.14
Zn	2.4	0.49	0.34
Cd	2.4	0.56	
Hg	0.71		
Al	6.5	0.80	0.55
Ga	0.84	0.17	
In	1.7	0.38	0.25
Tl	0.91	0.22	0.15
Sn	1.1	0.23	0.15
Pb	0.57	0.14	0.099
Bi	0.072	0.023	0.016
Sb	0.27	0.055	0.036

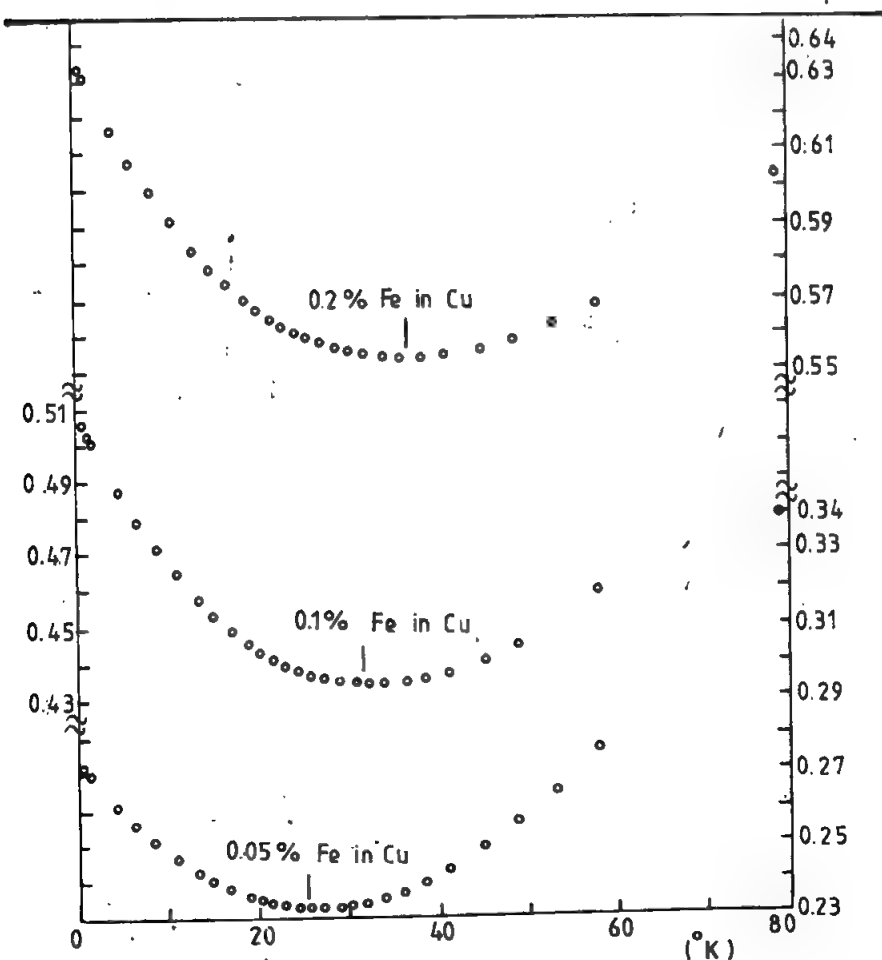
ان اهتزازات الشبكة تقل بانخفاض درجات الحرارة وبذلك نتوقع ان مساهمتها في زيادة المقاومة النوعية تقل بانخفاض درجة الحرارة الى ان تصبح صفراً في درجة حرارة الصفر المطلق (0 K) أي يمكن اهمال تصادم الالكترون بالفونون عند تلك الدرجة الحرارية . ويرمز للمقاومة النوعية الناتجة عن تصادم الالكترون بالفونون ρ_{e-ph} وتسمى بالمقاومة المثالية (ideal resistivity) . وعند ارتفاع درجة الحرارة يزداد تصادم الالكترون بالفونون وبذلك تزداد المقاومة النوعية للمعدن . وعندما ترتفع درجة الحرارة عالياً فان ρ_{e-ph} تكون ذات طابع متغلب في زيادة مقاومة المعدن وتناسب خطياً مع درجة الحرارة وهذا يتفق مع النتائج العملية الموضحة في الشكل (3-5) . ان مساهمة الشوائب وعيوب البلورة الاخرى للمقاومة النوعية يرمز لها بـ ρ_0 وتسمى المقاومة النوعية التخلفية (residual resistivity) ولا تعتمد على درجة الحرارة ولكنها تزداد بزيادة تركيز الشوائب في المعدن . وعليه يمكن كتابة المقاومة النوعية الكلية للمعدن بالصيغة التالية :

$$\rho = \rho_0 + \rho_{e-ph} \quad \dots (5-11)$$



الشكل (3-5) تغير المقاومة النوعية للمعادن مع درجة الحرارة

حيث المعادلة (5-11) تمثل قانون ماثيزين (Matthiessen) . ومن الشكل (5-3) نلاحظ ان قيمة ρ_0 تكون قليلة جداً عندما يكون المعدن نقياً وتكون كبيرة عندما يحتوي المعدن على شوائب كثيرة . ان قانون ماثيزين لا ينطبق على جميع المعادن وذلك لحدوث بعض الظواهر الفيزيائية مثل ظاهرة كوندو (Kondo effect) . وبإضافة شوائب الحديد Fe الى النحاس Cu فان المقاومة النوعية ρ عند درجات الحرارة الواطئة لاتظهر سلوكاً مشابهاً للشكل (5-3) لان هناك قيمة دنيا للمقاومة النوعية عند درجات الحرارة الواطئة كما هو موضح في الشكل (5-4) . ان هذا



الشكل (5 4) ظاهرة كوندو : تغير المقاومة النسبية مع درجات الحرارة وظهور المقاومة الدنيا بإضافة الحديد الى النحاس وبتراكيز مختلفة حيث R_0 المقاومة عند درجة 0C

السلوك الشاذ يمكن تفسيره على اساس تصادم الالكترون مع العزم المغناطيسي للشوائب المضافة للمعدن (ان الشوائب هي مواد مغناطيسية وعليه فان العلاقة بين المقاومة النوعية ρ ودرجة الحرارة T عند درجة حرارة واطنة لاتأخذ شكل العلاقة (5-11) ولكن يجب استبدالها بمعادلة اكثر شمولية .

هناك طريقة بسيطة وسريعة لفحص نقاوة المادة من خلال قياس مقاومتها النوعية عند درجة حرارة الغرفة $\rho_{300 K}$ ومقارنتها مع المقاومة النوعية التخلفية ρ_0 عند درجة حرارة سائل الهليوم .

أن النسبة ρ_{300} / ρ_0 يطلق عليها نسبة المقاومة التخلفية ويرمز لها RRR . (residual resistance ratio) . أن هذه النسبة تعتمد على طبيعة المادة تحت الدرس ومثال ذلك نموذج من مادة معدنية ذات نقاوة عالية مثل الالمينوم والنحاس تصل قيمة نسبة مقاومتها التخلفية الى 200 وزيادة نقاوة هذه المواد تزداد هذه النسبة الى 10^4 . أن هذه الدراسة هي طريقة مباشرة لمعرفة نقاوة المادة ولكن لايمكن استخدامها لمعرفة نوع الشوائب أو عيوب البلورة الاخرى :

5-5 التوصيلية الحرارية الالكترونية للمعادن :

عند تسخين نهائتي سلك معدني الى درجات حرارة مختلفة فإن الحرارة تنتقل من النهاية الساخنة الى النهاية الاقل سخونه وبذلك فإن كمية الطاقة الحرارية لوحدة المسافة ولوحدة الزمن تتناسب مع معدل الانحدار الحراري (temperature gradient) خلال السلك وفق المعادلة (4-80)

$$Q = - K_l \frac{dT}{dX} \quad \dots (4-80)$$

حيث K_l التوصيلية الحرارية (thermal conductivity) . أن التيار الحراري (thermal current) في المعدن ينتقل بواسطة الكترونات التوصيل . إن هذه النتيجة مبنية على اساس النتائج العملية ، حيث موصلية المعدن للحرارة هي احسن بكثير من موصلية العازل . وبذلك فإن التوصيل الحراري بواسطة الفونونات (الموجودة في المعادن والعوازل) هي اقل اهمية من التوصيل الحراري بواسطة الكترونات التوصيل والتي يقتصر وجودها في المعادن فقط . وعليه يمكن اهمال دور الفونونات في عملية انتقال الحرارة في المعادن .

لحساب التوصيلة الحرارية الالكترونية والتي يرمز لها κ_{el} (electronic thermal conductivity) نستخدم العلاقة التالية :

$$\kappa_{el} = \frac{1}{3} v C_v \quad \dots (5-12)$$

حيث C_v الحرارة النوعية الالكترونية لوحدة الحجم و v معدل المسار الحركي و سرعة الالكترون . حسب نظرية درود : أن التوصيلة الكهربائية

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

وبدلالة المسار الحركي

$$\sigma = \frac{ne^2l}{mv} \quad \dots (5-13)$$

من المعادلتين (5-12) و (5-13) نحصل على

$$\frac{\kappa_{el}}{\sigma} = \frac{\frac{1}{3} C_v mv^2}{ne^2} \quad \dots (5-14)$$

أن درود استخدم النظرية الكلاسيكية (النظرية الحركية للغازات) في حساب الحرارة النوعية الالكترونية C_v ومعدل مربع السرعة . وبذلك

$$C_v = \frac{3}{2} n K_B$$

و

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} K_B T$$

حيث K_B ثابت بولتزمان . بالتعويض عن C_v و v^2 في المعادلة (5-14) نحصل على

$$\frac{\kappa_{el}}{\sigma} = \frac{3}{2} \left(\frac{K_B}{e} \right)^2 T \quad \dots (5-15)$$

أن المعادلة (5-15) تشمل قانون وايدمان - فرانز (Wiedemann Franz) يمكن أيضاً كتابة المعادلة (5-15) بالصيغة التالية :

$$L = \frac{\kappa_{el}}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left(\frac{K_B}{e} \right)^2 = 1.11 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2} \quad (5-16)$$

حيث L ثابت لورنز وقيمتها هنا تساوي نصف القيم النموذجية الموضحة في الجدول (5-4). أن الخطأ الناتج في المعادلة (16 - 5) هو نتيجة افتراض أن مساهمة الإلكترونات للحرارة النوعية يساوي $\frac{3}{2} n K_B$ والتي لا تتفق مع الناتج التجريبية. لقد وجد عملياً أنه لا توجد أي مساهمة للإلكترونات التوصيل للحرارة النوعية في درجات حرارة الغرفة. وبذلك لا يمكن استخدام النظرية الكلاسيكية على الإلكترونات الغازية.

الجدول (4 - 5) القيم العملية للتوصيلية الحرارية للإلكترونية ولثابت لورنز لبعض العناصر المختارة.

ELEMENT	273 K		373 K	
	κ (watt/cm-K)	$\kappa / \sigma T$ (watt-ohm/k ²)	κ (watt/cm-K)	$\kappa / \sigma T$ (watt-ohm/K ²)
Li	0.71	2.22×10^{-18}	0.73	2.43×10^{-8}
Na	1.38	2.21		
K	1.0	2.23		
Rb	0.6	2.42		
Cu	3.85	2.20	3.82	2.29
Ag	4.18	2.31	4.17	2.38
Au	3.1	2.32	3.1	2.36
Be	2.3	2.36	1.7	2.42
Mg	1.5	2.14	1.5	2.25
Nb	0.52	2.90	0.54	2.78
Fe	0.80	2.61	0.73	2.88
Zn	1.13	2.28	1.1	2.30
Cd	1.0	2.49	1.0	
Al	2.38	2.14	2.30	2.19
In	0.88	2.58	0.80	2.60
Tl	0.5	2.75	0.45	2.75
Sn	0.64	2.48	0.60	2.54
Pb	0.38	2.64	0.35	2.53
Bi	0.09	3.53	0.08	3.35
Sb	0.18	2.57	0.17	2.69

الجدول
صممه الأستاذ

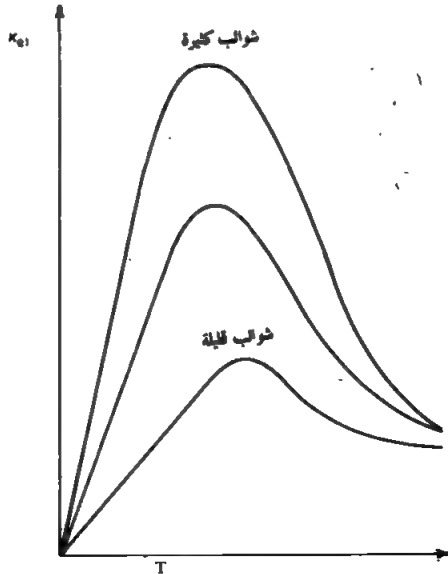
ان القيمة الحقيقية لمساهمة الالكترونات للحرارة النوعية تساوي

$$\frac{\pi^2}{2} \left(\frac{K_B T}{\epsilon_f} \right) n K_B$$

(لاحظ البند 5-8) حيث ϵ_f هي طاقة فيرمي وان الحرارة النوعية هي أصغر من القيمة الكلاسيكية بمقدار $K_B T / \epsilon_f$. وان القيمة الحقيقية لمربع السرعة v^2 هي ليست لمربع السرعة الحرارية الكلاسيكية للالكترونون $K_B T / m$ ولكن $V_f^2 = 2\epsilon_f / m$ وهي اكبر من القيمة الكلاسيكية بمقدار $\epsilon_f / K_B T$. وبالتالي يفر عن القيم الحقيقية لـ C_v و v^2 في المعادلة (5-14) نحصل على

$$\frac{\kappa_{el}}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{K_B}{e} \right)^2 = 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega / \text{K}^2 \quad \dots (5-17)$$

أن هذه القيمة مطابقة لقيمة L في الجدول (5-4). الشكل (5-5) يوضح تغير التوصيلية الحرارية مع درجات الحرارة لمعادن ذات نقاوة مختلفة كما يبين الشكل أن التوصيلية الحرارية تتناسب خطياً مع درجات الحرارة بعد أن تصل قيمة κ الى اقصى قيمة لها.



الشكل (5-5) التوصيلية الحرارية كدالة لدرجات الحرارة لمعادن ذات نقاوة مختلفة.

5-6 النظرية الكمية للالكترونات الحرة

بعد اكتشاف مبدأ الانفراد لبولي استطاع سمرفيلد (Summerfield) استخدام نفس مبدأ الالكترونات الغاز الحرة في المعادن لحل المشاكل التي عانت منها نظرية درود. ان الاختلاف الرئيسي بين النظريتين هو ان النظرية الكلاسيكية لدرود اعتمدت سرعة الالكترونات على اساس توزيع ماكسويل بولتزمان (المعادلة 34 - 4). اما النظرية الكمية لسمرفيلد فقد تبنت التوزيع الكمي لفيرمي - ديراك (المعادلة 35 - 4) وعليه لابد من دراسة النظرية الكمية لانها تعالج سلوك الالكترونات الحرة في المعادن. ان الالكترونات هي جسيمات فيرمي ، ولذلك فانها تخضع لمبدأ الانفراد . وعليه فان توزيع طاقة غاز الالكترونات الحرة في المعدن يتبع احصاء فيرمي - ديراك ، حيث دالة فيرمي تأخذ الصيغة التالية :

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \epsilon_f)/k_B T} + 1} \quad \dots (5-18)$$

وهذه المعادلة تتفق مع مبدأ الانفراد ، حيث نجد عند درجة الصفر المطلق

$$\begin{aligned} \epsilon < \epsilon_f & \quad \text{عندما} & f(\epsilon) = 1 \\ \epsilon > \epsilon_f & \quad \text{عندما} & f(\epsilon) = 0 \\ \epsilon = \epsilon_f & \quad \text{عندما} & f(\epsilon) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

وعندما تزداد درجة الحرارة تتغير دالة فيرمي (دالة الاحتمالية) تدريجياً من واحد الى صفر (لاحظ الشكل 6 - 5) نستطيع حساب طاقة فيرمي لنموذج من معدن يحتوي على N من الالكترونات الحرة وذلك بملء مستويات الطاقة الدنيا من $\epsilon = 0$ ولغاية $\epsilon = \epsilon_f$ المطلوب ايجادها . ان عدد الالكترونات التي تشغل مستوى معين من الطاقة ϵ يساوي عدد الحالات $g(\epsilon)$ عند مستوى الطاقة ϵ حيث كل حالة تستوعب الكترونات واحداً فقط . ولذلك

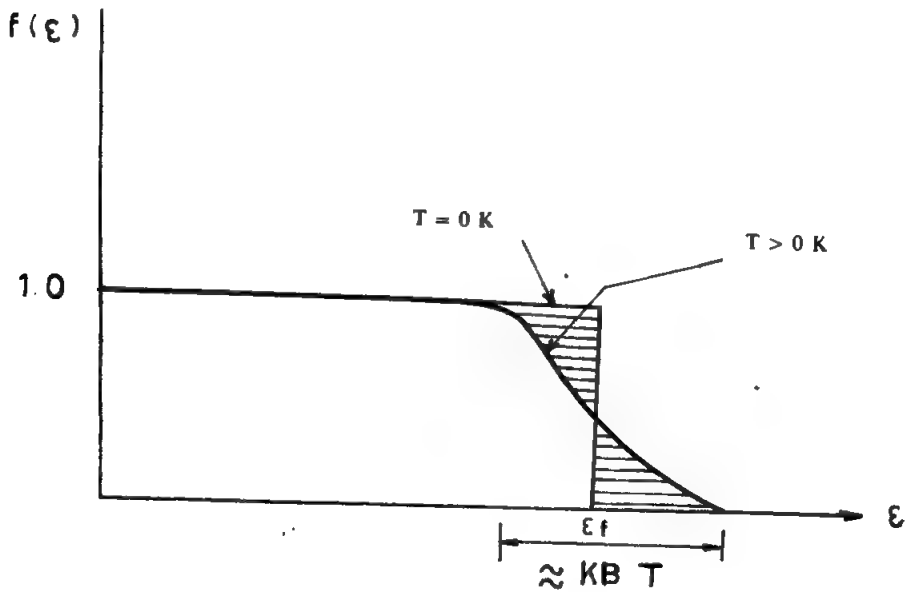
$$N = \int_0^{\epsilon_f} g(\epsilon) d\epsilon \quad \dots (5-19)$$

حيث $g(\epsilon) d\epsilon$ يمثل عدد الحالات المحصورة بين ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ المتبصرة للالكترون .

يمكن استخدام نفس الطريقة لحالة فوتونات اشعاعات الجسم الأسود لاجداد عدد الحالات $g_{(e)} d_e$. هناك تشابه تام بين هاتين الحالتين حيث حالتا برم الالكترون $m_s = + \frac{1}{2}$ و $m_s = - \frac{1}{2}$ اللتان تؤديان الى تضاعف الحالة في فضاء الحالة (phase space) كتضاعف الحالات فسي فضاء الحالة لغاز الفوتونات نتيجة وجود اتجاهيين ممكنين لاستقطاب الفوتونات ، وبدلالة الزخم نجد ان

$$g_{(p)} dp = \frac{8\pi V p^2 dp}{h^3} \quad \dots (5-20)$$

اما بالنسبة لالكترون غير نسبي (non relativistic) لدينا



الشكل (5-6) دالة فيرمي لتوزيع الالكترونات عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة اعلى من الصفر

$$p^2 dp = (2m^3 \epsilon)^{1/2} d\epsilon \quad \dots (5-21)$$

وعليه

$$g_{(e)} d_e = \frac{8 \sqrt{2\pi} V m^{3/2}}{h^3} \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad \dots (5-22)$$

وبالتعويض عن قيمة $g(\epsilon) d\epsilon$ من المعادلة (5-22) في المعادلة (5-19) نحصل على

$$N_f = \frac{8 \sqrt{2\pi} V m^{3/2}}{h^3} \int_0^{\epsilon_f} \epsilon^{1/2} d\epsilon$$

$$= \frac{16 \sqrt{2\pi} V m^{3/2}}{3h^3} \epsilon_f^{3/2}$$

ومنها

$$\epsilon_f = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3} \quad \dots (5-23)$$

حيث ϵ_f تمثل طاقة فيرمي . ان المقدار $\left(\frac{N}{V}\right)$ يمثل كثافة الالكترونات الحرة في المعدن وعليه فان ϵ_f لا تعتمد على حجم النموذج تحت الدرس بل هو مقدار ثابت لكل معدن . انه لمن المناسب ان نحسب معدل طاقة الالكترونات عند الصفر المطلق ولهذا نحسب اولا الطاقة الكلية للالكترونات (u) عند $T = 0K$ حيث

$$u = \int_0^{\epsilon_f} \epsilon n(\epsilon) d\epsilon$$

ولما كانت جميع الالكترونات عند $T = 0K$ تمتلك طاقات اقل من ϵ_f اوتساويها ، فعليه عند $T = 0K$ فان

$$e^{(\epsilon - \epsilon_f)/k_B T} = 0$$

ولذلك

$$u = \frac{3N}{2} \epsilon_f^{-3/2} \int_0^{\epsilon_f} \epsilon^{3/2} d\epsilon$$

$$u = \frac{3}{5} N \epsilon_f \quad \dots (5-24)$$

ان معدل طاقة الالكترونات $\langle \epsilon \rangle$ يساوي الطاقة الكلية مقسومة على عدد الالكترونات N الموجودة . اي :

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{5} \epsilon_f \quad \dots (5-25)$$

5-7 خواص الحالة الدركية لغاز الالكترون

بما ان الالكترونات لا تتصادم مع بعضها الاخر (حسب نموذج الالكترونات الحرة) فيمكننا ايجاد الحالة الدركية لنظام متكون من N الكترون وذلك عن طريق حساب مستويات الطاقة لالكترون واحد منفرد في حجم V ثم يتم ملء هذه المستويات بالالكترونات بحيث نتبع مبدأ الانفراد لباولي والذي ينص على انه لا يمكن اشغال حالة كمية باكثر من الكترون واحد . يمكننا وصف الالكترون المنفرد بدالة الموجة $\Psi_{(r)}$. واذا لم يتصادم الالكترون فان دالة موجته التابعة لمستوى الطاقة ϵ تحقق معادلة شرودينجر غير المعتمدة على الزمن كما يلي :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi(r) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(r) = \epsilon \Psi(r) \quad (5-26)$$

نفترض ان الالكترون محصور داخل مكعب طول ضلعه $L = V^{1/3}$. ان الشروط الحدودية لحل المعادلة (5-26) لحيز ذي . ثلاثة ابعاد هو :

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, z + L) &= \Psi(x, y, z) \\ \Psi(x, y + L, z) &= \Psi(x, y, z) \\ \Psi(x + L, y, z) &= \Psi(x, y, z) \end{aligned} \quad (5-27)$$

وكثيرا ماتسمى المعادلة (5-27) بشرط بورن - فون كارمان . وعليه

$$\Psi_k(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (5-28)$$

وان طاقة الالكترون

$$\epsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (5-29)$$

حيث \vec{k} متجه الموجة . لمعرفة اهمية المتجه \vec{k} ، لا بد من الاشارة بانه يمكن كتابة الزخم الخطي بدلالة المؤثر (operator) p في الميكانيك الكمي ، حيث

$$\vec{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$$

يمكن تطبيق ذلك على المعادلة (5 - 28) لنحصل على

$$\vec{p} \Psi_k(\vec{r}) = \frac{\hbar}{i} \cdot \frac{\vec{\partial}}{\partial \vec{r}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \hbar \vec{k} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad \dots (5-30)$$

وعليه فإن الموجة المستوية $\Psi_k(r)$ هي الدالة المسموحة للزخم الخطي وبذلك فإن القيمة المسموحة للزخم هي

$$p = \hbar k \quad \dots (5-31)$$

أما سرعة الإلكترون \vec{v} فتساوي

$$\vec{v} = \frac{\hbar \vec{k}}{m} \quad \dots (5-32)$$

يمكن كتابة متجه الموجة \vec{k} بدلالة طول الموجة بحيث

$$\lambda = 2\pi/k$$

وتدعى هذه المعادلة بمعادلة دي برولي . نستنتج من المعادلة (5 - 26) أن هناك قيمة مسموحة لـ k تحقق المعادلة (5.28) عندما

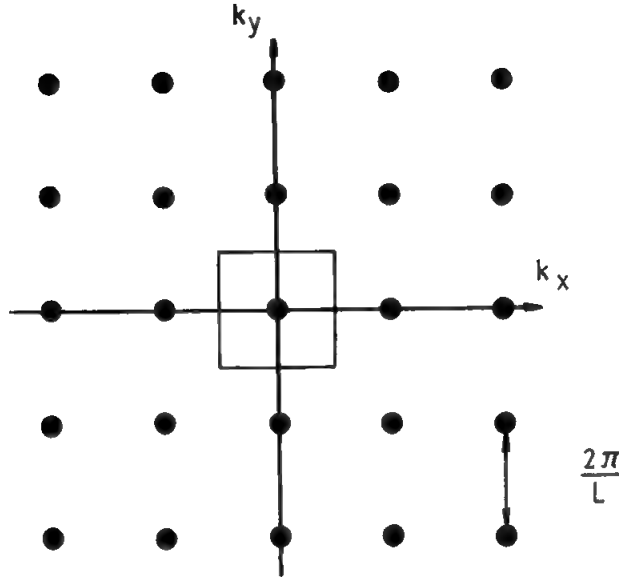
$$e^{ik_x L} = e^{ik_y L} = e^{ik_z L} = 1$$

لما كانت $e^{2\pi i n} = 1$ حيث n عدد صحيح . فإن قيم k المسموحة نأخذ الصيغ التالية :

$$k_z = \frac{2\pi n_z}{L}, \quad k_y = \frac{2\pi n_y}{L}, \quad k_x = \frac{2\pi n_x}{L} \quad \dots (5-33)$$

حيث n_z, n_y, n_x أعداد صحيحة . وعليه ففي فضاء ذي ثلاثة أبعاد k_x, k_y, k_z (فضاء k) تكون القيم المسموحة لمتجه الموجة هي مضاعفات $\frac{2\pi}{L}$ والشكل (5 - 7) يوضح فضاء ذي بعدين . أن من أهم تطبيقات تكتم قيم k (المعادلة (5 33)) هو معرفة العدد المسموح لقيم k في فضاء k . وإذا كان الحيز كبيراً جداً فإن عدد النقاط المسموح بها يساوي حجم فضاء k ضمن الحيز مقسوماً على حجم فضاء k لكل نقطة ضمن القيم المسموحة لـ k . أن حجم الأخير يساوي $(2\pi/L)^3$ وكما هو في الشكل (5 - 7) . وبذلك فإن حيز حجمه Ω في فضاء k يحتوي على

$$\frac{\Omega}{(2\pi/L)^3} = \frac{\Omega V}{8\pi^3} \quad \dots (5-34)$$



الشكل (5-7) نقاط مرسومة يعيدون في فضاء k وبالشكل $k_x = \frac{2\pi x}{L}$ ، $k_y = \frac{2\pi y}{L}$ أن المساحة لكل نقطة تساوي $(2\pi/L)^2$ المساحة

من القيم المسموحة لـ k . أي أن العدد المسموح لقيم k لوحدة الحجم في فضاء k . يساوي $\frac{V}{8\pi^3}$ ويعرف أحيانا بكثافة المستويات في فضاء k .

في الحالة الدركية لنظام متكون من N من الإلكترونات الحرة فإن المدارات المشغولة يمكن تمثيلها بنقاط داخل كرة في فضاء k . إن نصف قطر هذه الكرة يساوي k_f وحجمها (Ω) يساوي $4\pi k_f^3/3$. ومن المعادلة (5-34) فإن العدد المسموح لقيم k ضمن هذه الكرة يساوي .

$$\left(\frac{4}{3} \pi k_f^3 \right) \left(\frac{V}{8\pi^3} \right) = \frac{k_f^3}{6\pi^2} V \quad \dots (5-35)$$

وعليه فإن العدد الكلي للمدارات :

$$N = 2 \frac{k_f^3}{6\pi^2} V = \frac{k_f^3}{3\pi^2} V \quad \dots (5-36)$$

أن العدد 2 في المعادلة (36-5) هو نتيجة وجود قيمتين للعدد الكلي البرمي m_s ($m_s = \pm 1/2$) لكل قيمة مسموحة لـ k . وبذلك لو كان لدينا N من الإلكترونات في حجم V فإن الحالة الدركية لهذا النظام تتكون على أساس إشغال جميع المستويات المنفردة التي بها k أقل من k_f ونترك تلك المستويات التي لها k أكبر من k_f غير مشغولة . حيث

$$k_f = \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3}$$

أو

$$k_f = (3\pi^2 n)^{1/3}$$

... (5-37)

حيث n تمثل الكثافة الالكترونية .

ان الكرة التي نصف قطرها k_f والتي تكون فيها جميع مستويات الالكترون الواحد مملوءة تسمى كرة فيرمي (Fermi sphere) . ان سطح كرة فيرمي الذي يفصل بين المستويات المملوءة والمستويات الفارغة يسمى سطح فيرمي (Fermi surface) (سوف نلاحظ في الفصل السادس أن سطح فيرمي يشكل موضوعاً مهماً في النظرية الحديثة للمعادن وليس من الضروري أن يكون كروياً) . إن طاقة الالكترونات عند سطح فيرمي تساوي .

$$\epsilon_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m}$$

... (5-38)

وزخم هذه الالكترونات .

$$p_f = \hbar k_f$$

... (5-39)

أما سرعتها v_f فتساوي .

$$v_f = \frac{\hbar k_f}{m}$$

... (5-40)

وتسمى سرعة فيرمي (Fermi velocity) وتلعب دوراً مهماً في نظرية المعادن بالمقارنة مع السرعة الحرارية $v = (3K_B T/m)^{1/2}$ وحسب النظرية الكلاسيكية . ونستطيع صياغة المعادلات اعلاه بدلالات عددية وذلك باستخدام المقدار r_s/a_0 (دون وحدات) والذي تتغير قيمة من 2 الى 6 في المعادن . من المعادلتين (2-5) و (37-5) نحصل على .

$$k_f = \frac{(9\pi/4)^{1/3}}{r_s} = \frac{1.92}{r_s} \quad \dots (5-41)$$

أو

$$k_f = \frac{3.63}{r_s/a_0} A^{-1} \quad \dots (5-42)$$

حيث a_0 تمثل نصف قطر بور . إن سرعة فيرمي v_f هي :

$$v_f = \left(\frac{\hbar}{m} \right) k_f = \frac{4.2}{r_s/a_0} \times 10^8 \text{ cm/sec.} \quad \dots (5-43)$$

من وجهة نظر الميكانيك الكلاسيكية ، فإن هذه السرعة مذهلة لأن جميع الجسيمات في الغاز الكلاسيكي عند درجة الصفر المطلق لها سرعة تساوي صفراً . حتى في درجات حرارة الغرفة فأن السرعة الحرارية للجسيمات الكلاسيكية التي تحمل كتلة الإلكترونات تساوي ما يقارب 10^7 سم / ثانية . من المعادلة (5-42) وبالتعويض عن قيمة a_0 نحصل على

$$\varepsilon_f = \frac{50.1}{(r_s/a_0)^2} \text{ eV}$$

وإن الجدول (5-5) يوضح طاقة وسرعة ومنتجه فيرمي لبعض المعادن يمكننا تعريف درجة حرارة فيرمي T_f (Fermi temperature) على انها

$$T_f = \frac{\varepsilon_f}{K_B} = \frac{58.2}{(r_s/a_0)^2} \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} \quad \dots (5-44)$$

وعلى نقيض ذلك ، فأن طاقة كل الكترون في الغاز الكلاسيكي تساوي $\frac{3}{2} K_B T$ وتساوي صفراً عندما $T = 0\text{ } ^\circ\text{K}$ بينما ترتفع قيمة هذه الطاقة لتساوي تقريبا درجة الحرارة المعطاة في المعادلة (5-45) عندما

$$T = \frac{2}{5} T_f \approx 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} \quad \dots (5-45)$$

إن كثافة الحالة $D(\varepsilon)$ (density of state) تعرف بعدد المدارات لوحدة الطاقة ويمكن ايجاد قيمتها من المعادلتين (5-36) ، (5-38)

الجدول 5-5 طاقة فيرمي ودرجة حرارة فيرمي وسرعة فيرمي ومنتجه موجة فيرمي لبعض العناصر.

ELEMENT	r_s/a_0	ϵ_f	T_f	k_f	v_f
Li	3.25	4.74 eV	$5.51 \times 10^4 \text{ K}$	$1.12 \times 10^8 \text{ cm}^{-1}$	$1.29 \times 10^8 \text{ cm/sec}$
Na	3.93	3.24	3.77	0.92	1.07
K	4.86	2.12	2.46	0.75	0.86
Rb	5.20	1.85	2.15	0.70	0.81
Cs	5.62	1.59	1.84	0.65	0.75
Cu	2.67	7.00	8.16	1.36	1.57
Ag	3.02	5.49	6.39	1.20	1.39
Au	3.01	5.53	6.42	1.21	1.40
Be	1.87	14.3	16.6	1.94	2.25
Mg	2.66	7.08	8.23	1.36	1.58
Ca	3.27	4.69	5.44	1.11	1.28
Sr	3.57	3.93	4.57	1.02	1.18
Ba	3.71	3.64	4.23	0.98	1.13
Nb	3.07	5.32	6.18	1.18	1.37
Fe	2.12	11.1	13.0	1.71	1.98
Mn	2.14	10.9	12.7	1.70	1.96
Zn	2.30	9.47	11.0	1.58	1.83
Cd	2.59	7.47	8.68	1.40	1.62
Hg	2.65	7.13	8.29	1.37	1.58
Al	2.07	11.7	13.6	1.75	2.03
Ga	2.19	10.4	12.1	1.66	1.92
In	2.41	8.63	10.0	1.51	1.74
Tl	2.48	8.15	9.46	1.46	1.69
Sn	2.22	10.2	11.8	1.64	1.90
Pb	2.30	9.47	11.0	1.58	1.83
Bi	2.25	9.90	11.5	1.61	1.87
Sb	2.14	10.9	12.7	1.70	1.96

حيث

$$N = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{3/2} \quad \dots (5-46)$$

وبذلك فإن كثافة الحالة

$$D(\epsilon) \equiv \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2}$$

ويمكن التعبير عن كثافة الحالة بصيغة أخرى عندما نكتب المعادلة (5-46) بالشكل التالي :

$$\ln N = \frac{3}{2} \ln \epsilon + \text{Constant}$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{3}{2} \frac{d\epsilon}{\epsilon}$$

وعليه

$$D(\epsilon) = \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{3N}{2\epsilon} \quad \dots (5-47)$$

5-8 الحرارة النوعية الالكترونية للمعادن

إن من أهم تطبيقات الميكانيك الاحصائي لفيرمي وديراك هو مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية . عند ارتفاع درجة الحرارة فإن الالكترونات التي طاقتها قريبة من طاقة فيرمي ϵ_f تستطيع ان تغير حالتها وتهيج وتكتسب طاقة $K_B T$ وبذلك تساهم في الحرارة النوعية . اما الجزء الاكبر من الالكترونات وبالاخص الالكترونات الداخلية فلا تتأثر بهذه الحرارة ولا تستطيع تغير حالاتها لان مداراتها تكون مشبعة . ولهذا فإن مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية تكون قليلة كما هي موضحة في الجزء المظلل في الشكل (6 - 5)

يمكننا تعريف الحرارة النوعية الالكترونية على النحو التالي :

$$C_{el} = \frac{du}{dT} \quad \dots (5-48)$$

حيث u تمثل الطاقة الكلية للالكترونات . أن الزيادة في الطاقة الكلية u لنظام متكون من N من الالكترونات عندما ترتفع درجة الحرارة من الصفر الى T هي :

$$u = \int_0^{\infty} d\varepsilon D(\varepsilon) f(\varepsilon) - \int_0^{\varepsilon_f} d\varepsilon \varepsilon D(\varepsilon) \quad \dots (5-49)$$

حيث $f(\varepsilon)$ هي دالة فيرمي - ديراك و $D(\varepsilon)$ كثافة الحالة . عند ضرب عدد المدارات N في طاقة فيرمي ، نحصل على

$$\varepsilon_f N = \varepsilon_f \int_0^{\infty} d\varepsilon D(\varepsilon) f(\varepsilon) \quad \dots (5-50)$$

وهذه المعادلة لا تعتمد على درجة الحرارة . وبفاضل كل من المعادلتين (5-49) و (5-50) . نحصل على

$$C_{el} = \frac{\partial u}{\partial T} = \int_0^{\infty} d\varepsilon \varepsilon D(\varepsilon) \frac{\partial f}{\partial T}$$

$$0 = \varepsilon_f \frac{\partial N}{\partial T} = \int_0^{\infty} d\varepsilon \varepsilon_f D(\varepsilon) \frac{\partial f}{\partial T}$$

على التوالي :
ومنها نحصل على

$$C_{el} = \int_0^{\infty} d\varepsilon (\varepsilon - \varepsilon_f) D(\varepsilon) \frac{\partial f}{\partial T}$$

عند درجات الحرارة الواطئة $\left(\frac{K_B T}{\varepsilon_f} < 0.01 \right)$ فإن المقدار $\frac{\partial f}{\partial T}$ يصبح كبيراً عندما تقترب ε من طاقة فيرمي ε_f وبذلك يمكن حساب $D(\varepsilon)$ عند طاقة فيرمي وتصبح كمية ثابتة ويمكن اخراجها خارج التكامل :

$$C_{el} = D(\varepsilon_f) \int_0^{\infty} d\varepsilon (\varepsilon - \varepsilon_f) \frac{\partial f}{\partial T}$$

ولكن

$$\frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_f}{K_B T^2} \frac{e^{(\varepsilon - \varepsilon_f)/(K_B T)}}{(e^{(\varepsilon - \varepsilon_f)/(K_B T)} + 1)^2}$$

وعلية

$$C_{el} = \frac{1}{3} \pi^2 D(\varepsilon_f) K_B^2 T \quad \dots (5-51)$$

وبالتعويض عن قيمة $D(\varepsilon_f)$ في المعادلة (5-47) نحصل على :

$$C_{el} = \frac{1}{2} \pi^2 N K_B \cdot \frac{K_B T}{\varepsilon_f} = \frac{1}{2} \pi^2 N K_B \frac{T}{T_f} = \gamma T \quad \dots (5-52)$$

$$\frac{1}{2} \pi^2 \frac{N K_B}{T_f} \quad \text{حيث } \gamma \text{ تساوي}$$

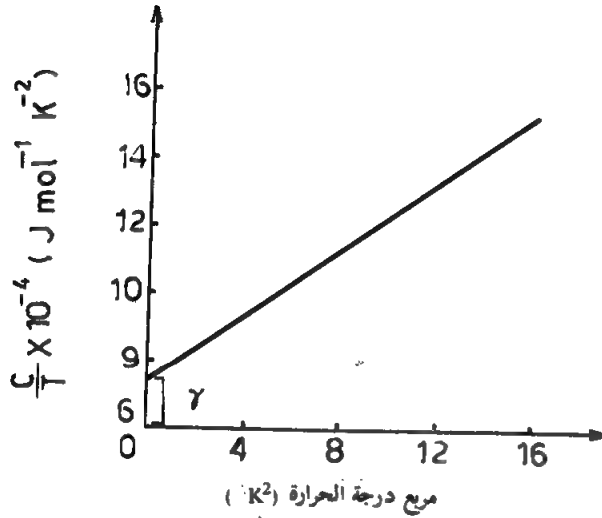
ولما كانت طاقة الالكترونات وحسب الميكانيك الكلاسيكي (توزيع ماكسويل - بولتزمان) تساوي $\frac{3}{2} N K_B T$ فإن الحرارة النوعية الناتجة عنها تساوي $\frac{3}{2} N K_B$ وبمقارنتها مع قيمة الحرارة النوعية في المعادلة (5.52) . نلاحظ أن مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية وحسب توزيع فيرمي - ديراك هي اقل بمقدار $\left(\frac{\pi^2}{3}\right) \left(\frac{K_B T}{\varepsilon_f}\right)$ من مساهمة الالكترونات حسب توزيع ماكسويل - بولتزمان . وبالإضافة الى ذلك نلاحظ أن الحرارة النوعية (المعادلة 5-52) تتناسب مع درجات الحرارة وقيمتها حوالي 10^{-2} عند درجة حرارة الغرفة وهذا ما تؤكدته التجارب العملية وعلية فإن المعادلة (5-52) توضح سبب عدم مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية للمعادن في درجات الحرارة العالية لان مساهمة الفونونات تكون متغلبة . وبذلك فإن الحرارة النوعية الكلية للمعادن تاخذ الصيغة التالية :

$$C = \gamma T + AT^3 \quad \dots (5-53)$$

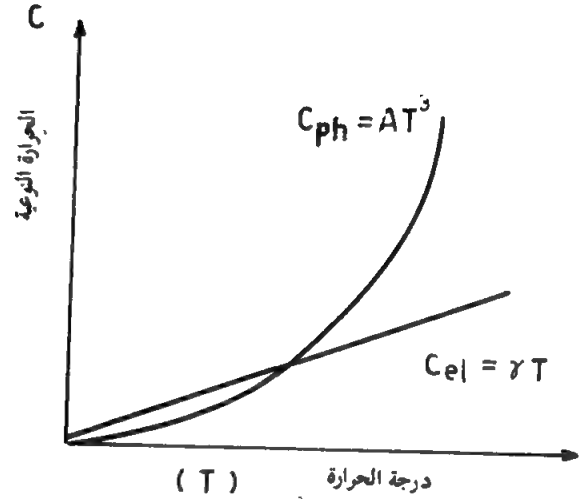
حيث γT مساهمة إلكترونيات التوصيل للحرارة النوعية وهي ذات تأثير واضح عند درجات الحرارة الواطئة . اما مساهمة الفونونات (AT^3) فتكون ذات تأثير كبير عند درجات الحرارة العالية . يمكننا اعادة كتابة المعادلة (5-53) لتأخذ الشكل التالي :

$$\frac{C}{T} = \gamma + AT^2 \quad \dots (5-54)$$

وعند درجات الحرارة الواطئة يمكننا حساب مقدار مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية وذلك برسم $\frac{C}{T}$ كدالة لـ T^2 ومنها نحصل على خط مستقيم يقطع محور γ عند قيمة γ كما هو موضح في الشكل (8 5) . أن تطابق النتائج العملية مع النتائج



(b)



(a)

الشكل (5-8) الحرارة النوعية للمعادن عند درجات الحرارة الواطئة
 (a) عند درجات حرارة سائل الهليوم فإن الحرارة النوعية الالكترونية C_{el} تكون متغلبة على
 مساهمة الفونونات للحرارة النوعية C_{ph} . (b) العلاقة بين C/T ، T^2 للنحاس

محسب يوسف اللوميني

النظرية (المعادلة 52 - 5) يوضح لنا مدى نجاح نظرية الالكترونات الحرة في تفسير مساهمة الالكترونات للحرارة النوعية . وقد استطاعت هذه النظرية ايضاً وبنجاح تفسير مساهمة الالكترونات في خاصية البارامغناطيسية (Paramagnetism) وكما سنوضح ذلك في الفصل التاسع .

5-9 ظاهرة هول في المعادن (Hall Effect)

ان الشكل (5-9) يوضح مخططاً لظاهرة هول (Hall Effect) في المعادن . عند تسليط مجال كهربائي E_x على شريحة معدنية نحمل تياراً كثافته J_x باتجاه طوله على محور x وتسلط مجال مغناطيسي كثافة فيضه B عمودي على الشريط باتجاه محور y فان قوة لورنتس (Lorentz force) تعمل على حرف الالكترونات باتجاه محور y السالب كما هو موضح في المعادلة (55 - 5) (لان سرعة انسياب الالكترونات drift velocity تكون معاكسة لجريان التيار) .

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots (5-55)$$

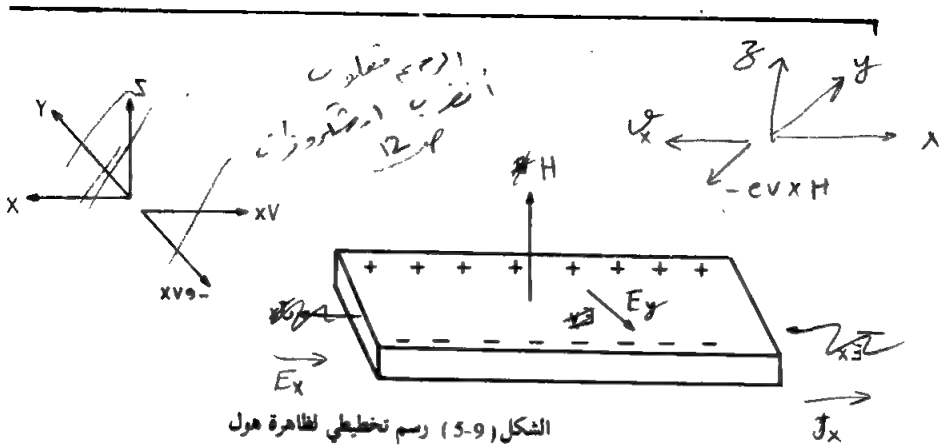
نتيجة لقوة لورنتس فان الالكترونات تتجمع عند الحافة السفلى وبذلك تصبح هذه الجهة من الشريحة مشحونة بالشحنة السالبة . وفي نفس الوقت تظهر شحنات موجبة عند الجهة العليا للشريحة وذلك للنقص الحاصل في الالكترونات في تلك المنطقة . ان المجال المتولد نتيجة لهذه الشحنات (الموجبة والسالبة) يدعى بمجال هول (Hall field) ويعمل على تعادل قوة لورنتس وبذلك فان التيار يمر فقط باتجاه محور x .

هناك ملاحظتان يجب الانتباه لهما :

- ١ - ان النسبة بين المجال الكهربائي المسلط على الشريحة (E_x) وكثافة التيار J_x تسمى بمقاومة المعدن للمغطة (magneto resistance) ، اي :

$$\rho_{(B)} = \frac{E_x}{J_x} \quad \dots (5-56)$$

وقد وجد هول ان هذه النسبة تعتمد على شدة المجال المغناطيسي المسلط .



٢ - لما كان المجال E_y (مجال هول) يعمل على تعادل قوة لورنس فعليه نتوقع انه يتناسب مع كثافة الفيض المغناطيسي المسلط (B) وكثافة التيار المار في الشريحة J_x ، وعليه

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B} \quad \dots (5-57)$$

ان ثابت التناسب R_H يدعى معامل هول (Hall coefficient) . ولما كان مجال هول باتجاه محور y السالب فان R_H يجب ان تكون سالبة . اما اذا كانت ناقلات الشحنة موجبة فان R_H تكون موجبة ايضاً . وغالباً ما تستخدم هذه الطريقة لمعرفة نوعية ناقلات الشحنة .

لحساب معامل هول ومقاومة المعدن للمغطة . لابد من ايجاد كثافة التيار J و J_y في حالة وجود المجال الكهربائي وبالمركبات E_y, E_x وكذلك بوجود المجال المغناطيسي B باتجاه المحور z . وعليه فان القوة المؤثرة على الالكترونات بوجود المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي تساوي

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots (5-58)$$

يمكن كتابة القوة المؤثرة على الالكترونات بدلالة الزخم \vec{p} وكما يلي :

$$\vec{F} = \left[\frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{\vec{p}}{\tau} \right] \quad \dots (5-59)$$

من المعادلتين (5-58) و (5-59) نحصل على

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e \left[\vec{E} + \frac{\vec{p}}{m} \times \vec{B} \right] - \frac{\vec{p}}{\tau} \quad \dots (5-60)$$

وفي حالة التوازن (steady state) ، فإن التيار لا يعتمد على الزمن وعليه فإن p_x و p_y يحققان المعادلة

$$0 = -eE_x - \omega_c p_y - \frac{p_x}{\tau}$$

$$0 = -eE_y + \omega_c p_x - \frac{p_y}{\tau} \quad \dots (5-61)$$

حيث

$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$

وتسمى بالتردد المداري (السايكلوتروني) (cyclotron frequency) . وبضرب طرفي المعادلة (5-61) بـ $(-ne / m)$ نحصل على

$$\sigma_0 E_x = \omega_c \tau J_y + J_x \quad (5-62)$$

$$\sigma_0 E_y = -\omega_c \tau J_x + J_y \quad \dots (5-63)$$

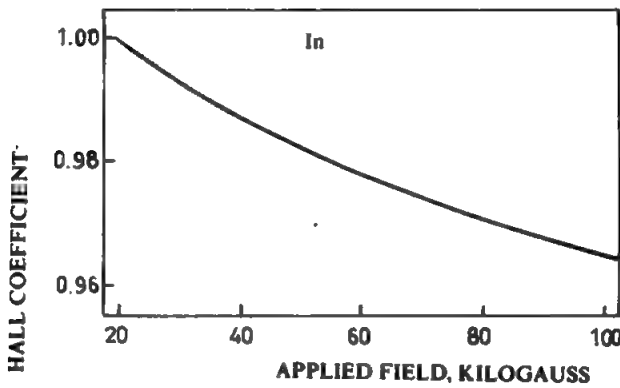
حيث $\sigma_0 = \frac{ne^2 \tau}{m}$ تسمى التوصيلية الكهربائية للتيار المستمر في غياب المجال المغناطيسي. يمكن تحديد مجال هول E_y على أساس عدم مرور تيار مستعرض خلال الشريحة باتجاه محور y حيث يمر التيار باتجاه محور x فقط . وعندما نعوض عن قيمة $J_y = 0$ في المعادلة (5-62) نجد أن

$$E_y = - \left(\frac{\omega_c \tau}{\sigma_0} \right) J_x = - \left(\frac{B}{ne} \right) J_x \quad \dots (5-64)$$

من المعادلتين (5-57) ، (5-64) نحصل على

$$R_H = - \frac{1}{ne} \quad \dots (5-65)$$

نلاحظ ان معامل هول لا يعتمد على ابعاد الشريحة المعدنية ولكن يعتمد على كثافة الالكترونات فقط . لقد لوحظ ان المعادلة (5-65) والمستنبطة من نظرية درود المبسطة لا تنطبق على جميع المعادن ، حيث وجد عملياً أن معامل هول يعتمد على شدة المجال المغناطيسي المسلط وعلى درجات الحرارة كما هو موضح في الشكل (5-10) ان الجدول (5-6) يبين المعادن التي تتبع المعادلة (5-65) والمعادن التي تشذ عنها .



الشكل (5-10) تغير R_H مع المجال المغناطيسي المسلط للاندسيوم

ان نظرية درود تتفق مع تجربة هول حيث المقاومة لا تعتمد على المجال المغناطيسي المأخوذ . وعندما نعوض عن قيمة $J_y = 0$ في المعادلة (5-63) نحصل على

$$J_x = \sigma_0 E_x$$

وهي النتيجة المتوقعة للتوصيلية الكهربائية عندما يكون المجال المسلط صفراً . ولكن اظهرت التجارب العملية ذات الدقة العالية بان المقاومة تعتمد على شدة المجال المغناطيسي المسلط . وعليه فان النظرية الكمية للمواد الصلبة لا بد من ان تجد حلاً لتفسير فشل نظرية درود لبعض الظواهر الفيزيائية للمعادن .

الجدول (5-6) تطابق العناصر القلوية مع المعادلة (5-65) وتطابق العناصر النادرة (Au, Ag, Cu) الى حد ما مع المعادلة (5-65) وشذوذ المعادن المتبقية .

METAL	VALENCE	$-1 / R_H ne$
Li	1	0.8
Na	1	1.2
K	1	1.1
R	1	1.0
Cs	1	0.9
Cu	1	1.5
Ag	1	1.3
Au	1	1.5
Be	2	- 0.2
Mg	2	- 0.4
In	3	- 0.3
Al	3	- 0.3

5-10 بعض الصعوبات في نموذج الإلكترون الحر

١- ظاهرة هول

تنبأ نظرية الإلكترون الحر بان معامل هول للمعادن له كمية ثابتة $R_H = - \frac{1}{ne}$ لا تعتمد على درجة الحرارة T وزمن الاسترخاء τ وشدة المجال المغناطيسي المسلط B . كما انها تبين بان معامل هول ذو اشارة سالبة دائماً . ولكن من الناحية العملية نجد ان معامل هول يعتمد على درجة الحرارة وشدة المجال المغناطيسي (ومن المحتمل ان يعتمد على زمن الاسترخاء والذي لا يمكن السيطرة عليه عملياً) . ان معامل هول لبعض المواد مثل الكاديوم (Cd) والزنك (Zn) له قيم موجبة .

ملاحظة ١٩٩٥.١٢.٤

٢- تبدل المقاومة بالمغنتية

توضح نظرية الالكترن الحرانه عند تسليط مجال مغناطيسي خارجي عمودي على سلك معدني فان مقاومته لاتعتمد على شدة ذلك المجال . ولكن في معظم الحالات نجد ان المقاومة تعتمد على المجال B . حيث تزداد مقاومة العناصر النادرة ~~للمجال~~ والنحاس والفضة والذهب بصورة واضحة بزيادة المجال المسلط .

٣- قانون وايدمان -فرانز

ان اهم نجاح لنظرية الالكترن الحر هو تفسير قانون وايدمان-فرانز ، حيث هناك تطابق جيد مع النتائج العملية عند درجات حرارة الغرفة وكذلك عند درجات الحرارة الواطئة . ولكن تفشل هذه النظرية في تفسير النتائج العملية عند درجات حرارة متوسطة حيث $k / \sigma T$ تعتمد على درجة الحرارة .

٤- اعتماد التوصيلية الكهربائية للتيار المستمر على درجات الحرارة حيث تناسب التوصيلية الكهربائية مع T^{-1} عند درجات الحرارة العالية ومع T^{-5} عند درجات الحرارة الواطئة .
ولكن لم تفلح نظرية الالكترن الحر في تفسير اعتماد التوصيلية الكهربائية على درجات الحرارة .

هــسـا بـرـهـمـي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

الاسئلة

5- ان التوصيلية الحرارية لنموذج من الجرمانيوم عند درجة حرارة 300 كيلفن تساوي 80 واط/ متر-كيلفن وان المقاومة النوعية الكهربائية تساوي 10^{-2} اوم متر. احسب النسبة بين التوصيلية الحرارية الالكترونية والتوصيلية الحرارية الناتجة عن اهتزازات الشبكة في الجرمانيوم .

5-2 ان كثافة الالمنيوم تساوي 2700 كغم/ م³ وان وزنه الذري هو 27. فاذا علمت ان طاقة فيرمي للالمنيوم 12 إلكترون- فولت فان المقاومة النوعية الكهربائية عند درجة حرارة 300 كيلفن تساوي 3×10^{-8} اوم- متر. جد معدل المسار الحرة لكترونات التوصيل ثم احسب معدل سرعة الانسياب في مجال كهربائي قدره 1000 فولت/ م

5-3 (a) برهن على ان سرعة الامواج تساوي ضعف سرعة الطور باستخدام نموذج الالكترون الحر (b) جد سرعة مجموعة الامواج وسرعة الطور عندما تكون العلاقة بين الطاقة ϵ ومتجه الموجة k بالشكل التالي $\epsilon = Ak^2 - Bk^4$

حيث A و B ثوابت .

5-4 اذا علمت ان طاقة فيرمي للنحاس عند درجة الصفر المطلقة تساوي 7 إلكترون- فولت . جد معدل طاقة الكترونات التوصيل ومربع معدل السرعة لهذه الالكترونات .

5-5 ان كثافة البوتاسيوم هي 860 كغم / م³ ووزنه الذري هو 39 (a) جد طاقة فيرمي E_F للبوتاسيوم عند الصفر المطلقة .

(b) جد كثافة الحالة لنموذج من البوتاسيوم حجمها 1 سم³ عند طاقة فيرمي .

5-6 احسب الحرارة النوعية الالكترونية لغرام- مول من النحاس عند درجة حرارة 300 كيلفن . عند اي درجة حرارة واطئة تساوى فيها الحرارة النوعية الالكترونية والحرارة النوعية الناتجة عن مساهمة الفونونات لمعدن النحاس (درجة حرارة ديباي للنحاس تساوي 348 كيلفن)

5-7 برهن على ان معدل الطاقة لكل جسيم عند درجة الصفر المطلق للالكترونات التي تتبع قانون فيرمي-ديراك تساوي $\frac{3}{5} \varepsilon_f(0)$ ، حيث $\varepsilon_f(0)$ طاقة فيرمي عند الصفر المطلق . افترض ان قيمة طاقة فيرمي عند درجة حرارة مرتفعة نسبياً تساوي

$$\frac{3}{5} \varepsilon_f(0) \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{K_B T}{\varepsilon_f(0)} \right)^2 \right]$$

جد النسبة بين $(Cv)_{FD} / (Cv)_{class}$ لغاز الالكترون الذي طاقة فيرمي له تساوي 7 الكترون-فولت ، حيث $(Cv)_{FD}$ تمثل الحرارة النوعية لغاز الكترون يتبع قانون فيرمي-ديراك و $(Cv)_{class}$ الحرارة النوعية لغاز الكترون يتبع قانون توزيع ماكسويل-بولتزمان .

5-8 شريط من النحاس عرضه 1 سم وسمكه 0.1 سم يمر خلاله تيار كهربائي شدته 20 امبير . عند تسليط مجال مغناطيسي منتظم كثافته فيضه تساوي 1.2 تسلا وبصورة عمودية على سطحه ظهر فرق جهد كهربائي مقداره 18 مايكرو فولت بين نقطتين متقابلتين واقعتين على عرض الشريط . جد سرعة الانسياب للالكترونات وعددها في المتر المكعب الواحد .

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

نظرية الحزم في المواد الصلبة

6-1 المقدمة

ان الهدف الرئيسي من دراسة هذا الموضوع هو معرفة ما يحصل لالكترونات التوصيل في المواد الصلبة عندما تكون تحت تأثير مجال خارجي . وعليه لابد من عمل مقارنة بين الذرات المكونة للمادة الصلبة وبين الذرات نفسها عندما تكون معزولة . فبدلاً من ان تكون هناك مستويات طاقة محددة لكل ذرة منفردة . نجد ان البلورة تمتلك حزمة متكونة من عدد ضخم من مستويات الطاقة قريبة من بعضها . وعدد هذه المستويات يساوي عدد الذرات في البلورة وعليه فان حزمة الطاقة تظهر وكأنها مستمرة . ان حزم الطاقة والفجوات بينها ومدى امتلاء كل حزمة بالالكترونات تحدد صفات المادة . وعلى هذا الاساس يمكن ان نميز بين المعادن واشباه الموصلات والعوازل .

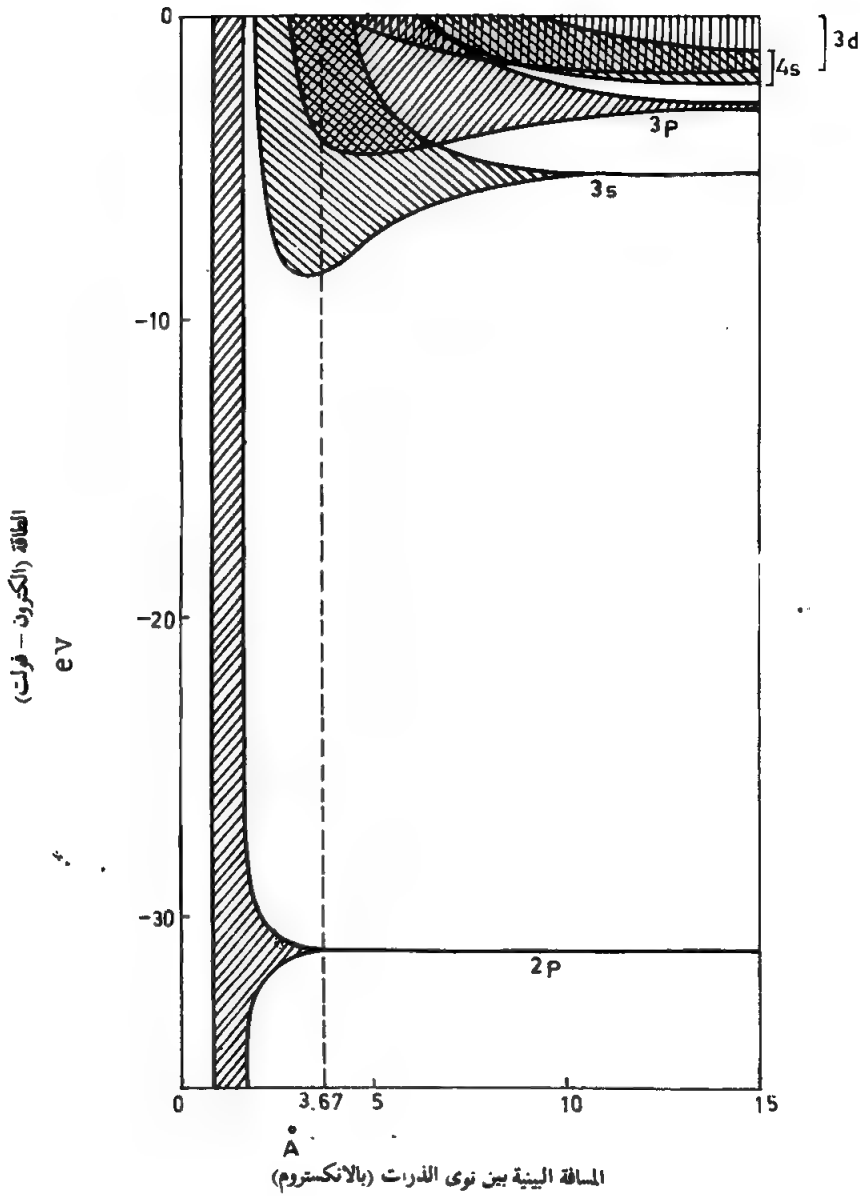
ان المعادن تتميز بان لها سطح فيرمي وعليه فان دراسة سطح فيرمي يعد موضوعاً بالغ الأهمية في فيزياء الحالة الصلبة . حيث معرفة شكل سطح فيرمي يساعدنا على فهم الخواص الكهربائية والحرارية والبصرية للمعادن بالإضافة الى معرفة تركيب الحزم في المواد الصلبة .

6-2 منشأ الحزم في المواد الصلبة

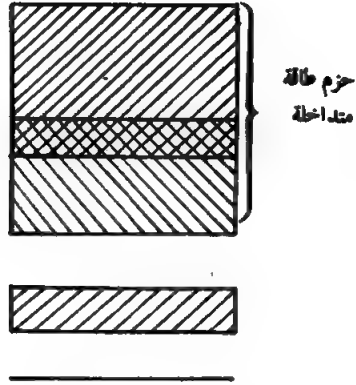
تكون الذرات في المواد الصلبة المتبلورة المعدنية أو غير المعدنية متقاربة جداً ، بحيث إن إلكتروناتها التساهمية تشكل نظاماً واحداً مشتركاً بين جميع ذرات البلورة . وهذا النظام يتفق مع مبدأ الانفراد (exclusion principle) ، وذلك إن مستويات طاقة الإلكترونات الخارجية للذرات تتغير نتيجة للتفاعلات بين الذرات وبدلاً من أن تكون هناك مستويات طاقة محددة لكل ذرة نجد أن البلورة تمتلك حزمة تتكون من عدد ضخم من مستويات طاقة قريبة جداً بعضها من بعض . وأن عدد مستويات الطاقة المتجاورة يساوي عدد الذرات في البلورة ، لذلك فإن حزمة الطاقة تظهر كأنها مستمرة إن حزمة الطاقة والفجوات (gaps) بينها ومدى امتلاء كل حزمة بالإلكترونات تحدد صفات عديدة للمادة الصلبة ويضمنها قابليتها على التوصيل الكهربائي . وهناك طريقتان لفهم منشأ حزم الطاقة ، أبسطهما أن نلاحظ ما يحدث لمستويات طاقة الذرات المنفصلة عندما يقترب بعضها تدريجياً من بعض ، ليكون المادة الصلبة . ونستخدم هذه الطريقة هنا لنعطي فكرة أولية عن تكوين حزم الطاقة وبعض النتائج المترتبة عليها . وسوف ندرس أيضاً تكون الحزم على أساس التحديدات المتولدة من تكرار الشبكة على حركة الإلكترونات وهذه الطريقة هي أكثر فعالية وتشكل أساس النظرية الحديثة للمواد الصلبة

أن الشكل (6-1) يوضح مستويات الطاقة في الصوديوم كدالة للمسافة بين النوى الحالة 3s هي أول مستوى مشغول في ذرة الصوديوم التي تبدأ بالتوسع لتكون حزمة على حين لا يبدأ المستوى 2p بالتوسع ما لم تكن المسافة بين النوى صغيرة جداً . نلاحظ أنه في البداية يقل معدل الطاقة في الحزم 3s ، 3p ، مشيراً إلى تكوين قوة تجاذب بين الذرات . إن المسافة بين نوى ذرات الصوديوم الصلب تمثل الحالة التي عندها يكون معدل الطاقة أدنى ما يمكن .

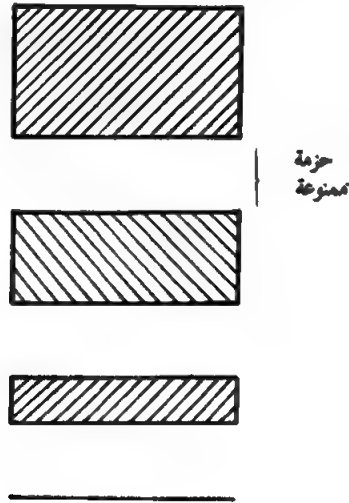
وتنشأ حزم الطاقة في مادة صلبة من مستويات الطاقة لذراتها المنفصلة ، وإن إلكترونات في مادة صلبة يمكن أن يمتلك طاقات تقع ضمن هذه الحزم فقط . وكما هو مبين في الشكل (6-2) ، فيمكن أن تتداخل حزم الطاقة المختلفة في المواد الموصلة فقط . ففي هذه الحالة تكون طاقة الإلكترونات مستمرة . وفي مواد صلبة أخرى تكون حزم الطاقة غير متداخلة الشكل (6-3) . والمسافات الفاصلة بين هذه الحزم تمثل الطاقات forbidden bands . والمنوعة للإلكترونات ، وتدعى بالحزم المنوعة



الشكل (6-1) توزيع مستويات الطاقة 3d و 4s لتكوين الحزم في بلورة الصوديوم .

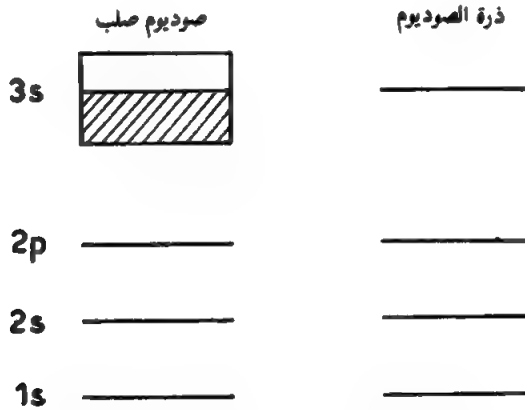


الشكل (2 - 6) لتداخل حزم الطاقة في المواد الصلبة .



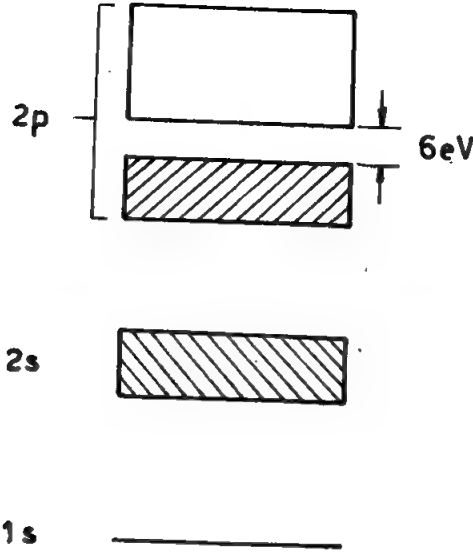
الشكل (3 - 6) حزمة ممنوعة تفصل حزم طاقة غير متداخلة

ان الصفات الكهربائية للمواد الصلبة تتحدد بتركيب حزم طاقاتها ومدى انشغالها بالالكترونات . الشكل 4-6 يوضح رسم تخطيطي مبسط لمستويات طاقة ذرة الصوديوم وحزم طاقة الصوديوم الصلب . فلكل ذرة صوديوم إلكترون واحد في مدارها الخارجي في الحالة $3s$. وهذا يعني ان الحزمة $3s$ في الصوديوم المتبلور نصف مشغولة ذلك لان كل مستوي في الحزمة . كما هو الحال لمستويات الذرة . يمكن ان يحتوي على إلكترونين فقط . فعندما نسلط مجالا كهربائيا على قطعة من الصوديوم الصلب ، تحصل الالكترونات بسهولة على طاقة اضافية ولكنها تبقى في نفس الحزمة . فتكون الطاقة الاضافية على شكل طاقة حركية والالكترونات المتحركة تكون تياراً كهربائياً . ومن هذا يتضح ان الصوديوم هو موصل جيد للكهربائية . ونفس التفسير ينطبق على جميع المواد الصلبة المتبلورة ، التي لها حزم طاقة مشغولة جزئياً .



الشكل (4-6) مستويات طاقة ذرة الصوديوم وما يقابلها في حالة الصوديوم الصلب .

الشكل 5-6 يمثل رسماً تخطيطياً مبسطاً لحزم الطاقة في الماس . فهناك حزمة طاقة مشغولة كلياً بالالكترونات تفصل بفاصل 6 إلكترونات - فولت من حزمة فارغة تقع فوقها . وهذا يعني انه يجب ان تكتسب الالكترونات طاقة اضافية لا تقل عن 6 إلكترونات فولت لكي ينتقل الى مستوى طاقة أعلى ذلك انه لا يمكن للالكترونات ان يمتلك طاقة اضافية تضعها ضمن الحزمة الممنوعة ، اذ ان جميع مستويات الطاقة في حزمة الام مشغولة او بعبارة اخرى لا يمكن تعجيل الكترون داخل الحزمة المملوءة بواسطة مجال كهربائي .



الشكل (5-6) حزم الطاقة في الماس .

وسبب ذلك هو ان الالكترون تعاني تصادمات عديدة مع الذرات داخل البلورة (بمتوسط مسار حر حوالي 10^{-8} متر) ، وبذلك فالالكترون يفقد معظم طاقته الحركية المكتسبة في المجال الكهربائي بعد كل تصادم . ولكي يكتسب الالكترون طاقة قدرها الكترون - فولت خلال مسافة 10^{-8} متر، علينا ان نسلط عليه مجالاً كهربائياً شدة 6×10^8 فولت / متر . وهذا المجال هو اكثر من 10^{10} مرة من شدة المجال اللازم لتكوين تيار داخل بلورة الصوديوم . وعليه فان الماس هو مادة رديئة التوصيل للتيار الكهربائي ويصنف كمادة عازلة . insulator

ان للسليكون تركيباً بلورياً يشبه الماس . ولذا هناك فجوة تفصل بين حزمة الطاقة العليا المملوءة بالالكترونات عن الحزمة الفارغة التي تليها . ان عرض هذه الفجوة في السليكون هو 1.1 الكترون فولت فقط وعليه فان قابلية توصيل السليكون عند درجات الحرارة الواطئة احسن بقليل من قابلية توصيل الماس .

نسبة قليلة من الالكترونات في السليكون عند درجة حرارة الغرفة تكتسب طاقة حركية نتيجة للتجهيج الحراري ، وتستطيع ان تقفز عبر الحزمة الممنوعة الى حزمة طاقة اعلى وهذه الالكترونات تكون كافية لتوليد تيار كهربائي محسوس عند تسليط مجال كهربائي

عليها . وعليه فالتوصيل الكهربائي للسليكون يقع ما بين التوصيل الكهربائي للموصلات الجيدة والموصلات الرديئة ، ولذا يدعى السليكون بشبه موصل (semiconductor)

3-6 الجهد الدوري

لما كانت الايونات في بلورة تامة perfect crystal تنظم نفسها على شكل صفوف دورية ، فعليه لابد من دراسة سلوك الالكترونات في جهد $V(\vec{r})$ له نفس دورية الشبكة : اي

$$V(\vec{r} + \vec{R}) = V(\vec{r}) \quad \dots (6-1)$$

حيث \vec{R} متجه الشبكة . سوف نفترض ان ترتيب الايونات في صفوف دورية هي حالة مثالية ، حيث لا يمكن الحصول دائماً على بلورة تامة النقاوة . هناك دائماً احتمالية لوجود ايونات في مواقع غير مواقعها الاصلية وهذا يؤدي الى تحطيم التماثل الانتقالي (translation symmetry) حتى في البلورات النقية . وازضافة الى ذلك فان الايونات في حالة غير مستقرة بسبب اهتزازاتها حول مواقع توازنها . ان عيوب البلورة (crystal defects) تلعب دوراً مهماً في المواد الصلبة حيث التوصيلية الكهربائية للمعادن لاتساوي ما لانهاية بسبب تلك العيوب . وعليه يمكن تناول الموضوع باتجاهين .

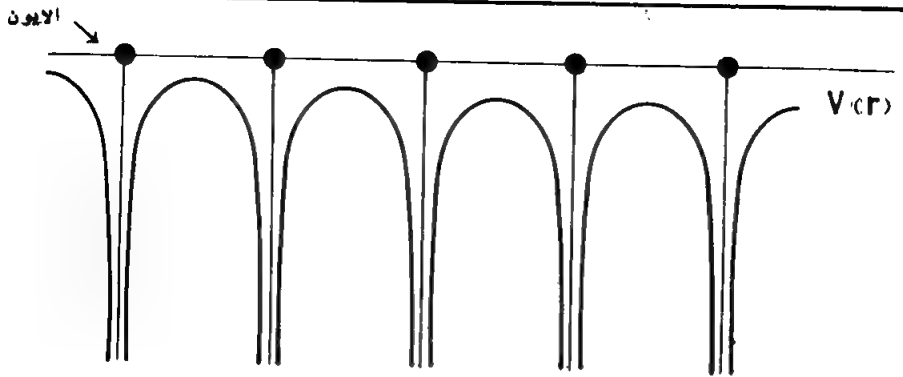
1 - بلورة خيالية تامة النقاوة يكون فيها الجهد تام الدوري .

2 - اي تحويل في الدورية يعامل على انه تشوه قليل .

في هذا البند سندرس مستويات الطاقة ودالات الموجة للالكترون المنفرد في بلورة ذات دورية مالا نهاية وكما موضح في الشكل (6-6) وعليه فان مجموعة الالكترونات المتعددة تعامل على انها تجمع لجسيمات غير متصادمة تشغل مستويات الكترون - واحد وحسب قوانين احصاء فيرمي . ان معادلة شرودينجر لالكترون منفرد تأخذ الصيغة التالية :

$$(-\nabla^2 + V(\vec{r}))\Psi = \epsilon\Psi \quad \dots (6-2)$$

حيث الجهد $V(\vec{r})$ له نفس دورية الشبكة ويتضمن جميع تأثيرات الالكترونات عدا الالكترون تحت الدرس . يمكن حل المعادلة (6-2) وذلك باستخدام الشروط الدورية.



الشكل (6-6) الجهد الدوري لبلورة تامة

(periodic conditions) . نعتبر أولاً أن البلورة ذات بعد واحد ، اي تحتوي على سلسلة خطية من الذرات تفصلها مسافة a . باستخدام شروط بورن - فون كارمان (Born - Von Karman) في الدورية ، نتصور ان السلسلة على شكل حلقة كبيرة طولها L وتحتوي على N من الذرات ، وبهذا

$$\Psi(x + Na) = \Psi(x) \quad \dots (6-3)$$

ان من اهم افتراضات نظرية الحزم في المواد الصلبة ، هي ان احتمالية وجود الالكترون في اي نقطة من نقاط البلورة متساوية ، اي ان احتمالية وجود الالكترون في النقاط التي تفصلها مسافة ma تكون متساوية ، حيث m تمثل عدد صحيح . وعليه

$$|\Psi(x + ma)|^2 = |\Psi(x)|^2 \quad \dots (6-4)$$

وهذا يعني

$$\Psi(x + a) = C \Psi(x)$$

$$\Psi(x + ma) = C^m \Psi(x)$$

حيث C عدد مركب ذو معامل يساوي واحداً . عندما $m=N$ ، فإن

$$\Psi(x + Na) = C^N \Psi(x) \quad \dots (6-5)$$

وبمقارنة المعادلتين (6-5) و (6-3) نجد ان

$$C^N = 1$$

$$C = \exp [2\pi i m / N]$$

$$\text{أو} \quad m = 0, 1, 2, \dots N \quad \dots (6-6)$$

وعليه فإن الدالة Ψ تحقق الشرط التالي :

$$\Psi(x+a) = e^{ika} \Psi(x) \quad \dots (6-7)$$

حيث

$$k = \frac{2\pi m}{Na}$$

من المعادلات اعلاه ، يتضح ايضاً ان $d\Psi/dx$ تحقق نفس الشروط . هناك N من القيم غير المتساوية لـ k وكل قيمة تعود للمسافة $2\pi/a$ والتي سوف نطلق عليها فضاء k (k - space) . وعليه يمكن ان نصف لقيم k مضاعفات $\pm \frac{2\pi}{a}$ بحيث لا تؤثر على شكل العلاقة (6-7) . ان k تمثل عدداً كمياً (quantum number) وحداته نفس وحدات العدد الموجي (wave number) ويمثل مستويات مختلفة طاقاتها تعتمد ايضاً على k . ولما كانت الالكترونات تنتقل بالاتجاهين الموجب والسالب فسوف نلاحظ ان $\hbar k$ له نفس خاصية الزخم وان قيم k الصغيرة تمتد بين $-\pi/a$ و $+\pi/a$ وليست بين صفراً و π/a . واذا كانت جميع المستويات في الحزمة مملوءة فهناك الكترون ذو قيمة k والكترون اخر ذو قيمة $-k$. وعليه فان الحزم المملوءة كلياً لا تساهم في عملية التوصيل الكهربائي . واذا كانت البلورة ذات ثلاثة ابعاد . فسوف نستخدم نفس الطريقة لاجاد شكل دالة الموجة الالكترونية . نفترض ان البلورة دورية بثلاثة اتجاهات وان طول كل دورة يساوي $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ في كل اتجاه . ونفترض كذلك ان شروط الدورية تنطبق على متوازي السطوح (parallelepiped) ذا ابعاد $G_1 a, G_2 b$ و $G_3 c$. حيث G_1, G_2, G_3 اعداد صحيحة كبيرة ونفترض ايضاً ان $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ متعامدة مع بعضها وباتجاه المحاور x, y, z على التوالي . وعليه نجد الدالة Ψ تحقق الشرط .

$$\Psi_{lmn}(x+a, y+b, z+c) = \exp[2\pi i(l/G_1 + m/G_2 + n/G_3)] \Psi_{lmn}(x, y, z) \quad \dots (6-8)$$

حيث n, m, l اعداد صحيحة . نكتب الان

$$k_x = 2\pi l / a G_1$$

$$k_y = 2\pi m / b G_2$$

$$k_z = 2\pi n / c G_3$$

نجد ان

$$\Psi_{lmn}(x+a, y+b, z+c) = \exp(ik_x a + ik_y b + ik_z c) \Psi_{lmn}(x, y, z)$$

لاي متجه \vec{R}_i ، حيث $\vec{R}_i = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ (r, q, p اعداد صحيحة) .
نجد ان

$$\Psi_k(\vec{r} + \vec{R}_i) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i} \Psi_k(\vec{r}) \quad \dots (6-9)$$

ان المعادلة (6-9) تدعى بعلاقة بلوخ (Bloch relation) وهي اساس الدورية لدالات الموجة في بلورة تامة التقاوة وعليه يمكن حل معادلة شرودينجر بناء على ذلك الشرط . يمكن اشتقاق المعادلة (6-9) بطريقة اخرى . نفترض المؤثر الانتقالي (T_i) (translation operator) والذي يعمل على انتقال الشبيكة بمقدار R_i ، بحيث

$$T_i \Psi(\vec{r}) = \Psi(\vec{r} + \vec{R}_i) \quad \dots (6-10)$$

ان المؤثرات T_i موحدة مع بعضها . ولما كان الجهد دوريا فانها موحدة مع همولتونين (Hamitonian) وعليه فان القيم المسموحة هي ثوابت الحركة . ان دالة الموجة للالكترون في البلورة يجب ان تكون الدالات المسموحة لكل المؤثرات T_i ، وهذا يعني ان

$$T_i \Psi(\vec{r}) = C_i \Psi(\vec{r})$$

حيث C_i عدد . نفترض مؤثرين انتقالين T_j, T_i . حيث

$$T_j T_i \Psi(\vec{r}) = C_j C_i \Psi(\vec{r})$$

ولكن حاصل ضرب $T_j T_i$ هو مؤثر انتقالي يساوي T_m . وعليه

$$T_m \Psi(\vec{r}) = C_m \Psi(\vec{r})$$

واذا كان $C_m = C_i C_j$ و $\vec{R}_m = \vec{R}_i + \vec{R}_j$. فان العدد C_i يعتمد اسباً على \vec{R}_i . بحيث

$$C(\vec{R}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}$$

ان المتجه \vec{b} يمثل دالة Ψ معينة . واذا كان المتجه \vec{b} يمثل الجزء الحقيقي (real part) للدالة . فان الدالة Ψ تمتد اسباً الى ما لا نهاية عند زيادة \vec{R} ولكن هذا غير مسموح به . فعليه فان \vec{b} يجب ان تاخذ الصيغة $i\vec{k}$ وان \vec{k} ذات قيمة حقيقية ، وبذلك

$$T_i \Psi_k(\vec{r}) = \Psi_k(\vec{r} + \vec{R}_i) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i} \Psi_k(\vec{r})$$

وتدعى هذه المعادلة بنظرية بلوخ (Bloch theorem)

4 - 6 دالة بلوخ

بكتابة العلاقة التالية :

$$u_k(\vec{r}) = e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \Psi_k(\vec{r})$$

نحصل على

$$\begin{aligned} u_k(\vec{r} + \vec{R}_i) &= \exp[-i\vec{k} \cdot (\vec{r} + \vec{R}_i)] \Psi_k(\vec{r} + \vec{R}_i) \\ &= e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \Psi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r}) \end{aligned}$$

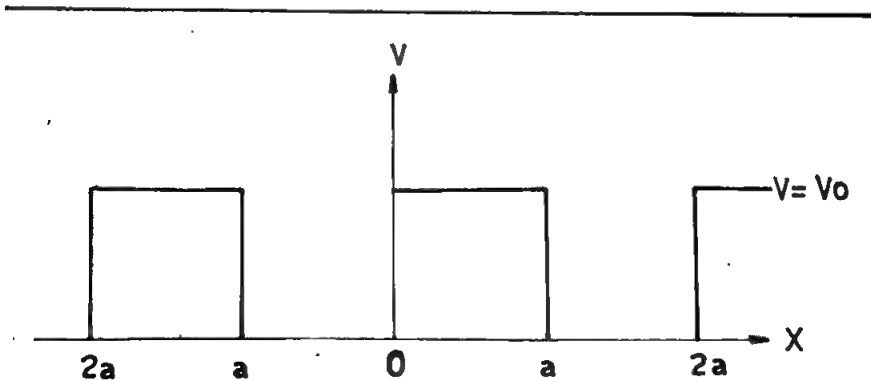
وهذا يعني ان $u_k(\vec{r})$ لها نفس دورية الشبكة . يمكن ملاحظة ان

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_k(\vec{r}) \quad \dots (6-11)$$

وعليه فان دالات الموجة للالكترون الواحد في بلورة تامة النقاوة هي حاصل ضرب موجة مستوية (plane wave) بدالة لها نفس دورية الشبكة . ان دالة الموجة هذه تسمى دالة بلوخ (Bloch function) . ان دالة بلوخ $u_k(\vec{r})$ تسلك نفس سلوك الموجة الذرية قرب نوى الذرات .

5 - 6 بلورة ذات شبكة يبعد واحد

لكي نلاحظ منشأ الحزم المسموحة والمنوعة كنتيجة لشروط الدورية . نفترض بلورة ذات شبكة يبعد واحد وكما في الشكل (6-7)



الشكل (6-7) الجهد الدوري في بعد واحد .

ان طول الدورة في هذا التركيب يساوي $2a$ وعليه فان شروط بلسوخ هي :

$$\Psi_k(x + 2a) = e^{2iak} \Psi_k(x)$$

$$\frac{d}{dx} \Psi_k(x + 2a) = e^{2iak} \frac{d}{dx} \Psi_k(x) \quad \dots (6-12)$$

وحسب الميكانيك الكلاسيكي فان الالكترون يبقى محصورا داخل جدار الجهد اذا كانت طاقته ε اقل من V_0 . اما اذا كانت طاقته اكبر من V_0 فان سرعة الالكترون داخل جدار الجهد تساوي $\left(\frac{2\varepsilon}{m_0}\right)^{1/2}$ وسرعته عند جدار الجهد تساوي $\left(2\frac{\varepsilon - V_0}{m_0}\right)^{1/2}$ ولكن حسب النظرية الكمية فان الالكترون يكون موجودا خارج جدران الجهد بالرغم

من ان طاقته ε اقل من V_0
ان حل معادلة شرودينجر للحالة $-a \leq x \leq 0$ تاخذ الصيغة التالية

$$\Psi_1 = A \cos q_0 x + B \sin q_0 x \quad \dots (6-13)$$

$$q_0 = \frac{2m_0 \varepsilon}{\hbar^2} \quad \text{حيث}$$

ان الثوابت A, B نحدد قيمهما باستخدام شروط الدورية . وبفس الطريقة . عندما تكون $0 \leq x \leq a$ فان

$$\Psi_2 = C \cos q x + D \sin q x \quad \dots (6-14)$$

$$q^2 = \frac{2m(\varepsilon - V_0)}{\hbar^2} \quad \text{حيث}$$

ان قيمة q تكون خيالية عندما $\varepsilon < V_0$. باستخدام الشروط الحدودية (boundary conditions)

نلاحظ ما يلي

تكون مستمرة عند $x = 0$

$$\Psi(+a) = e^{2iak} \Psi(-a)$$

$$\frac{d}{dx} \Psi(a) = e^{2iak} \frac{d}{dx} \Psi(-a)$$

وعليه

$$\Psi_2(0) = 0$$

$$\frac{d}{dx} \Psi_2(0) = q D$$

بذلك

$$\Psi_2(+a) = \cos qa \Psi_2(0) + \frac{1}{q} \sin qa \frac{d}{dx} \Psi_2(0)$$

$$\frac{d}{dx} \Psi_2(+a) = -q \sin qa \Psi_2(0) + \cos qa \frac{d}{dx} \Psi_2(0)$$

وباستخدام المصفوفات matrix نحصل على

$$\begin{vmatrix} \Psi_2(+a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_2(+a) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos qa & \frac{1}{q} \sin qa \\ -q \sin qa & \cos qa \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_2(0) \\ \frac{d}{dx} \Psi_2(0) \end{vmatrix}$$

وبنفس الطريقة

$$\begin{vmatrix} \Psi_1(0) \\ \frac{d}{dx} \Psi_1(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos q_0 a & \frac{1}{q_0} \sin q_0 a \\ -q_0 \sin q_0 a & \cos q_0 a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_1(-a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_1(-a) \end{vmatrix}$$

والآن

$$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$$

$$\frac{d}{dx} \Psi_1(0) = \frac{d}{dx} \Psi_2(0)$$

فـ وعليه

$$\begin{vmatrix} \Psi_2(a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_2(a) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_1(-a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_1(-a) \end{vmatrix}$$

حيث

$$b_{11} = \cos qa \cos q_0 a - \frac{q_0}{q} \sin qa \sin q_0 a$$

$$b_{22} = -\frac{q}{q_0} \sin qa \sin q_0 a + \cos qa \cos q_0 a$$

وبذلك نحصل على

$$\begin{vmatrix} \Psi_2(a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_2(a) \end{vmatrix} = e^{2iak} \begin{vmatrix} \Psi_1(-a) \\ \frac{d}{dx} \Psi_1(-a) \end{vmatrix}$$

وبذلك فان

$$\begin{vmatrix} b_{11} - e^{2iak} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} - e^{2iak} \end{vmatrix} = 0$$

ان المحدد $b_{ij} = 1$ وعليه فان حل المصفوفة اعلاه

$$e^{2iak} = \frac{1}{2} (b_{11} + b_{22}) \pm i \left[1 - \frac{1}{4} (b_{11} + b_{22})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

او

$$\cos 2ka = \frac{1}{2} (b_{11} + b_{22})$$

$$= \cos qa \cos q_0 a - \frac{q^2 + q_0^2}{2qq_0} \sin qa \sin q_0 a, \quad \dots (6-15)$$

لما كانت q_0, q تتضمنان الطاقة ε فإن المعادلة (6-15) تمثل العلاقة بين ε و k ضمناً . ولما كانت قيمة k حقيقية ، فإن المسألة ذات معنى فيزيائي مقبول عندما لا تتجاوز القيمة المطلقة للجانب الايمن من المعادلة (6-15) على الواحد . ان هذه المعادلة توضح لنا منشأ الحزم المسموحة والمنوعة للمواد الصلبة . واذا كانت $\varepsilon < V_0$ فإن $q = ip$ وهي كمية خيالية ، وعليه

$$\cos 2ka = \cosh pa \cos q_0 a - \frac{q_0^2 - p^2}{2pq} \sinh pa \sin q_0 a \quad \dots (6-16)$$

واذا كانت V_0 كبيرة جداً و $\varepsilon < V_0$ (بالنسبة للمستويات العميقة) فإن المعادلة (6-16) تصبح كالآتي :

$$\cos 2ka = \cosh pa \left[\cos q_0 a + \frac{p}{2q_0} \sin q_0 a \right] \dots (6-17)$$

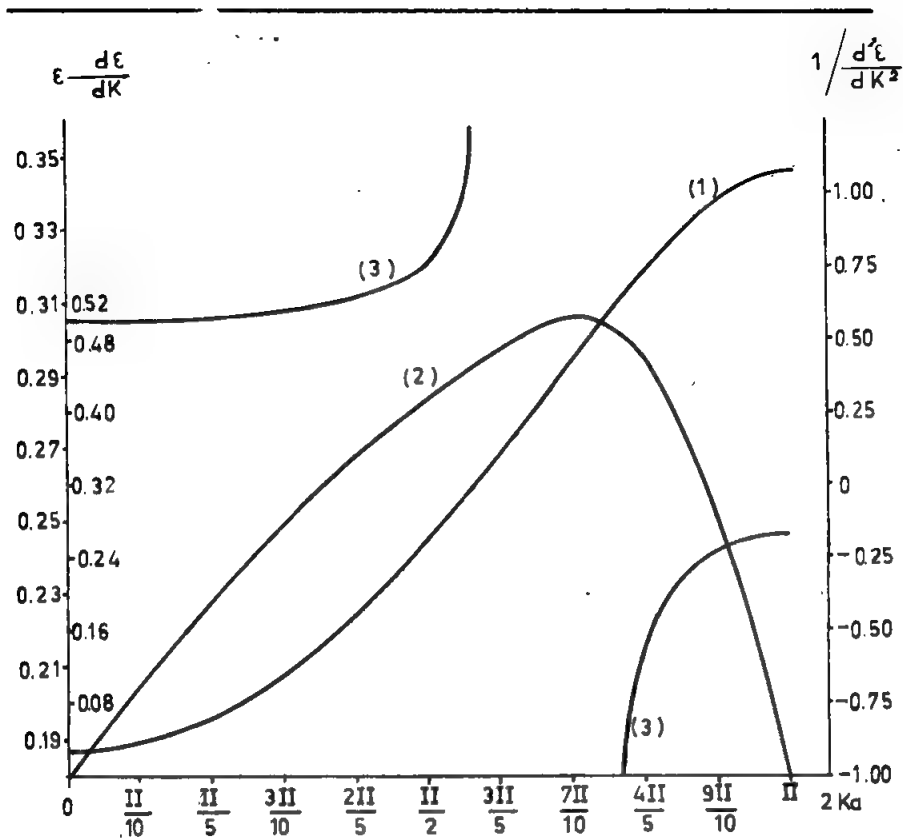
حيث $p \gg q_0$

ان المعادلة (6-17) تتحقق فقط عندما تكون مستويات الطاقة ضيقة حيث $\sin q_0 a$ يكون سالبا وصغيرا جداً (اذا كانت $\cos q_0 a$ موجبة). من الشرط $\sin q_0 a = 0$ نحصل على

$$\varepsilon_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} \quad \dots (6-19)$$

ان المعادلة (6-18) تمثل القيم المسموحة للطاقة عندما يكون جهد الجدار ذات عمق ما لا نهاية وهذا يعود للمستويات الذرية البعيدة . وعليه فإن هذه المستويات لا تتوسع كثيراً عندما تقترب الذرات من بعضها لتكوين البلورة . ان الجدول (6-1) يوضح الحزم المسموحة والمنوعة عندما تكون المسافة بين الذرات $2a$

نساوي 3 انكستروم و V_0 تساوي حوالي 6 إلكترون- فولت. ان فجوات الطاقة (energy gaps) تقل كثيراً بالنسبة للطاقات العالية . ان الشكل (8-6) يوضح العلاقة بين ε و k لأول حزمة وكما يوضح $d\varepsilon/dk$ والتي كما سنرى تتناسب مع سرعة الإلكترون وكذلك يوضح الشكل العلاقة بين k و $(d^2\varepsilon/dk^2)^{-1}$ والتي تتناسب مع الكتلة الفعلية (effective mass) للإلكترون.



الشكل (8 - 6) مثال بعد واحد لتوضيح منشأ الحزمة الأولى : المنحني (1) يمثل العلاقة بين k و ϵ والمنحني (2) يوضح سرعة الإلكترون $d\epsilon/dk$ والمنحني (3) يوضح الكتلة الفعالية للإلكترون $(d^2\epsilon/dk^2)^{-1}$

ϵ	$\cos 2ka$	πk	ϵ	$\cos 2ka$	k
0	7.39	خيالية	1.31 - 1.35	> 1	خيالية
0.16	1.58	خيالية	1.351	1	0
0.1863	1	0		-1	$\pm \pi/6$
0.2444	0	$\pm \pi/12$	2.65		
0.3461	-1	$\pm \pi/6$	2.65 - 2.74	< -1	خيالية
0.4444	-1.325	خيالية	2.74	-1	$\pm \pi/6$
0.6271	-1	$\pm \pi/6$			
0.8644	0	$\pm \pi/12$	4.61	1	0
1.3077	1	0			

6-6 مناطق بريلوين

نفترض الحالة التي تعود لمتجه الموجة \vec{k} ، وبذلك

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}_i) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{R}_i) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$$

يمكننا ان نضيف لـ \vec{k} اي متجه \vec{K}_n له خاصية مقلوب الشبكة (reciprocal lattice) نفسها لتحصل على

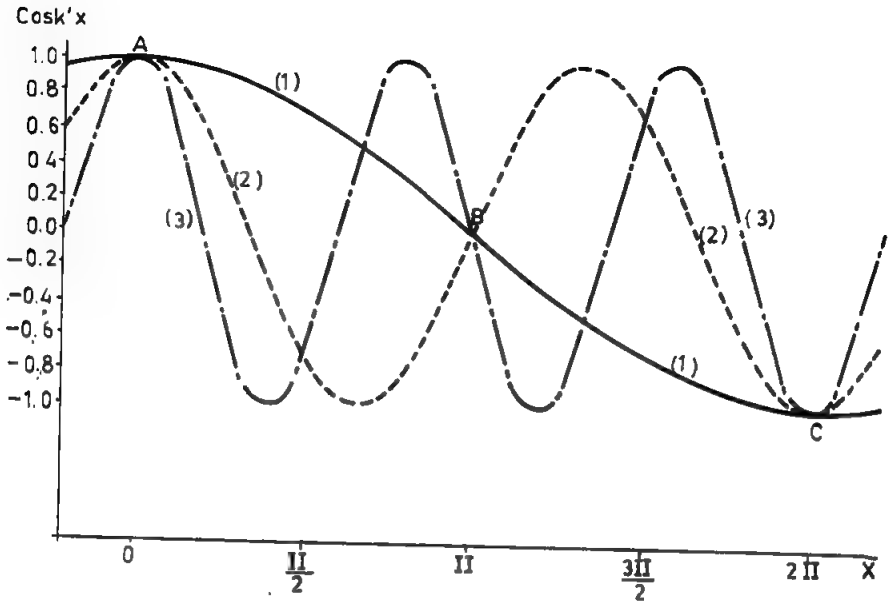
$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K}_n$$

وعليه يمكننا كتابة العلاقة التالية

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}_i) = \exp(i\vec{k}' \cdot \vec{R}_i) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r})$$

وهذا يعني ان الحالة $\Psi_{\vec{k}}$ تحقق شرط بلوخ في الدورية كما لو كان للحالة متجه الموجة \vec{k}' . ان الحالة الاصلية التي تم وصفها بالمتجه \vec{k} هي ليست حالة وحيدة (unique) بل يمكن ان يكون لها عدد مالا نهاية من متجهات الموجة الممكنة وتختلف عن بعضها بمقلوب الشبكة . وعليه يمكن القول ان دالات موجة الالكترون - الواحد لبلورة تامة النقاوة هي دورية في مقلوب الفضاء (reciprocal space) وان القيم المسموحة للطاقة $\epsilon(k)$ يجب ان تكون دالة دورية لـ \vec{k} وان الدورية هي مقلوب الشبكة ويمكن ان نطبق الطريقة نفسها عند دراسة تردد اهتزازات الشبكة كدالة لانتشار متجه الموجة \vec{q} . وعند دراسة اهتزازات الشبكة فان الموجة تدرس فقط عند نقاط الشبكة وبذلك فان المتجهات $\vec{k} + \vec{K}_n$ تكون متكافئة وكما في الشكل (6-9) وعليه فهناك

حزمة واحدة لترددات اهتزازات سلسلة خطية من الذرات المتساوية . ولكن دالات الموجة الالكترونية تدرس عند كل قيم x وبذلك فان الموجات المستوية والموضحة في الشكل (6-9) تعود الى حزم مختلفة ذات طاقات مختلفة . انه ليس من الضروري دراسة اكثر من حالة واحدة تعود للحالات المتكافئة للمتجهات $\vec{k} + \vec{K}_n$. ان انساب طريقة يمكن اعتمادها هي اختزال كل المتجهات المتكافئة والحصول على بصغر قيمة لها عن طريق طرح متجهات مقلوب الشبكة . ان نهايات المتجهات المختزلة تملأ منطقة حول نقطة الاصل في مقلوب الفضاء وتدعى بالمنطقة المركزية او منطقة بريلوين الاولى (first Brillouin zone) . ولما كانت المناطق الاخرى والتي تقع خارج هذه المنطقة لا تستخدم دائما ، فنطلق على المنطقة المركزية (central zone) بمنطقة



الشكل (9 - 6) الموجات المتكافئة في بعد واحد . $K_n = \pm 2n$, $k' = k + K_n$

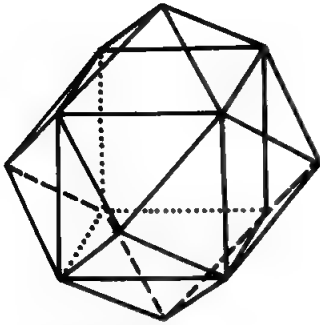
Curve (1) : $\cos (0.5x)$

Curve (2) : $\cos (- 1.5x)$

Curve (3) : $\cos (2.5x)$

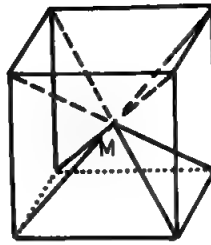
في حالة اهتزازات الشبكة فان الموجات تعرف عند نقاط الشبكة A و B و C وجميعها نقاط متكافئة

بريلوين (Brillouin zone) . ان حجم منطقة بريلوين هو حجم الخلية الابتدائية للشبكة نفسه . ان منطقة بريلوين الثانية تتضمن جميع الاتجاهات الصغيرة غير المتكافئة والتي لا تحتويها المنطقة الاولى وبالطريقة نفسها يمكن الحصول على مناطق بريلوين اخرى . على نقبض ذلك هو الشبكة في الفضاء الاعتيادي ، حيث كل وحدة خلية مكافئة للخلايا الاخرى . الشكل (10 - 6) يوضح مناطق بريلوين الاربعة الاولى لمكعب بسيط .

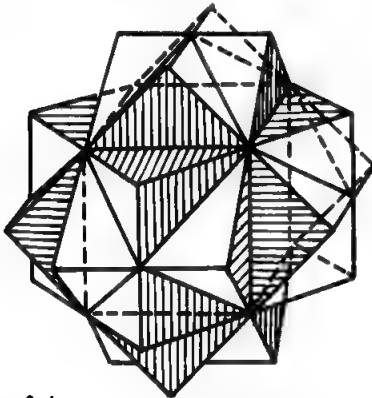


1st zone - central cube

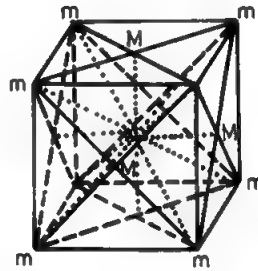
2nd zone - between central cube and dodecahedron



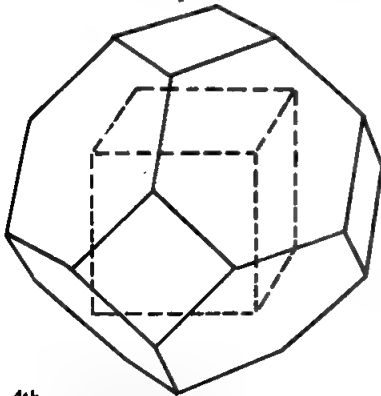
Reduction of 2nd zone



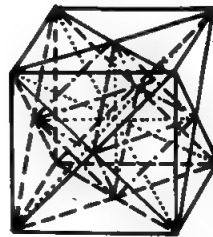
3rd zone - between dodecahedron
and outer surface



Reduction of 3rd zone



4th zone - between 3rd zone
and truncated octahedron



Reduction of 4th zone

الشكل (6-10) مناطق بريلوين الأربعة الأولى لشبكة مكعب بسيط .

7 - 6 مخطط مناطق بريلوين

ان المخطط الذي فيه جميع المتجهات \vec{k} تقع ضمن منطقة بريلوين يسمى بمخطط منطقة الاختزال reduced zone scheme . فعليه لكل قيمة للطاقة هناك اكثر من قيمة لـ k . في بعض الاحيان ، انه لمن الملائم استخدام مخطط المنطقة الممتدة (extended zone scheme) وتكون الطاقة غير مستمرة عند حدود هذه المنطقة .
 لدراسة العلاقة بين k, ϵ في جميع الخلايا في مقلوب الفضاء نستخدم مخطط المناطق المتكررة (repeated zone scheme) . ان المثال التالي يوضح جميع هذه المخططات : نفترض شبكة بعد واحد وان المسافة بين الذرات تساوي a . ان دورية مقلوب الشبكة يساوي $2\pi/a$ و منطقة بريلوين الاولى تمتد من $k = -\pi/a$ الى $k = +\pi/a$ بينما تمتد منطقة بريلوين الثانية من $-2\pi/a$ الى $-\pi/a$ ومن $+\pi/a$ الى $2\pi/a$. كما نفترض ان الجهد الدوري ضعيف جداً ، فعليه فان العلاقة بين k و ϵ سوف تختلف قليلا من $\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$. ان هذا الاختلاف يحصل عند حدود منطقة بريلوين ، حيث هناك فجوات بين قيم الطاقة المسموحة . الشكل (6-11a) يوضح مخطط المنطقة الممتدة والذي يضم جميع قيم k المسموحة . يمكننا الان اختزال قيم k المسموحة لتقع ضمن منطقة بريلوين الاولى وذلك عن طريق اضافة او طرح عدد ملائم من الدورات $2\pi/a$ من مقلوب الشبكة . مثلاً ، يمكن اختزال النقطة $3\pi/a +$ الى $\frac{\pi}{a} = \frac{2\pi}{a} - \frac{3\pi}{a}$ وبذلك نحصل على الشكل (6-11b) والذي يسمى بمخطط منطقة الاختزال . وعليه هناك اكثر من قيمة لـ \vec{k} تعود الى الطاقة ϵ نفسها . ولا بد من ملاحظة ان كل منحنى هو قطعة من المقطع المكافئ الاصلي ولكنه ازيح بمقدار $2\pi n/a$. وعليه فان الطاقة في هذا المخطط عندما يكون الجهد الدوري ضعيف جداً ، تساوي

$$\epsilon_n(k) = \left(\frac{\hbar^2}{2m_0} \right) \left(k + \frac{2\pi n}{a} \right)^2 \quad \dots (6-19)$$

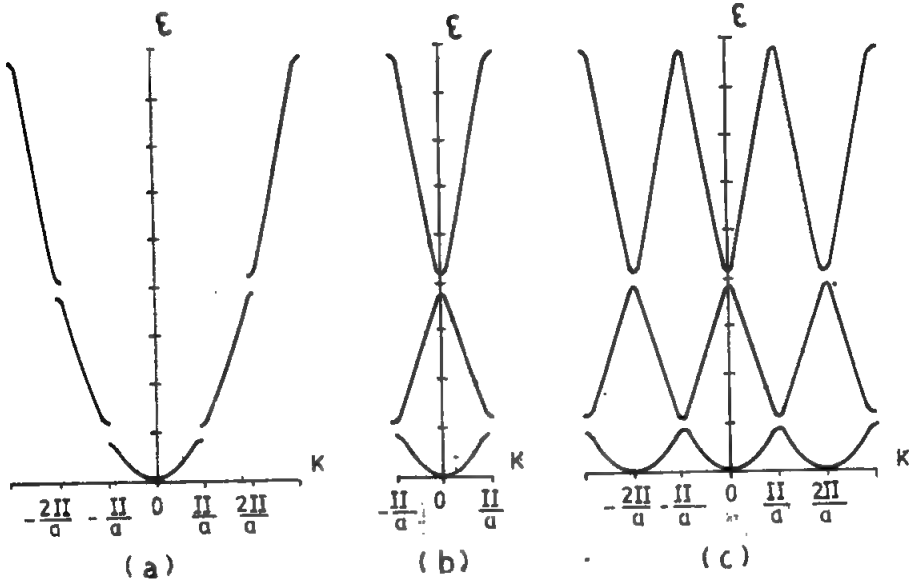
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

حيث

يمكن كتابة المعادلة (6-19) بثلاثة ابعاد بالصيغة التالية

$$\epsilon_n(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0} |\vec{k} + \vec{K}_n|^2 \quad \dots (6-20)$$

عند تكرار المنحنيات في الشكل (6-11c) خلال فضاء k نحصل على مخطط المنطقة المتكررة ، حيث الطاقة ϵ دالة دورية للمتجه k . ان اختيار مخطط معين يعود الى نوعية المسألة التي يعالجها ، فمثلاً في حساب تركيب الحزم يتم اختيار مخطط منطقة الاختزال لانه اكثر ملائمة بالنسبة للمخططات الاخرى .



الشكل (6-11) مخطط مناطق بريلوين في بعد واحد (a) المنطقة الممتدة (b) منطقة الاختزال (c) المنطقة المتكررة

8 - 6 حساب الحزم بطريقة نموذج الالكترن الحر

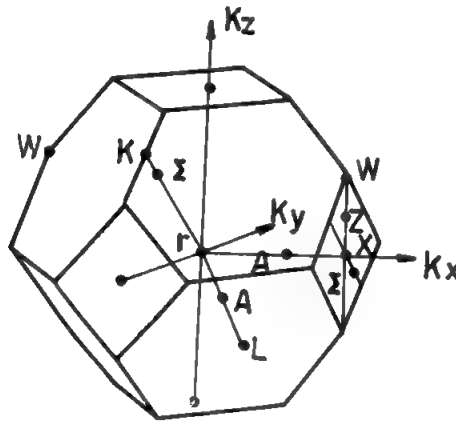
ان نموذج الالكترن الحر يعتمد على فكرة درود ولورنس حيث الالكترونات في المعادن لاتعاني من أي قوة في حالة غياب المجال الخارجي . عند تطبيق نظرية الحزم في المواد الصلبة فان هذه الفكرة تكون معروفة بوجود جهد ثابت V وغالباً ما يعتبر صفر . ان الالكترونات تتمثل بالموجات المستوية . وغاية

$$\Psi_{k,n}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \vec{k}_n \cdot \vec{r})} \quad \dots (6-21)$$

حيث \vec{K}_n يمثل متجه مقلوب الشبكة . لكل قيمة k هناك ملانهاية من الحالات وكل حالة يشار لها بمقلوب الشبكة K_n . ان طاقة هذه المستويات تأخذ الصيغة التالية :

$$E_n(k) = \frac{\hbar^2}{2m_0} |k + K_n|^2 \quad \dots (6-22)$$

بأستخدام المعادلة (6-22) يمكننا تركيب الحزم حسب نموذج الالكترن الحر وبدون صعوبة . ولتوضح ذلك ، نفترض تركيباً بلورياً على شكل مكعب متمركز الوجة . ان منطقة بريلوين تكون على شكل مثنى السطوح مقطوع (truncated octahedron) وكما موضح في الشكل (6-12) . ان مركز السطح عند $k = 0$ يأخذ الرمز Γ . هناك عدد من نقاط التماثل ومنها النقطة X بالاتجاه (100) .



الشكل (6-12) منطقة بريلوين لمكعب متمركز الوجه .

ان النقاط X تفصلها مسافة قدرها متجه مقلوب الشبكة وعليه هناك ثلاثة نقاط X غير متكافئة . ان النقاط التي تقع على نفس الاتجاه . من Γ الى X . يشار لها بالرمز Δ . وأما النقاط التي تقع بالاتجاه (111) . في مركز أحد الوجة السداسية . فيشار لها بالرمز L وهناك اربعة من نقاط L غير المتكافئة . أن النقاط التي تقع بنفس الاتجاه من Γ الى L يشار لها بالرمز A . أما K فهي أي نقطة بالاتجاه (110) و W بالاتجاه (021) . وللسهولة نفترض أن طول ضلع المكعب في الشبكة البلورية الاعتيادية

يساوي 2π وعليه فإن المسافة $\Gamma-X$ للمنطقة بريلوين تساوي واحداً . نكتب المعادلة (22 - 6) بدلالة الاحداثيات الكارتيزية لتصبح

$$c(k_x, k_y, k_z) = (k_x + K_{nx})^2 + (k_y + K_{ny})^2 + (k_z + K_{nz})^2 \quad \dots (6-23)$$

ان سطوح الطاقة الثابتة تكون كروية ومتمركزة عند جميع نقاط مقلوب الشبكة .
 إن أصغر المتجهات لمقلوب الشبكة (أن مقلوب الشبكة ل fcc هو b,c) هي .

$$\vec{K}_0 = 0$$

$$\vec{K}_1 = (\pm 1, \pm 1, \pm 1)$$

أي ثمانية متجهات طول كل منها $\sqrt{3}$

$$\vec{K}_2 = (\pm 2, 0, 0)$$

أي ستة متجهات طول كل منها 2

$$\vec{K}_3 = (\pm 2, \pm 2, 0)$$

أي اثني عشر متجهاً طول كل منها $\sqrt{8}$

$$\vec{K}_4 = (\pm 3, \pm 1, \pm 1)$$

أي اربع وعشرون متجهاً طول كل منها $\sqrt{11}$

$$\vec{K}_5 = (\pm 2, \pm 2, \pm 2)$$

أي ثمانية متجهات طول كل منها $\sqrt{12}$

وعليه فإن مستويات الطاقة عند $k = 0$ هي :

$$\varepsilon_3 = 8, \varepsilon_2 = 4, \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_0 = 0$$

وهكذا . ان ε_1 تتضاعف

ثمانى مرات وان ε_2 تتضاعف ست مرات وهكذا .

نفترض الان احد اتجاهات Δ . فمثلاً الاتجاه (010) حيث

$$k_x = k_z$$

و

$$0 \leq k_y \leq 1$$

وليس من الضروري أن نأخذ الاتجاه السالب لان

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(-\vec{k})$$

عند تطبيق المعادلة (23 - 6) لـ $\epsilon_0 = k_y^2$ نحصل على حزمة غير منحلة (non-degenerate) أي

$$\epsilon_0 = k_y^2$$

وللحالة k_x نحصل على الاحتمالات التالية :

$$k_x + K_x = \pm 1$$

$$k_y + K_y = k_y \pm 1$$

$$k_z + K_z = \pm 1$$

وبذلك نحصل على حزمتين الأولى

$$\epsilon_1^{(1)} = 2 + (k_y - 1)^2$$

وهذه تتضاعف أربع مرات . والحزمة الثانية

$$\epsilon_1^{(2)} = 2 + (k_y + 1)^2$$

أيضاً تتضاعف أربع مرات . أما بالنسبة لـ K_2 فنحصل على الاحتمالات التالية :

$$k_x + K_x = \pm 2$$

$$k_x + K_x = 0$$

$$k_x + K_x = 0$$

$$k_y + K_y = k_y$$

$$k_y + K_y = k_y \pm 2$$

$$k_y + K_y = k_y$$

$$k_z + K_z = 0$$

$$k_z + K_z = 0$$

$$k_z + K_z = \pm 2$$

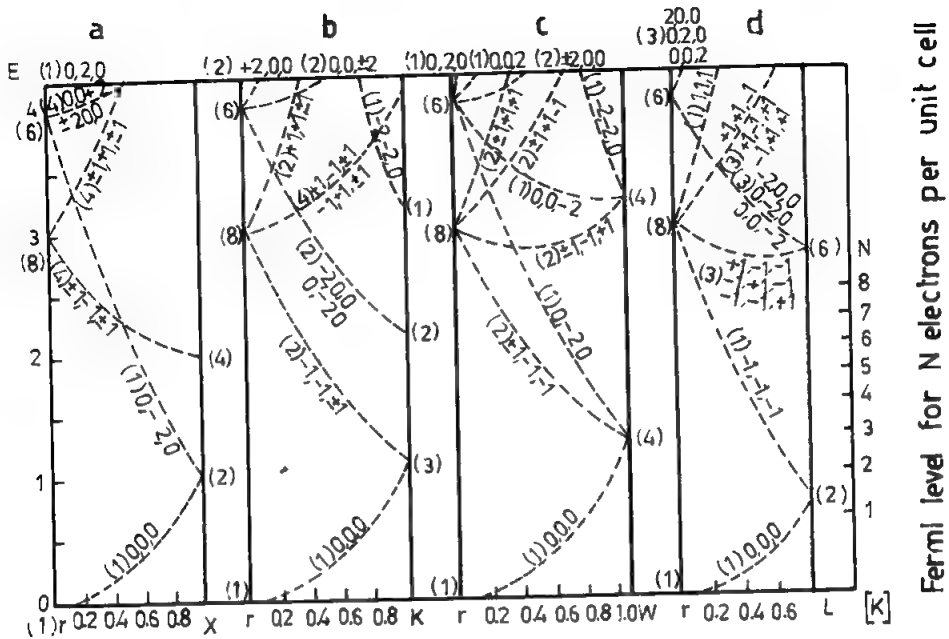
وبذلك نحصل على ثلاثة حزم

$$\epsilon_2^{(1)} = 4 + k_y^2 \quad \text{وتتضاعف أربع مرات}$$

$$\epsilon_2^{(2)} = (k_y - 2)^2 \quad \text{لاتتضاعف}$$

$$\epsilon_2^{(3)} = (k_y + 2)^2 \quad \text{لاتتضاعف}$$

إن هذه الحزم موضحة بالشكل (13a - 6) . ونفس الطريقة نحصل على الحزم بالانجاهات (110) و (120) و (111) وهي موضحة بالاشكال (13a - 6) b,c,d على التوالي .



الشكل (13-6) حزم الطاقة لمكعب متمركز الوجه وحسب نموذج الإلكترون الحر.

9-6 كثافة الحالة

لقد لاحظنا في الفصل الخامس ان هناك $(V/8\pi^3)$ حالة الكترونية لوحدة الحجم في فضاء k . وعلية لوحدة حجم بلورية. فأن عدد الحالات في حجم d^3k في فضاء k هي :

$$dn_k = \frac{1}{4\pi^3} d^3k \quad \dots (6-24)$$

إن عدد الحالات لوحدة الطاقة $dn_k/d\varepsilon$ تسمى كافة الحالة ويرمز لها $D(\varepsilon)$ وتساعدنا كثيراً في تفسير عدد من الظواهر الفيزيائية.

أن معرفة كثافة الحالة عند مستوى فيرمي له أهمية كبيرة في معرفة خواص المعادن كالحرارة النوعية الالكترونية مثلاً. لما كانت كثافة الحالة في فضاء k لها مقدار ثابت $\frac{1}{4\pi^3}$. فعليه فأن عدد الحالات في حجم مقداره A في فضاء k يساوي

$$n_s = \frac{1}{4\pi^3} \int_A d^3k \quad \dots (6-25)$$

والآن نختار سطحاً ذا طاقة ثابتة تتراوح قيمتها بين ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ ونأخذ مقطعاً من الحجم في فضاء k ، فنلاحظ أن

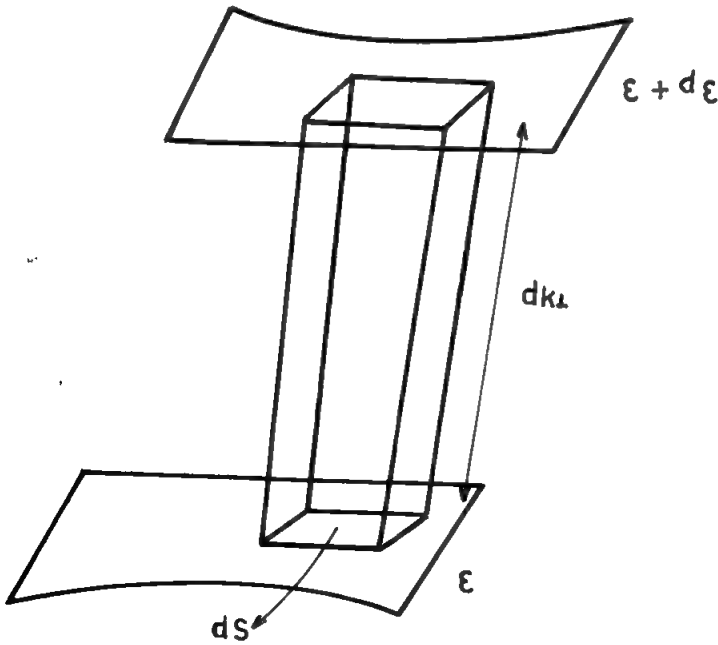
$$d\varepsilon = \text{grad}_k \varepsilon \cdot dk = |\text{grad}_k \varepsilon| dk_\perp$$

$$d^3k = dS dk_\perp = \frac{dS d\varepsilon}{|\text{grad}_k \varepsilon|}$$

حيث dS تمثل مساحة مقطع من سطح ذي طاقة ثابتة ، كما في الشكل (6-14) .
وعليه فإن

$$D(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi^3} \int \frac{dS}{|\text{grad}_k \varepsilon|}$$

حيث التكامل يشمل سطحاً ذا طاقة ثابتة $\varepsilon(k) = \varepsilon$ في فضاء k



الشكل (6-14) سطح في فضاء k لحساب كثافة الحالة

لنحسب الآن كثافة الحالة عندما تكون العلاقة بين k, ε بالصيغة التالية : -

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad \dots (6-26)$$

حيث تمثل m^* الكتلة الفعلية (effective mass) للإلكترون . وعلى

$$\text{grad}_k \varepsilon = \frac{\hbar^2 k}{m^*}$$

وبذلك فإن

$$D(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi^3} \frac{m^*}{\hbar^2} \int \frac{dS}{k}$$

ولما كانت سطوح الطاقة الثابتة كروية الشكل ، فإن

$$dS = 4\pi k^2$$

و

$$D(\varepsilon) = \frac{m^*}{4\pi^3 \hbar^2} 4\pi k = \frac{m^* k}{\pi^2 \hbar^2}$$

ومن المعادلة (6 - 26) فإن

$$(\varepsilon - \varepsilon_0)^{1/2} = \frac{\hbar k}{(2m^*)^{1/2}}$$

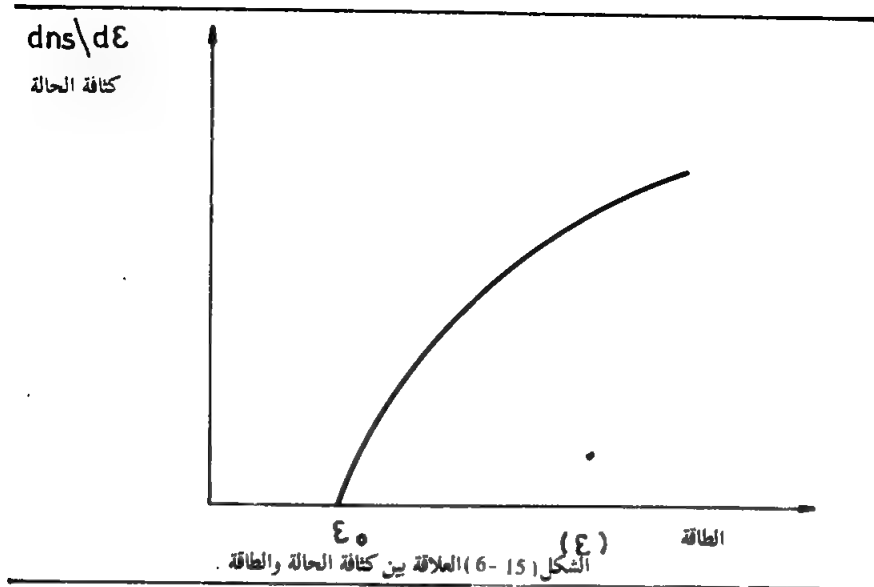
فعليه : -

$$D(\varepsilon) = \frac{(2m^*)^{1/2}}{\pi^2 \hbar^3} (\varepsilon - \varepsilon_0)^{1/2} \quad \dots (6-27)$$

نلاحظ من المعادلة (6 - 27) ان كثافة الحالة تتناسب مع $\varepsilon^{1/2}$ وهذا يعني

أن كثافة الحالة تأخذ شكل قطع مكافئ (parabolic shape)

كما في الشكل (6 - 15) ، ونلاحظ ايضاً أن كثافة الحالة تتناسب مع $m^{3/2}$ حيث بزيادة الكتلة الفعلية تزداد كثافة الحالة .



10 - 6 الكتلة الفعالية

عندما تنتشر الموجة $e^{i(kx - \omega t)}$ في وسط التشتت (dispersion medium) فإن سرعة الموجة تساوي $\frac{\omega}{k}$. بينما سرعة مجموعة الامواج (group Velocity) $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ في بعد واحد وتساوي $\text{grad}_k \omega$ في ثلاثة ابعاد من العلاقتين .

$$\varepsilon = \hbar \omega$$

و

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad \dots (6-28)$$

نحصل على ان سرعة الالكترون

$$\vec{v} = \text{grad}_p \omega = \frac{1}{\hbar} \text{grad}_k \varepsilon \quad \dots (6-29)$$

عندما يتعرض الالكترون داخل البلورة الى قوة خارجية E (نتيجة تسليط مجال كهربائي) فإن مقدار التغير الحاصل في طاقته في زمن dt يساوي

$$d\varepsilon = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = F \cdot \frac{1}{\hbar} \text{grad}_k \varepsilon dt \quad \dots (6-30)$$

ومن العلاقة التي تربط بين k, ε نحصل على

$$d\varepsilon = \text{grad}_k \varepsilon \cdot dk \quad \dots (6-31)$$

ومن المعادلتين (6-30) و (6-31) نلاحظ أن

$$\frac{1}{\hbar} F \cdot \text{grad}_k \varepsilon \, dt = \text{grad}_k \varepsilon \cdot dk$$

أو

$$\text{grad}_k \varepsilon \cdot \left[\frac{1}{\hbar} F \, dt - dk \right] = 0 \quad \text{ولكن}$$

$$\text{grad}_k \varepsilon \neq 0$$

وذلك لان قيمة k غير ثابتة لوجود المجال الكهربائي ، وعليه فإن

$$F = \hbar \frac{dk}{dt} \quad \dots (6-33)$$

وبذلك فإن القوة تمثل معدل تغير زخم البلورة $\hbar k$ (crystal momentum) .
إن الإلكترون تحت تأثير هذه القوة يتحرك بتعجيل مقداره

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{\hbar} \text{grad}_k \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\hbar} \text{grad}_k (\vec{F} \cdot \vec{v})$$

أو

$$\vec{a} = \frac{1}{\hbar^2} \text{grad}_k [\vec{F} \cdot \text{grad}_k \varepsilon] \quad \dots (6-34)$$

ان المعادلة (6-34) لالكترون داخل البلورة تماثل قانون نيوتن في الحركة .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m} \vec{F} \quad \dots (6-35)$$

إن المركبات الثلاثة للمتجه \vec{a} في المعادلة (6-34) هي

$$a_i = \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i \partial k_j} F_j \quad \dots (6-36)$$

من الواضح انه لايمكن تطبيق قانون نيوتن بصيغته البسيطة (المعادلة 6-35)
لان الالكترون داخل البلورة يعاني من تأثيرات قوى أخرى بالاضافة الى المجال الكهربائي
المسلط عليه .

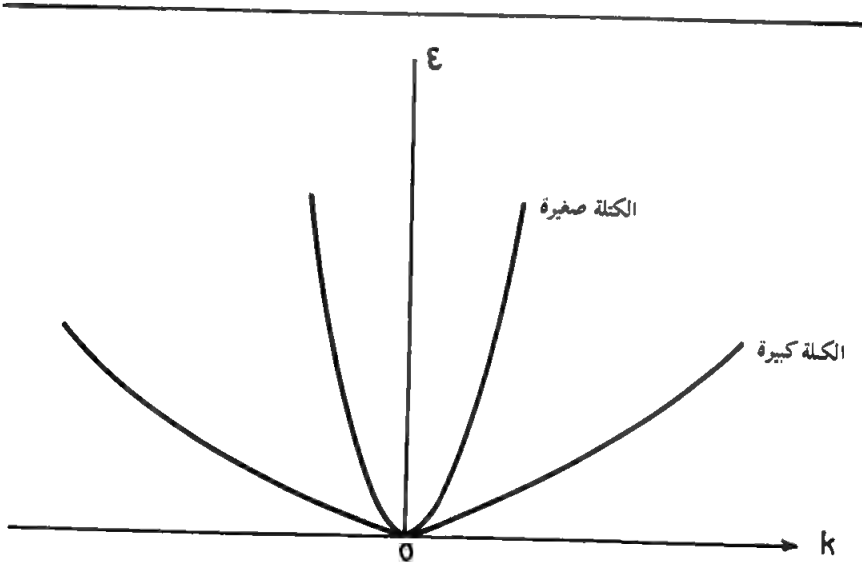
وعليه فلا بد من ادخال مفهوم الكتلة الفعلية (m^*) في المعادلة (6-35) لتصبح

$$\vec{a} = \left(\frac{1}{m^*} \right) \vec{F} \quad \dots (6-37)$$

وبمقارنة المعادلتين (6-36) و (6-37) نحصل على

$$\left(\frac{1}{m^*} \right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i \partial k_j} \quad \dots (6-38)$$

وبذلك فإن الكتلة العددية m (scalar mass) قد استبدلت بالكتلة الفعلية m^* وهي كمية متجهة . ونلاحظ من المعادلة (6-38) أن الكتلة الفعلية m^* تتناسب عكسياً مع تحدب الحزمة . بحيث عندما تكون الكتلة صغيرة فإن التحدب يكون كبيراً والعكس صحيح كما هو موضح ذلك في الشكل (6-16) .



الشكل (6-16) العلاقة العكسية بين الكتلة الفعلية وتحدب حزمة الطاقة .

عندما تكون القوة \vec{F} باتجاه اعتباطي . فإن تعجيل الالكترون لا يكون دائماً باتجاه هذه القوة ولكن يمكن تحليله الى مركبين . الاول موازية للمجال والاخرى عمودية عليه . ان المركبة الموازية للمجال تكون المسؤولة عن نقل الطاقة من المجال الى الالكترون والصعوبة هنا هي في معرفة الكتلة العددية m_e التي تنتج عنها مركبة التعجيل الموازية

للمجال . نفترض أن \vec{e} وحدة متجة (unit vector) باتجاه \vec{F} . ويضرب طرفي المعادلة (37 - 6) بـ \vec{e} نحصل على مركبة التعجيل المطلوبة a_F ، أي

$$a_F = \vec{e} \cdot \vec{a} = \vec{e} \cdot \left(\frac{1}{m^*} \right) \vec{F}$$

$$= F \vec{e} \cdot \left(\frac{1}{m^*} \right) \vec{e}$$

$$= \frac{F}{m_F}$$

وعليه

$$\frac{1}{m_F} = \vec{e} \cdot \left(\frac{1}{m^*} \right) \vec{e} \quad \dots (39 - 6)$$

انه لغاية في الاهمية استخدام مفهوم الكتلة الفعلية لمعرفة مسار الالكترون خلال حزمة الطاقة في بلورة نقية جداً (خالية من الشوائب وعيوب البلورة الاخرى) . نفترض أن أن شكل العلاقة بين k, E وكما موضح في الشكل (17 - 6) . نفترض أن الالكترون يبدأ الحركة عند النقطة $\vec{k} = 0$. ان تعجيل الالكترون يساوي eF/m_F وسرعته بعد مرور فترة زمنية dt يساوي $eFdt/m_F$. حيث m_F هي الكتلة الفعلية باتجاه المجال للحالة $\vec{k} = 0$. عندما تكون البلورة تامة النقاوة . فان التعجيل يستمر وبذلك فإن طاقة الالكترون \vec{k} تزداد ان . ان كتلة الالكترون m_F تتغير بتغير قيمة \vec{k} . فعندما تقترب k من حافة منطقة بريلوين فان الكتلة الفعلية تصبح سالبة وبذلك تتباطأ سرعة الالكترون لتصبح صفراً عند الحالة B . وبما ان الحالتين A و B متكافأتان في مخطط منطقة الاختزال وبذلك . يمكن اعتبار ان الالكترون موجود عند الحالة A . وازيادة التعجيل يصبح عند النقطة O . وعليه فان الالكترون يتذبذب بين A و B وان حركته الدورية هذه تكون مكتملة . لكي نفهم سبب مرور التيار في البلورة . على اساس تكون الحزم . لابد من الاشارة الى ما يلي :

1 اذا كانت الحزمة مملوءة جزئياً . فإن الالكترونات تتراح باتجاه المجال المسلط وبذلك (عندما تكون الكتلة الفعلية موجبة) فإن عدد الالكترونات التي تتحرك

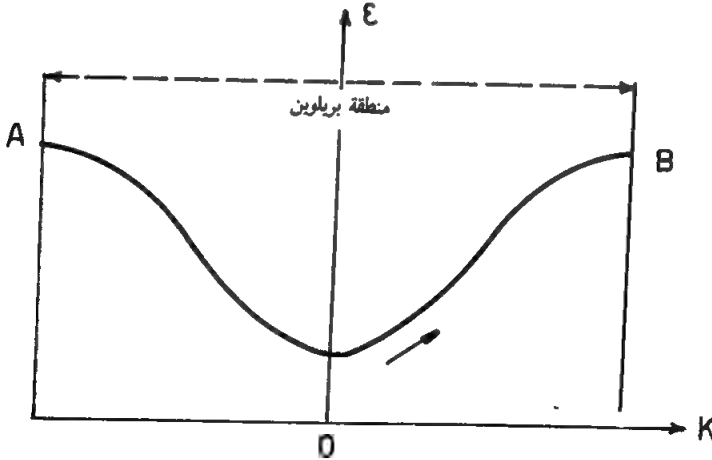
بأتجاه المجال أكثر من عدد الالكترونات التي تتحرك بعكسه وهكذا يتولد تيار نهائي في البلورة .

2- عندما تكون الحزمة مملوءة كلياً ، فإن التيار يساوي صفراً . أن أبسط مثال على ذلك هو عندما تكون العلاقة بين ϵ و k ببعد واحد . ان التيار يتناسب مع تكامل السرعة بالنسبة لـ k (قيم k هي حدود منطقة بريلوين) ، وبذلك

$$v = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d\epsilon}{dk}$$

$$\int v dk = \epsilon(A) - \epsilon(B) = 0$$

اي ان التكامل هو فرق الطاقة عند نهايتي منطقة بريلوين وهذا يساوي صفراً لتكافؤ الحالتين A و B .



الشكل (6-17) حركة الالكترون خلال حزمة الطاقة .

11 - 6 مفهوم الفجوات الموجبة .

عندما تكون حزمة الطاقة مملوءة كليا عدا الحالة التي يكون متجه موجتها \vec{k} ، فيمكن القول انه توجد فجوة (hole) عند تلك الحالة ومتجه موجتها يساوي $-\vec{k}$ ايضا . ان الفجوة تتحرك في المجال وكأن لها كتلة فعلية تعاكس تماما الكتلة الفعلية للالكترون ولها نفس زخم البلورة ، اي

$$\left(\frac{1}{m_h^*(k)} \right) = - \left(\frac{1}{m_e^*(k)} \right) \quad \dots (6-40)$$

ان الفجوات تولد قرب الحافات العليا لحزمة الطاقة ، حيث الكتلة الفعلية للالكترونات عند تلك الحافات تكون سالبة وبذلك فان الكتلة الفعلية للفجوات وكذلك شحنتها تكون موجبة . لكي نبرهن هذه الحقيقة لابد من مراجعة البند (9-6) والذي يشير الى ان التيار الكلي المحمول من قبل الالكترونات يساوي صفرا عندما تكون حزمة الطاقة مملوءة كليا وكذلك معدل تعجيل هذه الالكترونات يساوي صفرا ويمكن توضيح ذلك بالمثال التالي :

نفترض ان حدود منطقة بريلوين تمتد من k_0 الى $-k_0$ وعليه فان معدل التعجيل

$$\bar{a} = \int_{-k_0}^{k_0} \frac{F}{m^*} dk$$

ان القوة F لا تعتمد على k وباستخدام المعادلة (6-38) نحصل على

$$\bar{a} = \frac{F}{\hbar^2} \left[\frac{d\varepsilon}{dk} \right]_{-k_0}^{+k_0}$$

ولكن $\frac{d\varepsilon}{dk}$ تتناسب مع السرعة والتي تساوي صفرا عند حافتي منطقة بريلوين . وبذلك فان معدل تعجيل $\bar{a} = 0$.

والان عندما تكون حزمة الطاقة مملوءة عدا الحالة التي يكون متجه موجتها \vec{k}' فان التعجيل يساوي التكامل اعلاه ناقصا تعجيل الالكترون الذي متجه موجته $-\vec{k}'$ اي

$$\vec{a} = 0 - \frac{1}{m^*(\vec{k}')} \vec{F}$$

ولما كانت الكتلة الفعلية للالكترون m^* قرب قمة حزمة الطاقة سالبة ، فإن الكتلة الفعلية للفجوة m^* المتولدة نتيجة فقدان الكترون تكون موجبة . اما بالنسبة للتيار فيمكن ان نقسم كثافة التيار (curent density) الكلية \vec{J} والتي تساوي صفراً ، الى قسمين الاول \vec{J}_1 والناتج عن الالكترون الذي متجه موجته \vec{k}' والثاني \vec{J}_2 والناتج عن الالكترونات الاخرى في حزمة الطاقة . اي

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

$$0 = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

ولكن

$$\vec{J}_1 = - e \vec{v}(\vec{k}')$$

$$\vec{J}_2 = + e \vec{v}(\vec{k}')$$

وعليه فإن

وبذلك فإن فقدان الكترون في الحزمة يكافئ تكون فجوة موجبة ذو كتلة فعلية m^* موجبة

12 - 6 دراسة سطح فيرمي

ان دراسة سطح فيرمي ذات اهمية بالغة في فيزياء الحالة الصلبة . حيث معرفة شكل سطح فيرمي يساعدنا في فهم الخواص الكهربائية والبصرية للمعادن . اما الهدف الثاني من هذه الدراسة يساعدنا في فهم تركيب حزم الطاقة في المواد الصلبة هناك طرق عديدة تستخدم لدراسة سطح فيرمي منها :

- 1 - الظاهر السطحية الشاذة
- 2 - التردد المداري .
- 3 - الظاهرة الصوتية المغناطيسية
- 4 - ظاهرة دي هاز - فان الفن

ويمكن اجراء التجارب اعلاه في حالة تحقق الشروط التالية : -

- 1 - توفر بلورة احادية التبلور .
- 2 - بلورة نقية جداً (خالية من الشوائب وعيوب البلورة الاخرى)
- 3 - درجات حرارة واطئة .
- 4 - مجال مغناطيسي عال .

إن من أهم الطرق المستخدمة في قياس سطح فيرمي هي ظاهرة دي هاز - فان الفن حيث ان نتائجها العملية تحقق معلومات دقيقة عن سطح فيرمي ولعظم المعادن وسوف نتطرق لها مفصلاً في هذا البند .

1 - 12 - 6 الظاهرة السطحية الشاذة

إجريت اول دراسة لتحديد شكل سطح فيرمي من قبل العالم بيارد (Pippard) وذلك بقياس انعكاس وامتصاص الموجات الكهرومغناطيسية الدقيقة (microwave electromagnetic) من سطح معدن النحاس (بغياب المجال المغناطيسي) . وإذا كان تردد الموجات الدقيقة (ω) ليس كبيراً . فإن المجال الناتج عن هذه الموجات سوف يخترق المعدن لمسافة δ_c . حيث .

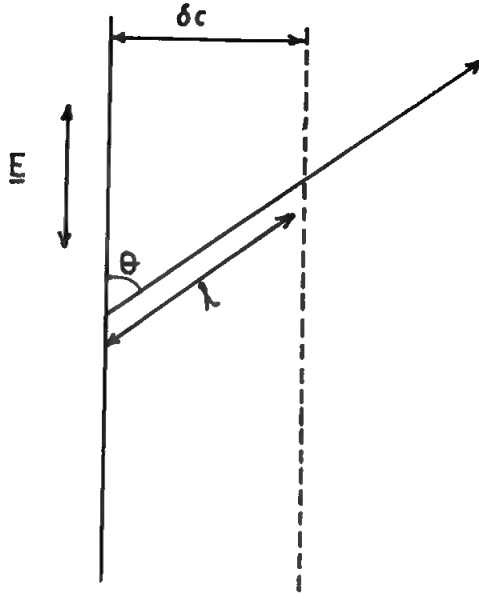
$$\delta_c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \omega \sigma / 2}} \quad \dots (6 - 41)$$

وتسمى δ_c العمق السطحي الكلاسيكي (classical skin depth) و σ التوصيلية الكهربائية . تم اشتقاق المعادلة (6 - 41) على اساس ان العمق السطحي δ_c أكبر من معدل مسار الالكترون الحر l . عندما تكون البلورة نقية جداً وعند درجات حرارية واطنة فإن δ_c تقترب أو أقل من معدل مسار الالكترون الحر l وبذلك فأنا نحتاج الى نظرية أكثر دقة لتفسير سبب عدم استخدام نظرية تناقص المجال اسياً خلال المسافة δ_c وبذلك تسمى الظاهرة السطحية الشاذة (anomalous skin effect) . نلاحظ في الشكل (18 - 6) أن الالكترونات التي تمر خلال العمق السطحي لها المقدرة على امتصاص الطاقة من المجال المسلط (اذا كانت δ تمثل العمق السطحي . فإن جزءاً من الالكترونات يساوي δ/l يساهم في عملية التوصيل الكهربائي وعلية فإن

$$n_{eff} = \frac{\delta}{l} n$$

حيث n كثافة الالكترونات و n_{eff} كثافة الالكترونات الفعالة و δ هي العمق السطحي . وبذلك فإن :

$$\sigma_{eff} = \left(\frac{\delta}{l} \right) \sigma_0$$



الشكل (6-18) الظاهرة السطحية الشاذة

حيث σ_0 التوصيلية الكهربائية الاعتيادية و σ_{eff} التوصيلية الفعالة .

$$\sigma_{eff} = \frac{\delta}{l} \left(\frac{ne^2 l}{mv_f} \right) = \frac{n_e^2 \delta}{m v_f} \quad \dots (6-42)$$

وبالتعويض عن σ بـ σ_{eff} في المعادلة (6-41) نحصل على :

$$\delta = \left(\frac{1}{\mu_0 \omega \sigma_{eff}^{1/2}} \right)^{1/2} \quad \dots (6-43)$$

من المعادلتين (6-42) و (6-43) نحصل على

$$\delta^3 = \frac{2mv_f}{\mu_0 \omega ne^2} \quad \dots (6-44)$$

نلاحظ من المعادلة (6-44) . أن التوصيلية الفعالة تتناسب مع $\omega^{1/3}$ ولا تعتمد على مسار الإلكترون الحر وبذلك فأنتنا ضمن حالة شاذة تدعى الظاهرة السطحية الشاذة.

أن من أهم مميزات هذه الظاهرة هو اعتمادها على الشكل الهندسي لسطح فيرمي وذلك لأن الإلكترونات التي تسير موازية للسطح هي التي تساهم في عملية التوصيل الكهربائي .

2 - 11 - 6 التردد السايكلوني (المداري)

غالباً ما نعالج حركة الإلكترون بوجود المجال المغناطيسي بطريقة شبه كلاسيكية إن حركة الإلكترون في البلورة ، تحت تأثير مجال مغناطيسي منتظم وثابت ، تأخذ الصيغة التالية :

$$\hbar \vec{k} = e \vec{v} \times \vec{B} \quad \dots (6-45)$$

وعليه فإن \vec{k} تتغير فقط عند مستويات عمودية عن المجال وأن المدارات في فضاء k هي مقاطع هذه المستويات مع سطوح الطاقة الثابتة . في الفضاء الاعتيادي (real space) إن حركة الإلكترونات (بوجود المجال المغناطيسي) تتمثل بمسارات حلزونية محورها مواز للمجال المسلط \vec{B} . لايجاد الفتره الزمنية اللازمة لكي يعمل الإلكترون مداراً كاملاً ، نفترض مدارين في فضاء k في مستوى عمودي على المجال المسلط \vec{B} . (كما في الشكل 19 - 6) . إن الطاقة ϵ تعود للمدار الاول والطاقة $\epsilon + d\epsilon$ للمدار الثاني . إن الزيادة الحاصلة في k عند الانتقال من مدار الى اخر تساوي .

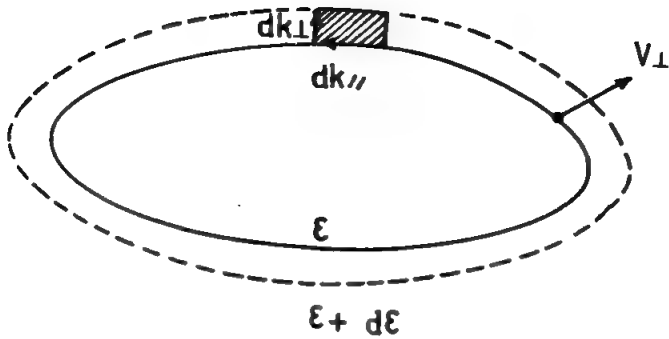
$$dk = \frac{d\epsilon}{|\text{grad}_k \epsilon|_{\vec{B}}} = \frac{d\epsilon}{\hbar v_{\perp}} \quad \dots (6-46)$$

حيث v_{\perp} هي مركبة السرعة في مستوى عمودي على المجال B ان المساحة في فضاء k والمحصورة بين المدارين

$$dA = \frac{d}{\hbar} \oint \frac{dk}{v} \quad \dots (6-47)$$

يمكن كتابة

$$dk = k dt$$



الشكل (6-19) المدارات الالكترونية في فضاء k بوجود المجال المغناطيسي .

$$T = \oint \frac{dk}{|k'|} \quad \text{وعليه فان زمن دورة كاملة}$$

من المعادلتين (6-45) و (6-46) نحصل على

$$T = \frac{\hbar}{eB} \oint \frac{dk}{v_{\perp}} = \frac{\hbar^2}{eB} \frac{dA}{d\varepsilon} \quad \dots (6-48)$$

وعليه فان التردد السايكلوتروني (المداري) (cyclotron frequency) يساوي

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi eB}{\hbar^2} \left/ \frac{dA}{d\varepsilon} \right. \quad \dots (6-49)$$

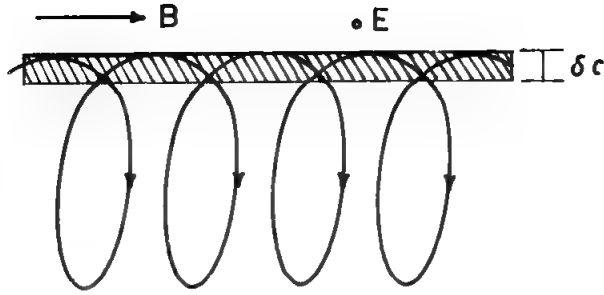
حيث ω_c تختلف قيمتها من مدار الى اخر. ان التردد المداري في الفضاء الاعتيادي

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad \dots (6-50)$$

وبمقارنة المعادلتين (6-49) و (6-50) نحصل على

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{dA}{d\varepsilon} \quad \dots (6-51)$$

حيث m^* تسمى الكتلة الفعلية السايكلوترونية (المدارية) (cyclotron effective mass) عند تسليط مجال مغناطيسي مواز لسطح البلورة ، فان الالكترونات تعمل مدارات حلزونية كما في الشكل (6-20) . من المعروف ان الموجات الكهرومغناطيسية لا تستطيع اختراق المعدن الى مسافات بعيدة ، فعليه فان الالكترونات تستطيع امتصاص الطاقة من المجال الكهربائي عندما تدخل منطقة العمق السطحي δ . تستطيع هذه الالكترونات امتصاص الطاقة في كل دورة تدخل فيها منطقة العمق السطحي ونفس



الشكل (6 - 20) ظاهرة أزيل - كانر

طور المجال المغناطيسي المتناوب المسلط وبذلك تحصل ظاهرة الرنين والتي تسمى بظاهرة رنين أزيل - كانر (Azbel - Kaner resonance) ، اي يحدث الرنين في كل مرة يحقق فيها التردد (ω) المعادلة التالية

$$\omega = n\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad \dots (6-52)$$

حيث n عدد صحيح . من الناحية العملية ، تثبت قيمة ω وتغير قيمة المجال المغناطيسي وبذلك فان شرط الرنين يصبح

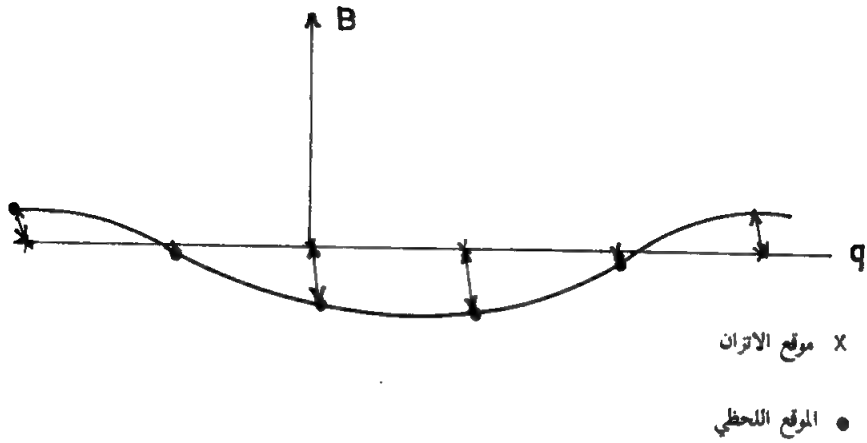
$$\frac{1}{B_n} = \frac{ne}{\omega m^*}$$

ومنها يمكن ايجاد قيمة الكتلة الفعلية السايكلترونية (المدارية) m^*

3- 12 - 6 الظاهرة الصوتية المغناطيسية

يمكننا الحصول على معلومات مباشرة عن الشكل الهندسي لسطح فيرمي وذلك عن طريق قياس توهين (attenuation) الموجات الصوتية في المعادن خلال

انتشارها عموديا على مجال مغناطيسي منتظم وخاصة اذا كانت الموجة ناتجة عن ازاحة الايونات التي تكون عمودية على اتجاه انتشارها وعلى اتجاه المجال المغناطيسي المسلط عليها وكما في الشكل (6-21) .



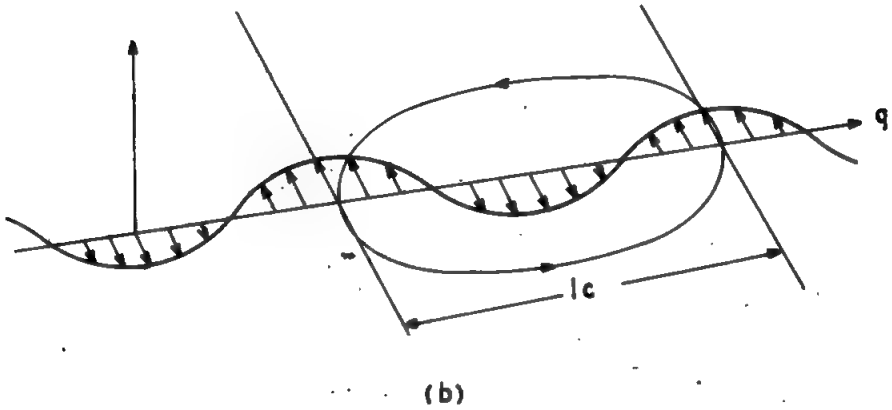
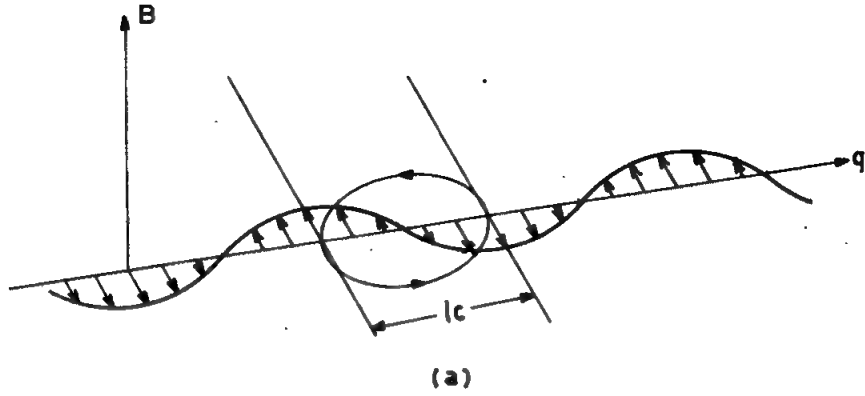
الشكل (21-6) الازاحة اللحظية للايونات عن مواقع توازنها

لما كانت هذه الايونات مشحونة كهربائيا ، فعليه فان الموجة تكون مصحوبة بمجال كهربائي له نفس التردد ومتجه الموجة والاستقطاب . ان الالكترونات في المعدن تتصادم مع الموجة الصوتية من خلال هذا المجال الكهربائي وعليه اما ان تكون معرقة او مقوية لانتشار الموجة . اذا استطاع الالكترون ان يعمل عدة مدارات كاملة بوجود المجال المغناطيسي قبل تصادمه فان توهين الموجات الصوتية يعتمد على الطول الموجي بطريقة تعكس لنا الشكل الهندسي لسطح فيرمي .

عندما يقترب الطول الموجي للموجة الصوتية من ابعاد المدار الالكتروني فان تأثير المجال الكهربائي للموجة على الالكترون يعتمد على مدى تقارب طول الموجة l مع اقصى بعد خطي l_c للمدار باتجاه انتشار الموجة (l_c تمثل قطر مدار الالكترون) . عندما يكون الالكترون في مدار قطره يساوي نصف طول الموجة (الشكل 6-22a) فان الالكترون يتعجل دائمة (او يتباطأ دائما) خلال مداره الكامل بواسطة الموجة الصوتية . اما اذا كان قطر المدار مساويا الى طول موجة كاملة (الشكل 6-22b) فان الالكترون يتعجل دائما خلال جزء من مداره ويتباطأ في الجزء المتبقي من المدار . بصورة عامة . فان اقتران الالكترون بالموجة يكون ضعيفا عندما يساوي قطر مداره nl ويكون

$$l_c = nl \quad \text{قويا عندما يساوي قطر مداره} \quad \left(n + \frac{1}{2} \right) l \quad \text{اي} \quad \text{اقتران ضعيف}$$

$$l_c = \left(n + \frac{1}{2} \right) l \quad \text{اقتران قوي} \quad (6-52) \dots$$



الشكل (22 - 6) (a) مدار الكتروني قطره l_c يساوي نصف طول الموجة الصوتية (b) مدار الكتروني قطره l_c يساوي طول الموجة الصوتية

تستطيع الالكترونات القريبة من سطح فيرمي ان تؤثر على توهين الموجات الصوتية وذلك لان مبدأ الانفراد يمنع الالكترونات ذات الطاقات القليلة من تبادل كميات قليلة من الطاقة مع الموجة .

ان توهين والموجات الصوتية يتغير دوريا مع مقلوب الطول الموجي . وان الدورة تساوي مقلوب اقصى قطر لسطح فيرمي باتجاه انتشار الموجة . اي

$$\Delta \left(\frac{1}{l} \right) = \frac{1}{l_c} \quad \dots (6-53)$$

وعليه فبتغير اتجاه انتشار الموجة (لنحصل على اقطار مختلفة) ويتغير اتجاه المجال المغناطيسي المسلط (لنحصل على مقاطع مختلفة من سطح فيرمي) ، نستطيع ان نستنتج شكل (سطح فيرمي) من ظاهرة توهين الموجات الصوتية .

4 - 12 - 6 ظاهرة دي هاز - فان الفن

قبل ان نتطرق الى هذه الظاهرة لابد من معرفة منشأ التذبذب (oscillation) في بعض الخواص الفيزيائية عندما يكون المجال المغناطيسي عاليا جدا وان البلورة نقية جدا وعند درجات حرارة واطئة . عندما تكون المدارات الالكترونية closed orbit في مجال مغناطيسي موازيا للمحور z فان المدارات تكون دورية وترددات ω_c . لقد لوحظ ان الطاقة كمكمة بوحدات $\hbar \omega_c$ ، اي

$$\epsilon_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad \dots (6-53)$$

اي ان طاقة المدارات الالكترونية هي مجموع الطاقة المكمة للحركة الدوارية في مستو عمودي على المجال وللطاقة الانتقالية باتجاه المجال . لما كانت

$$\omega_c = \frac{eB}{m_c}$$

و

$$m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{dA}{d\epsilon} \quad \dots (6-54)$$

فعليه

$$\omega_c = \frac{2\pi eB}{\hbar^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial A} \quad \dots (6-55)$$

ان المعادلة (6-54) تتحقق عندما

$$\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2\pi m_c} A_n$$

حيث A_n مساحة المدار n في فضاء k . ومن المعادلتين (6-53) و (6-56) نحصل على

$$A_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi eB}{\hbar} \quad \dots (6-57)$$

نستنتج من المعادلة (6-57) ان المساحة المدارية للالكترون هي مكعبة ايضا في فضاء k وبوحدات $\frac{2\pi eB}{\hbar}$

ان السطوح التابعة للطاقة في المعادلة (6-53) هي دوائر في المستوي ($x - y$) وعند تسليط مجال مغناطيسي فان الحالات الجديدة لا تقع في اي نقطة من الدائرة ولكن تدور حول الدائرة ويتردد ω_c كما في الشكل (6-23) . يمكن تسمية المستويات الجديدة بوجود المجال المغناطيسي وذلك عند تحديد المدارات التي تتبعها تلك المستويات . ان هذه المستويات تسمى بمستويات لانداو (Landau levels) . ان المساحة بين سطحي الطاقة التي تفصلهما طاقة قدرها $d\varepsilon$ هي

$$dA = \frac{2\pi m_e}{\hbar^2} d\varepsilon$$

وتكون مكعبة . وعند زيادة قيمة المجال المغناطيسي المسلط فان مستويات لانداو تكبر وتترك سطح فيرمي وهذا يؤدي الى ظاهرة التذبذب في معظم الخواص الفيزيائية في المعادن كالمقاومة النوعية والحرارة النوعية .

وعند هذه الحالة فان

$$A_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi eB}{\hbar} = A_0 \quad \dots (6-58)$$

حيث A_0 هي نصفي مساحة n المدار . لما كانت n كبيرة $(n \approx 10^4)$ فعليه من المعادلة (6-58) نحصل على

$$n = \frac{F}{B}$$

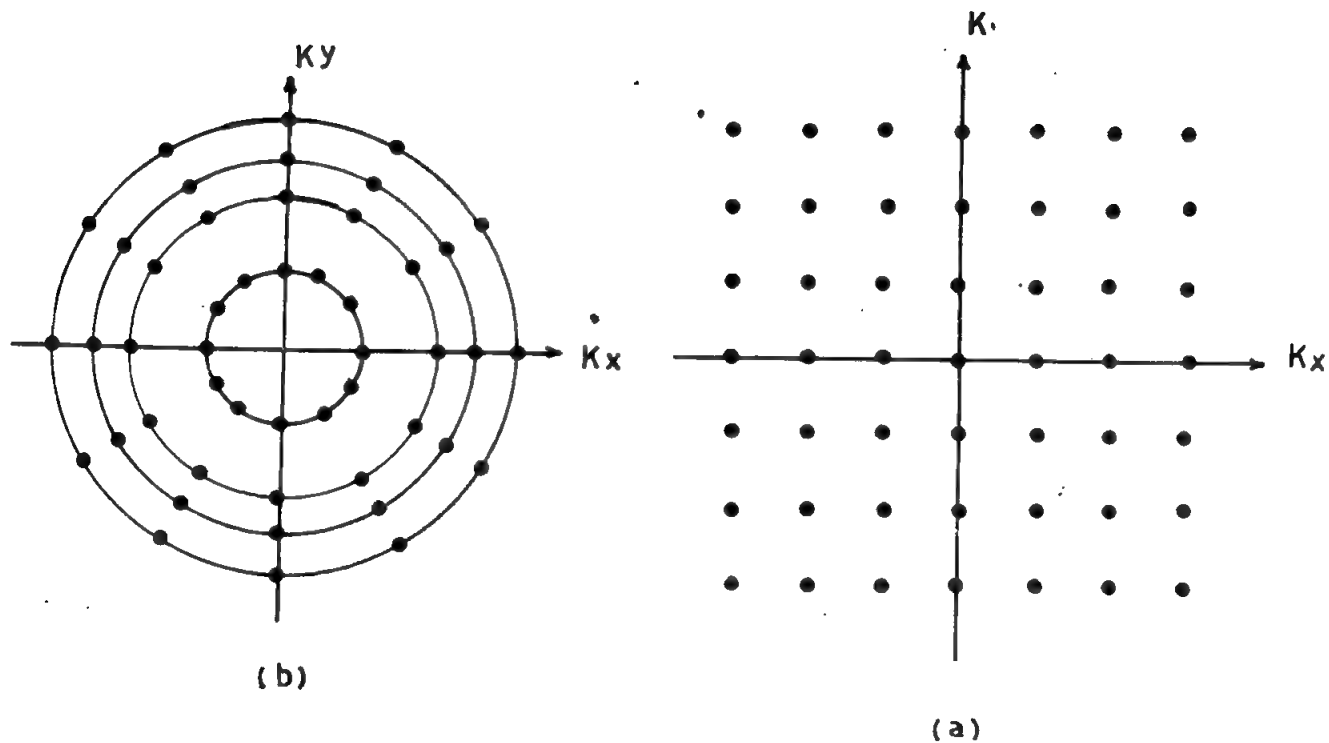
حيث

$$F = \frac{\hbar A_0}{2\pi e}$$

وتسمى تردد دي هاز- فان الفزن .

ان العزم المغناطيسي μ (magnetic momentum) عند درجة حرارة الصفر المطلق ياخذ الصيغة التالية :

$$\mu = - \frac{e \hbar}{4m_e} \frac{u}{B}$$

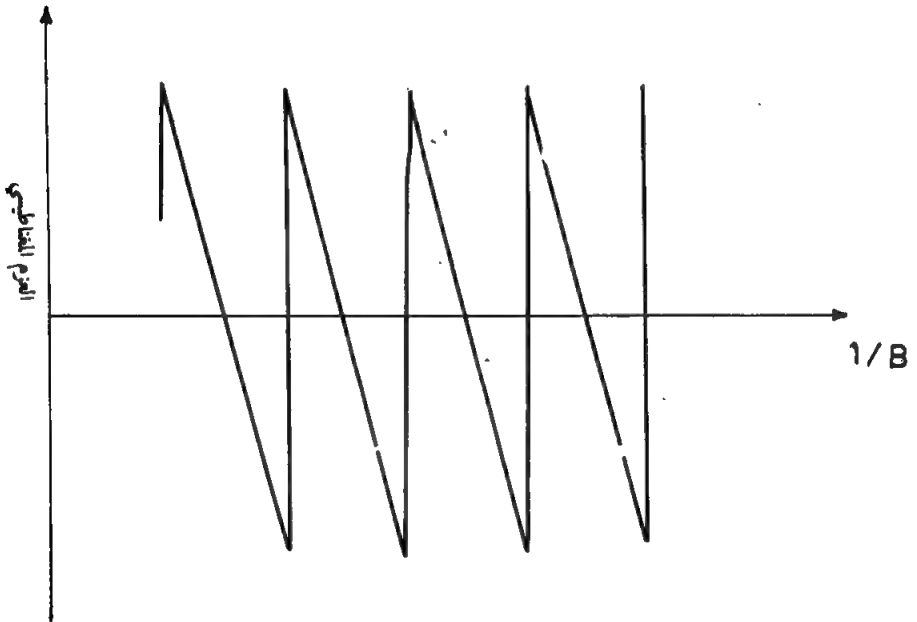


الشكل (6-23) توزيع الحالات في فضاء k (a) بغياب المجال المغناطيسي (b) بوجود المجال المغناطيسي.

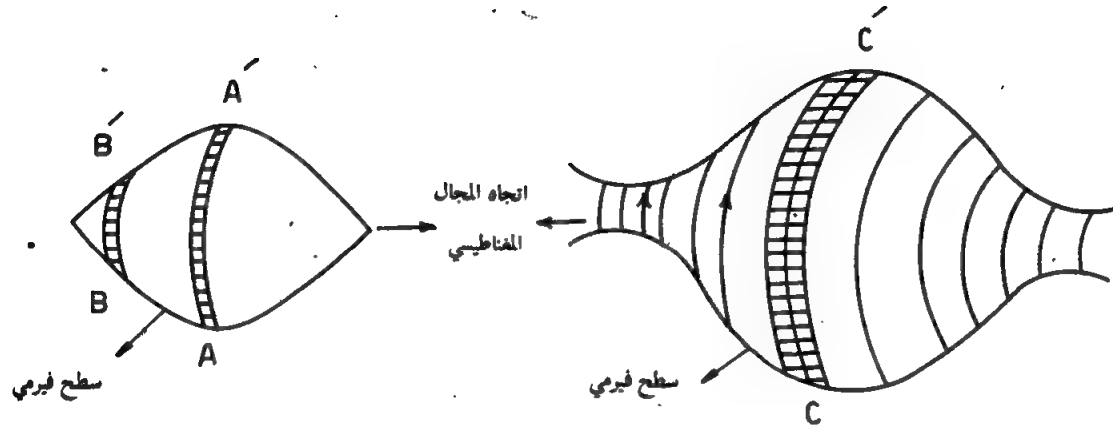
حيث μ تتذبذب مع $1/B$ كما في الشكل (6-24) . ان تذبذب العزم المغناطيسي عند تغير المجال وفي درجات الحرارة الواطئة يدعي ظاهرة دي هاز-فان الفن . ان التذبذب يحصل بفترات متساوية من $1/B$ ، وعليه

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{2\pi e}{\hbar A_n} \quad \dots (6-59)$$

حيث A_n تمثل أقصى مساحة لسطح فيرمي وتكون عمودية على اتجاه المجال المغناطيسي المسلط كما في الشكل (6-25) . من قياس $\Delta \left(\frac{1}{B} \right)$ يمكن الحصول على مساحة سطح فيرمي ومنها يمكن معرفة شكل وابعاد سطح فيرمي . ان تذبذب المقاومة مع المجال المغناطيسي تسمى ظاهرة دي هاز-شبنكوف (de Haas - shubinkov effect)



الشكل (6-24) العزم المغناطيسي كدالة لـ $\frac{1}{B}$



الشكل (6-25) المداورات القصوى في سطح فيرمي (يكون التردد ثابت خلال AA' ، CC' ومتغير خلال الأجزاء الأخرى من سطح فيرمي)

الاسئلة

- 6-1 حدد مناطق بريلوين الاولى والثانية والثالثة لشبكة مربعة ذات بعدين
 6-2 اذا كانت العلاقة بين ϵ و k تأخذ الصيغة التالية :

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

برهن ان كثافة الحالة

$$\frac{dn_s}{d\epsilon} = (2m^*)^{1/2} (\epsilon - \epsilon_0)^{1/2} / \pi^2 \hbar^3$$

- 6-3 اذا علمت ان العلاقة بين ϵ و k تأخذ الصيغة التالية

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_x} + \frac{k_y^2}{m_y} + \frac{k_z^2}{m_z} \right)$$

حيث m_z, m_y, m_x ثوابت موجبة. بين ، عندما $\epsilon = \epsilon_0$ فان مشتقة كثافة الحالة

$$\left(\frac{dn_s}{d\epsilon} \right)^{-1} \approx \text{constant} \quad \text{عندما } \epsilon > \epsilon_0$$

و

$$\left(\frac{dn_s}{d\epsilon} \right)^{-1} = (\epsilon_0 - \epsilon)^{-1/2} \quad \text{عندما } \epsilon < \epsilon_0$$

- 6-4 ناقش مفهوم الكتلة الفعلية في المواد الصلبة . برهن ان مقلوب الكتلة الفعلية هوكية ممتدة للدرجة الثانية second order tensor اذا علمت ان التعبير الرياضي للطاقة ، عند قعر حزمة التوصيل للبرموث ، يأخذ الصيغة التالية

$$\epsilon = \frac{1}{2} \hbar^2 (\alpha_{xx} k_x^2 + \alpha_{yy} k_y^2 + \alpha_{zz} k_z^2 + 2\alpha_{yz} k_y k_z)$$

اوجد مركبات ممتدة الكتلة الفعلية effective mass tensor

- 6-5 (a) احسب التردد الساينكتروني ω_c المناسب الطاقة energy contour المعطاة :

$$\underline{\varepsilon(k)} = \frac{\hbar^2}{2m_1^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2^*} k_y^2$$

حيث المجال المغناطيسي B عمودي على مستوى منسوب الطاقة .

(b) احسب التردد السايكلتروني ω_c لسطح الطاقة الاهليجي Ellipsoidal energy surface

$$\underline{\varepsilon(k)} = \frac{\hbar^2}{2m_1^*} (k_x^2 + k_y^2) + \frac{\hbar^2}{2m_3^*} k_z^2$$

حيث المجال المغناطيسي B يعمل زاوية قدرها θ مع المحور z .

6 - 6 يمكن قياس الكتلة الفعلية m^* لحامل التيار current carrier في

شبه موصل بصورة مباشرة بواسطة تجربة رنين السايكلترون . ففي هذه التجربة تتحرك حاملات التيار (الالكترونات والفجوات) في مدارات حلزونية حول اتجاه مجال مغناطيسي خارجي \vec{B} . عند تسليط مجال كهربائي متناوب باتجاه

عمودي على B يحصل امتصاص رنيني resonant absorption للطاقة من هذا المجال عندما يكون تردد المجال مساويا لتردد دوران الحاملات

(a) . v_c اشتق معادلة لـ v_c بدلالة B, e, m^* (b) . اذا كانت

$B = 0.1T$ وان اقصى امتصاص يحصل عند $v = 1.4 \times 10^{10} \text{ Hz}$

جد m^* (c) جد القيمة العظمى لنصف قطر مدار حامل التيار في هذه التجربة اذا كانت سرعته تساوي $3 \times 10^4 \text{ م / ثانية}$

6 - 7 قارن بين توزيع الطاقات لالكترونات التوصيل في المعدن في فضاء k

(a) بغياب المجال المغناطيسي

(b) عند تسليط مجال مغناطيسي عال .

ثم بين منشا ظاهرة تذبذب الخواص الفيزيائية للمعادن عند درجات الحرارة الواطئة وبوجود مجال مغناطيسي عال .

جد عدد مستويات لانداو المشغولة في الصوديوم عند تسليط مجال مغناطيسي يساوي 10 تسلا (طاقة فيرمي للصوديوم تساوي 5.2×10^{-19} جول والكتلة الفعلية السايكلترونية $(m^* = 1.38 m_0)$

6 - 8 ان العزم المغناطيسي للذهب يتذبذب بوجود المجال المغناطيسي وبدورة 2×10^{-5} م²/و. احسب اقصى مساحة لسطح فيرمي للذهب تعود الى ذلك التذبذب .

عندما يكون المجال المسلط بالاتجاه (111) هناك تذبذب اخرويد دورة 6×10^{-4} م² / و بر . احسب مساحة اقصى مدار الكتروني في هذه الحالة . ما الفرق بين مساحتي هذين المداريين ؟

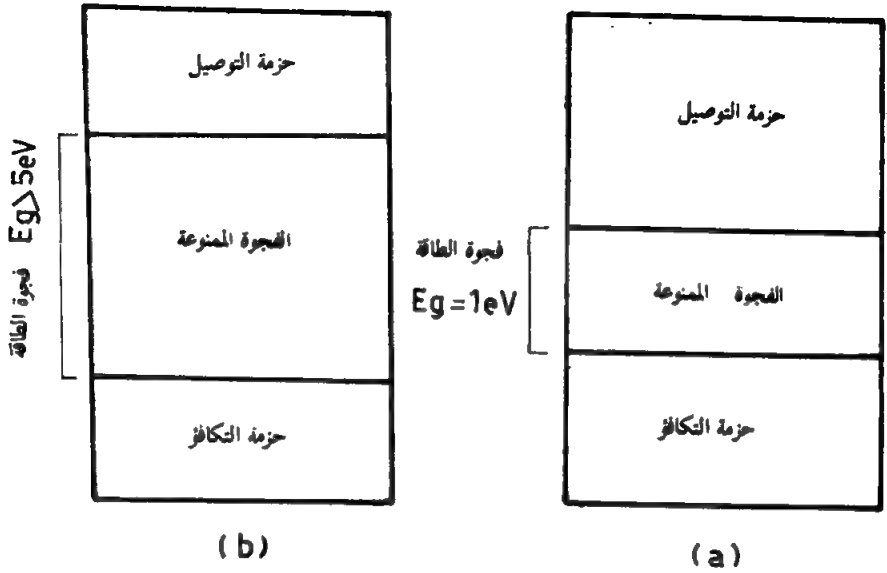
أشباه الموصلات

1 - 7 المقدمة :

تعرف اشباه الموصلات بانها مواد عازلة عند درجات الحرارة المنخفضة ولكنها تمتلك قدرا معينا من التوصيلية الكهربائية عند ارتفاع درجة حرارتها . وطبقا لنظرية الحزم في المواد الصلبة فان هناك حزمتين احدهما مملوءة تماما بالالكترونات والاخرى فارغة تماما منها وتفصل بينهما فجوة طاقة تدعى بفجوة الطاقة المنوعة (forbidden energy gap)

ان عرض فجوة الطاقة هذه في اشباه الموصلات تختلف عما هو عليه في العوازل (انظر الشكل 1 - 7) فهي تكون صغيرة نوعا ما بحيث ان تغيرا محسوسا في درجة حرارة شبه الموصل يمكن ان يؤدي الى اثاره الالكترونيات في الحزمة المملوءة بها (حزمة التكافؤ Valance Band) وانتقالها عبر فجوة الطاقة الى الحزمة الفارغة (حزمة التوصيل Conduction Band) ومع ان

اشباه الموصلات تصبح قادرة على التوصيل الكهربائي عند ارتفاع درجة حرارتها مما يوحى الى القاريء بانها تحولت الى مواد موصلة الا ان هذا غير صحيح ذلك لان اشباه الموصلات تختلف عن هذه الاخيرة بامتلاكها مقاومة ذات معامل حراري سالب اي



الشكل (1-7) حزم الطاقة في
 -a أشباه الموصلات -b العوازل

ان مقاومتها تقل بصورة عامة مع ارتفاع درجة حرارتها بينما تزداد مقاومة المواد الموصلة عند ارتفاع درجة الحرارة . ان هذه القاعدة للتمييز بين الموصلات واشباه الموصلات على اية حال ، غير ملائمة ذلك لانه وجد وفي مدى معين من درجات الحرارة : ان مقاومة اشباه الموصلات تزداد هي الاخرى بزيادة درجات الحرارة خصوصا عندما تحتوي هذه المواد على كمية مناسبة من الشوائب كذلك وجد انه عند رفع درجة الحرارة اكثر فان مقاومة اشباه الموصلات الشائبة هذه ، وعند درجة حرارة معينة ، تبدأ مرة اخرى بالنقصان وبشكل كبير ويستمر هذا النقصان مع ارتفاع درجة الحرارة . لذا فانه يصبح القول على ان اشباه الموصلات النقية فقط هي التي تمتلك مقاومة ذات معامل حراري سالب .

ولاعطاء فكرة ما عن قيمة المقاومة لكل من الموصلات واشباه الموصلات والعوازل يمكن القول انه عند درجات الحرارة الاعتيادية ، غير تلك الدرجات الحرارية القريبة من درجة الانصهار للمواد الشبه الموصلة ، فان الموصل الجيد يمتلك مقاومة نوعية قدرها 10^{-6} اوم - سم بينما تتراوح مقاومة اشباه الموصلات بين 10^{-3} - 10^6 اوم - سم بينما يمتلك العازل الجيد مقاومة نوعية في حدود 10^{21} اوم - سم .

ومع ان هناك الكثير مما يمكن قوله بخصوص اشباه الموصلات نتيجة للبحوث المكثفة على هذه المواد خلال الاربعين سنة الماضية الا اننا سنكتفي هنا بتلخيص اهم الخواص الرئيسية لهذه المواد ومنها :

- 1 - امتلاكها مقاومة ذات معامل حراري سالب
- 2 - تتراوح قيمة مقاومتها بين 10^{-3} - 10^6 اوم - سم
- 3 - القدرة الكهربائية - الحرارية التي يمكن ان تولدها هذه المواد تكون عالية اذا ما قورنت بتلك التي تنتج عن المعادن
- 4 - تمتلك نوعين من حاملات الشحنات : الفجوات والالكترونات خلافا لما عليه الحال في المعادن حيث تكون حاملات الشحنات هي الالكترونات فقط .
- 5 - تظهر حساسية للضوء عند تعرضها له وذلك من خلال الظاهرة الكهروضوئية او من خلال التغير في مقاومتها .
- 6 - يمكن تقليل مقاومتها الكهربائية كإضافة شوائب ذات ذرات ثلاثية او خماسية التكافؤ .

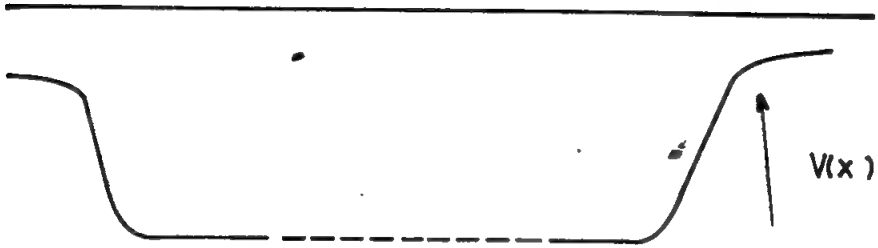
2 - 7 النظريات الاولى لاشباه الموصلات

لقد تم اجراء الكثير من التجارب العملية على اشباه الموصلات قبل وضع اي نظرية مقنعة للتعريف بخصائص هذه المواد . لم يكن هذا غريباً اذا علمنا ان هذه النظرية اعتمدت اساساً على ميكانيك الكم بصيغة الميكانيك الموجي للتعريف بهذه الخصائص . هذه النظرية قد تم وضعها من قبل الباحث ولسون (A. H. Willson) في سنة 1931 .

كان من غير الممكن حتى وقت ظهور هذه النظرية اعطاء تعريف مقنع لاشباه الموصلات ان اول تطبيق لميكانيك الكم على حركة الالكترونات في المواد الصلبة كان لمعالجة التوصيل الالكتروني في المعادن بواسطة سمر فيلد (A. Sommerfield) .

إن الفرق الاساس بين هذه المعالجة والمعالجة السابقة التي كانت تعتمد على النظريات الكلاسيكية . هو ان مستويات الطاقة التي تستطيع الالكترونات العديدة احتلالها أصبح حسابها بواسطة الميكانيك الكمي . كذلك تم فرض ان الالكترونات الخارجية في المعادن والتي تعرف بالكترونات التكافؤ - نظراً لانها تشارك في الترابط الكيميائي . ليست مرتبطة الى ذرات معينة ولكنها تمتلك الحرية للتحرك خلال المادة الصلبة أي

انها تتحرك في فضاء خال من الجهد ذلك هو ان تأثير قوى المجال العائدة الى المراكز الذرية أو الالكترونات الاخرى على حركة هذه الالكترونات يمكن ان تكون مهمة الا عند الحدود لهذه المواد اي عند سطوح هذه المواد (انظر الشكل (2-7) . هذه القوى يفترض فيها ان تجذب الالكترونات بقوة اذا ما تحركت خارج الحدود . وبسط صيغة لهذه النظرية هو افتراضها وجود حاجز جهد غير قابل للاختراق وبقيد حركة الالكترونات داخل المواد الصلبة .

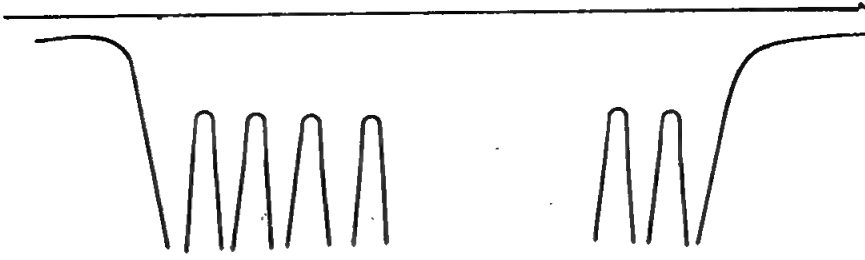


الشكل (2-7) حاجز الجهد (نموذج " فيلا)

ان نظرية سمر فيلد لم تغير بشكل جوهري فكرة التوصيل الالكتروني في المعادن الا انها اعطت تفسيراً عن سبب المساهمة الصغيرة جداً لهذه الالكترونات للحرارة النوعية للمواد . اضيف الى ذلك ان الافتراض القائل بوجود الكترونات حرة تماماً أي لاتعاني من اصطدامات مع الذرات أو الالكترونات الاخرى خلال تحركها في المعادن هو غير صحيح الى حد كبير . أكثر من هذا فأن هذه النظرية لم تتعرض الى الفرق بين خواص المعادن واشباه الموصلات وكذلك العوازل كان الاعتقاد السائد ان الكترونات التكافؤ يمكن فصلها بسهولة من ذرات المعادن المنفردة بينما تكون مرتبطة بقوة الى ذرات المواد العازلة . الا انه وجد ان الطاقة اللازمة لفصل الالكترون في جميع الذرات هي واحدة عدا كونها في بعض المعادن أكبر مما هي عليه في المواد غير المعدنية . فعلى سبيل المثال تكون هذه الطاقة 9.2 الكترون - فولت في الذهب بينما

هي مساوية الى 8.09 الكترون - فولت في الجرمانيوم . والان اصبح واضحاً ان هناك حاجة الى نظرية أكثر دقة من نظرية سمر فيلد للالكترون الحركات الخطوة التالية هي الاخذ بنظر الاعتبار تفاعل الكترونات التكافؤ مع مراكز الذرات . مفترضين أن هذه الاخيرة تقع على انقاط الشبكة في البلورة كذلك نفترض ان هذه الالكترونات لاتزال

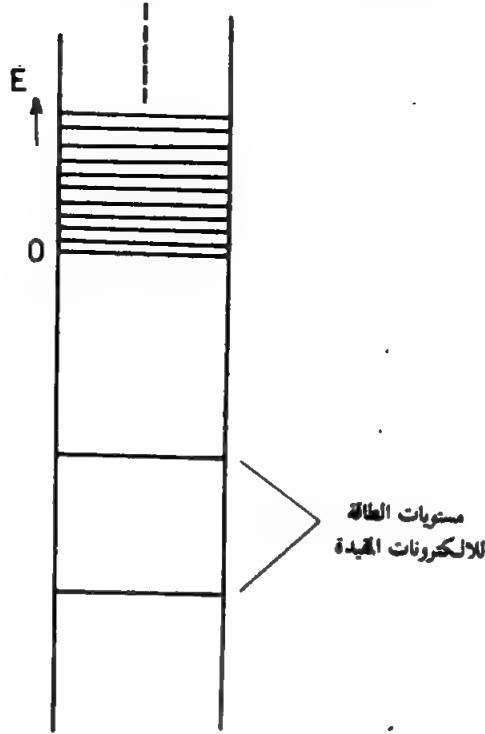
تتحرك بصورة مستقلة ولكن الجهد المستخدم بواسطة سمر فيلد قد استبدل بأخر ذي صيغة يوضحها الشكل (3 - 7) .



الشكل (3 - 7) الجهد الدوري العائد الى المراكز الذرية .

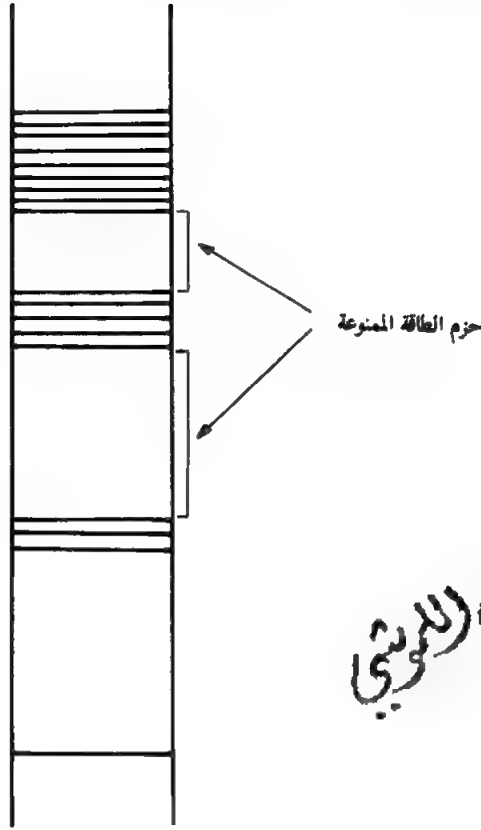
الصفة المميزة لهذا الجهد هي الدورية حيث انه يمتلك نفس الصفة الدورية للشبيكة البلورية وان حركة الالكترونات في مثل هذا الجهد قد نوقشت من قبل بلوخ (F. Bloch) بالاستعانة بميكانيك الكم (راجع الفصل السادس) وبهذا فان معظم النتائج الاساسية قد ظهرت لتغير تماما كيفية التعامل مع طبيعة التحرك الالكتروني في المواد الصلبة البلورية وكانت النتيجة أن هذه الحركة هي غير معتمده على الشكل الخاص بالجهد البلوري بذلك تم التوصل الى انه في الشبيكة المثالية الدورية يمكن للالكترون ان يتحرك بحرية ولايتشتت من قبل ذرات الشبيكة المنفردة ولا يحدث الانحراف الابوجود الشوائب ومع ان هذا الافتراض يتفق مع نموذج سمر فيلد من عدة وجوه وخصوصاً للمعادن الا انه يبقى هناك اختلاف اساس بين نموذج بلوخ وسمر فيلد ذلك هو أن طول المسار الحر الذي يسلكه الالكترون يحدد فقط بواسطة العيوب في البلورة ويكون غير محدود في البلورات المثالية . على العموم يكون طول هذا المسار أكبر بكثير من طول الثابت الشبيكي وعليه فان الالكترون سوف يمر بعدد من الذرات قبل أن يصطدم .

على اي حال . في نظرية سمر فيلد تكون مستويات الطاقة المسموحة لالكترونات التكافؤ في البلورة ذات الابعاد التي ترى بالعين المجردة قريب بعضها من البعض الاخر وتمتد من قاعدة بئر الجهد الذي تتحرك فيه الالكترونات الى الاعلى وبصورة غير محدده . أما بالنسبة للالكترونات الاخرى فان مستويات طاقتها تبقى غير متأثرة وانما تمثل المستويات الذرية العادية . هذا الحال هو واحد لكل الذرات وعليه فان هناك (N) من المستويات اذا وجد N من الذرات في البلورة انظر الشكل (4 - 7) . أما في حالة وجود جهد



الشكل (4 - 7) مستويات الطاقة المسموحة لامتداد سبريلد للمعادن (طاقة الصفر اعتمدت كطاقة الكترون تكافوي حر بطاقة حركية تساوي صفر) .

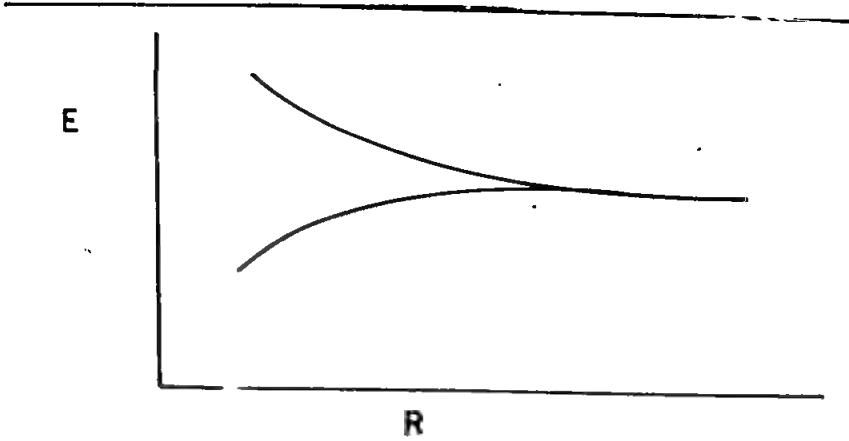
دوري (نظرية ولسون) فإن مستويات الطاقة المسموحة سوف تقتصر على حزم طاقة معينة تفصل بينها مناطق تدعى بمناطق الطاقة الممنوعة . تكون حزم الطاقة المسموحة للالكترونات الداخلية ضيقة جداً وتكافئ المستويات الذرية اما بالنسبة للالكترونات التكافؤ فان هذه الحزم تكون عريضة الى حد كبير . الشكل (5 - 7) يوضح ترتيب مستويات الطاقة في هذه الحزم . كل حزمة تتكون من عدد كبير من المستويات المتراصة والمنفصلة عن بعضها . ولاسباب عديدة يمكن اعتبار الحزمة مستمرة . عندما يراد تعيين مواقع الالكترونات على هذه المستويات فيجب أن نتذكر أن أياً من هذه الالكترونات له صفات متفردة وكذلك ان هناك عدداً محدوداً من هذه الالكترونات وكما هو عليه الحال في الذرات الثقيلة نجد أن المستويات الداخلية تكون مملوءة وبهذا فان كل المستويات في الحزم السفلى المسموحة تكون مملوءة اما حزم الطاقة العليا المسموحة فانها اما تكون مملوءة تماماً أو تكون مملوءة جزئياً بالالكترونات .



محسب يوسف الدويش

الشكل (5-7) مستويات الطاقة المسموحة للشبكة البلورية

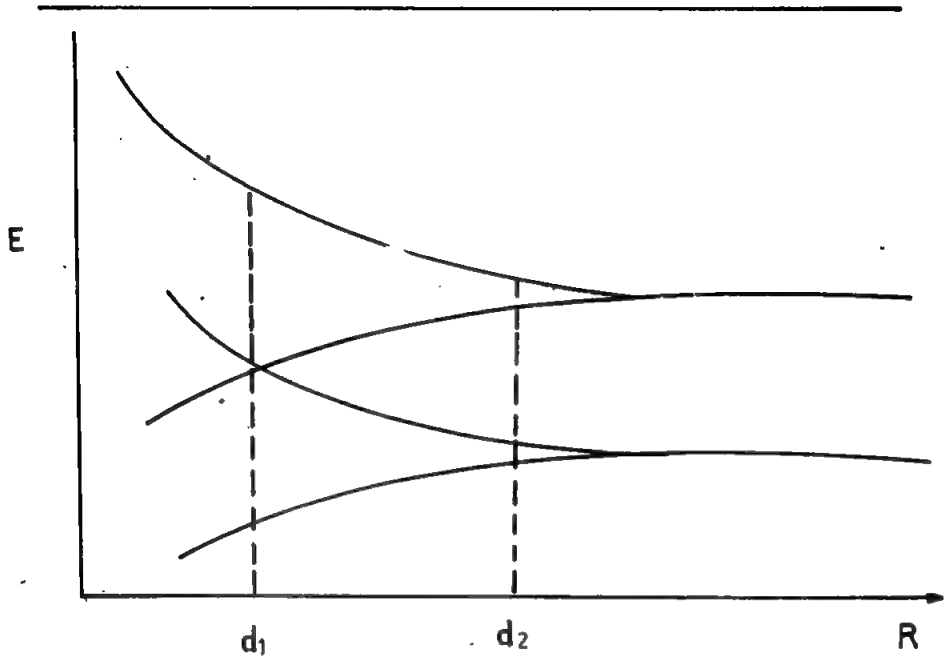
بالامكان الوصول الى صورة حزمة الطاقة بطريقة أخرى . افترض أن لدينا ذرتين بعيدتين عن بعضهما وتحتوي كل منهما على مستوى طاقة واحد . المستويات المسموحة لهذا النظام يتكون من مستوى منفرد ولكنه مكرر ، أي ان كل الكترون في أي من الذرتين سوف يمتلك نفس الطاقة بالضبط . اذا افترضنا الان أن مثل هاتين الذرتين اقتربتا من بعضهما فان هذا المستوى سوف ينشطر الى مستويين وذلك نتيجة التفاعل بين الذرتين ويزداد هذا الانشطار كلما اقتربت الذرتان من بعضهما (الشكل 6 - 7) . فاذا كان لدينا الان N من الذرات كما هو عليه الحال في البلورة ، وافترضنا أن البلورة



الشكل (6 - 7) انشطار مستوى الطاقة بسبب تفاعل ذرتين

أمتدت بحيث أن ثابت الشبكة أصبح كبيراً فإن مستويات الطاقة آنذاك سوف تكون هي نفسها المستويات الذرية ، وحيث أن كل ذرة تمتلك مستوى طاقة خاص بها فإنا نتوقع وجود N من المستويات لهذه البلورة تحتوي على الإلكترونات ذات الطاقات المتماثلة . اما إذا ما قللنا المسافات بين الذرات فإن كل مستوى من هذه المستويات سوف ينشطر إلى N من المستويات المنفصلة تحت تأثير الذرات على بعضها البعض الآخر لذا فإنه يتكون لدينا حزمة من الطاقة تتكون من N من المستويات المنفصلة بدلاً من مستوى واحد منفرد متكرر في كل ذرة انظر الشكل (7 - 7) تكون المستويات الداخلية متقاربة جداً وذلك لان تأثير الذرات على بعضها الآخر يكون صغيراً جداً مقارنة مع قوة التجاذب بين الإلكترونات الواقعة في هذه المستويات والنواة . من جهة أخرى فإن انشطار المستويات العائدة إلى الإلكترونات التكافؤ يكون كبيراً وفي الحقيقة فإن المستويات المتجاورة تتداخل فيما بينها (الشكل 7 - 7) . في هذه الحالة تكون طاقة الإلكترونات مستمرة . اما عندما تكون حزم الطاقة غير متداخلة فإن المسافات الفاصلة بين هذه الحزم تمثل الطاقات الممنوعة للإلكترونات وتدعى بحزم الطاقة الممنوعة

لنأخذ الحالة عندما لا يكون هناك تداخل بين الحزم علينا أن نقرر الآن كيف ننسب الإلكترونات المتعددة إلى هذه الحزم طبقاً لمبدأ الانفراد لباولي . بإمكاننا وضع الإلكترونين لكل مستوى أحد الإلكترونين ذو برقم $1/2 +$ والاخر ذو برقم $1/2 -$. خذ حالة



الشكل (7-7) حزم الطاقة في البلورة كدالة لبعـد الشبكة

الالكترونات الداخلية ، كل ذرة تحتوي على الكترونين في هذا المستوى لذا فان هناك من الالكترونات . يلزم تعيين مواقعهما في الحزمة . هذا العدد $2N$ يملأ تماما الحزمة ذات الـ N مستوى ، ذلك لان كل الكترونين يحتلان مستوى واحداً وعليه فان الحزم المكافئة للمستويات الذرية التي تحتوي كل منها على زوج من الالكترونات ذات البرمين المتعاكسين تكون مملوءة تماما . مره أخرى تكون الحزم المكافئة للقشرات المغلقة أي تلك القشرات الذرية التي تحتوي على اعداد كاملة من الالكترونات . مملوءة هي الاخرى تماماً بينما نرى أن الحزم العائدة الى القشرات الخارجية أو الالكترونات التكافؤ تكون مملوءة جزئياً ولحالات التهيج الذري هناك حزم طاقة عليا تكون فارغة بصورة عامة .

بامكاننا الان ان نرى لماذا لا تشارك الالكترونات في الحزم الداخلية في عملية التوصيل الكهربائي حيث يلزمها امتلاك الطاقة الكافية (من مجال كهربائي مثلا) . اي يجب ان ترفع الى مستوى اعلى . فاذا كانت كل المستويات في الحزمة مشغولة فان هذا الانتقال لايمكن حدوثه ما لم يثار الالكترون الى الحزم الاعلى حيث توجد اماكن فارغة وحيث ان احتمالية حدوث مثل هذا الانتقال قليلة جدا نظرا لما يلزم الالكترون من

طاقة كبيرة لذا فاننا نجد ان هذه الالكترونات لايمكنها المساهمة في التوصيل الكهربائي الا في حالة وجود مستوى فارغ مجاور يمكن ان تنتقل اليه وبهذا فان الحزم المملوءة لا تساهم في التوصيل الكهربائي على الرغم من ان بلوخ قد اوضح ان الالكترونات هي حرة في التحرك خلال البلورة الخالية من العيوب مما جاء اعلاه يتضح لنا ان الخواص الكهربائية للمواد الصلبة تتحدد على ضوء تركيب حزم طاقاتها ومدى انشغالها بالالكترونات ويمكن فهم ذلك بالرجوع الى البند (2 - 6) لتوضيح الفروق الاساسية بين التوصيل الكهربائي لكل من الصوديوم والماس والسليكون .

3 - 7 اشباه الموصلات الذاتية : -

سبق ان ذكرنا ان الاختلاف في خواص اشباه الموصلات النقية والعوازل يعود الى الفرق في مقدار عرض طاقة الفجوة (E_g) . كذلك رأينا ان في اشباه الموصلات الذاتية (Intrinsic Semiconductor) تدعى اشباه الموصلات النقية باشباه الموصلات الذاتية) والعوازل وعند درجة حرارة الصفر المطلق تكون حزمة التكافؤ مملوءة تماما بينما تكون حزمة التوصيل فارغة تماما . لكن اذا رفعت حرارة المادة الى اكثر من درجة حرارة الصفر المطلق ، فان عدداً معيناً من الالكترونات في قمة الحزمة المكافئة يمكن ان تثار حرارياً وتنتقل الى حزمة التوصيل . هذه الالكترونات التي وصلت الى حزمة التوصيل ستملأ هذه الحزمة جزئياً وستكون جاهزة للتوصيل عند تسليط المجال الكهربائي . اما حزمة التكافؤ التي كانت مملوءة تماماً عند درجة الصفر المطلق فانها تصبح مملوءة جزئياً حيث تتولد فجوات عند قمة هذه الحزمة . ان وجود مثل هذه الحالات الخالية (تدعى بالفجوات) في حزمة التكافؤ يؤدي الى التوصيلية الكهربائية ، حيث ان الالكترونات في هذه الحزمة سيكون باستطاعتها الانتقال الى هذه الفجوات عند تسليط المجال الكهربائي وبهذا فانها تكتسب سرعة تدعى بسرعة الانسياب (drift velocity) . لحساب التوصيلية الكهربائية لهذه المواد عند درجة حرارة معينة وبوجود مجال كهربائي فان الالكترونات سوف تنساق باتجاه معاكس الى اتجاه المجال وتحمل صافي تيار كهربائي . فاذا كان n هو عدد الالكترونات الحرة لوحدة الحجم و $\langle v_e \rangle$ هو معدل سرعة الانسياب لهذه الالكترونات نجد ان كثافة التيار في حزمة التوصيل هي

$$J_e = ne \langle v_e \rangle$$

$$\dots (7-1)$$

لنلاحظ ان J_e هي موجبة ذلك لان كلا من $e, \langle V_e \rangle$ و $e, \langle V_h \rangle$ هما سالبتان . على
الاساس نفسه فان كثافة التيار J_h بسبب من حركة الفجوات في حزمة التكافؤ يمكن
ان تكتب بدلالة معدل سرعة الانسياب $\langle V_h \rangle$. ذلك هو

$$J_h = p e V_h \quad \dots (7-2)$$

حيث يمثل p عدد الفجوات الموجبة في حزمة التكافؤ . وبما ان معدل السرعة
لكل من الفجوات والالكترونات يرتبط مع المجال الكهربائي المسلط بمعادلة التحركية
(mobility) ، ذلك هو ان

$$\langle V_h \rangle = \mu_h \varepsilon \quad \dots (7-3)$$

$$\langle V_e \rangle = \mu_e \varepsilon$$

لذا فان المعادلتين (7-1) ، (7-2) بعد التعويض عن $\langle V_e \rangle , \langle V_h \rangle$
فيهما ، تصبحان

$$J_e = n e \mu_e \varepsilon \quad \dots (7-5)$$

$$J_h = p e \mu_h \varepsilon \quad \dots (7-6)$$

وبما ان كثافة التيار الكلي (J) في شبه الموصل تساوي المجموع الكلي لكثافة
التيار العائد الى كل من الالكترونات والفجوات . لذا فان J سوف تكون :

$$J = J_e + J_h = (n e \mu_e + p e \mu_h) \varepsilon \quad \dots (7-7)$$

وعند مقارنة المعادلة اعلاه بقانون اوم :

$$J = \sigma \varepsilon \quad \dots (7-8)$$

نحصل على

$$\sigma = (n e \mu_e + p e \mu_h) \quad \dots (7-9)$$

المعادلة اعلاه تمثل معادلة التوصيلية الكهربائية الكلية لشبه الموصل . في حالة شبه
الموصل الذاتي فان $n = p$ وان المعادلة (7-9) تصبح

$$\sigma = n e (\mu_e + \mu_h) \quad \dots (7-10)$$

4 - 7 تركيز الحاملات في اشباه الموصلات الذاتية : -

تشير المعادلة (10 - 7) الى ان التوصلية الكهربائية لاشباه الموصلات الذاتية - أوفي كل اشباه الموصلات - تعتمد على عدد كل من الفجوات والالكترونات لوحدة الحجم في حزمي التكافؤ والتوصيل على التوالي وكذلك على حركية هذه الحاملات للتيار . سنقوم الآن بحساب عدد الالكترونات n في حزمة التوصيل ولكن قبل ان نناقش مشكلة حساب هذا العدد احصائياً ، سنفترض نموذجاً مبسطاً لتمثيل شبه الموصل الذاتي . هذا النموذج سيساعدنا على تقدير موقع مستوى فيرمي (Fermi level) في التركيب الحزمي لشبه الموصل والذي سيعطينا بدوره فكرة مقربة عن عدد الالكترونات في حزمة التوصيل .

a - النموذج المبسط : -

في الشكل (8 - 7) ، نفترض ان عرض كل من حزمي التوصيل والتكافؤ صغير مقارنة مع عرض فجوة الطاقة الممنوعة . كذلك نفترض ان كل الالكترونات في حزمة التوصيل تمتلك الطاقة E_c نفسها وان كل الالكترونات حزمة التكافؤ تمتلك الطاقة E_v نفسها فاذا اعتبرنا ان n تمثل عدد الالكترونات في حزمة التكافؤ عند درجة حرارة الصفر المطلق ، فان n هذه عند اي درجة حرارة اعلى من درجة حرارة الصفر المطلق سوف تساوي عدد الالكترونات المثارة حرارياً والمنقلة الى حزمة التوصيل n_c زائداً عدد الالكترونات المتبقية في حزمة التكافؤ n_v ، ذلك هو :

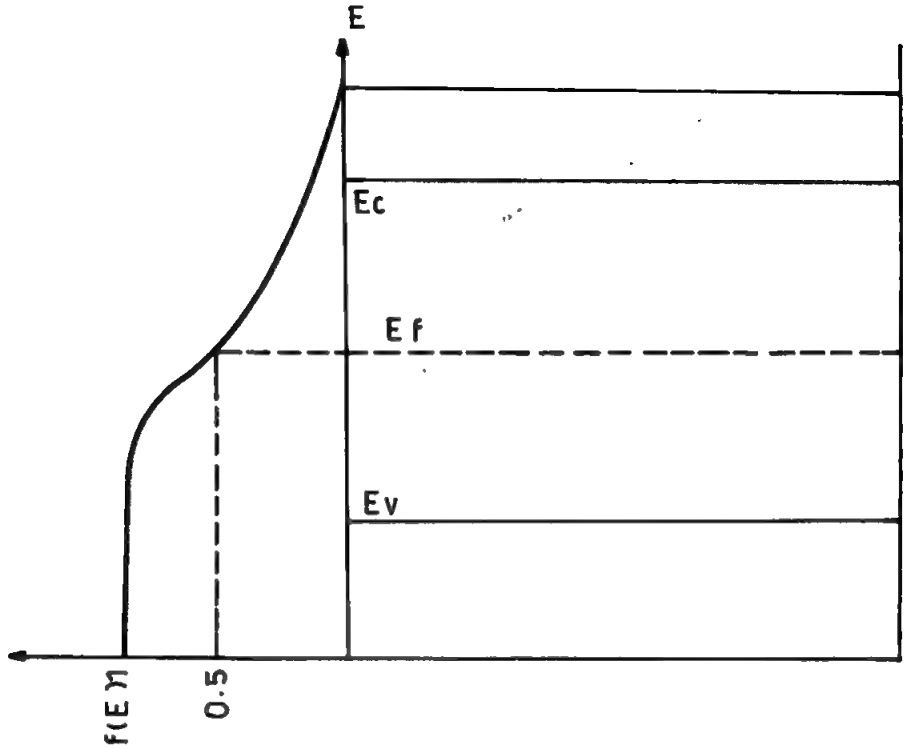
$$n = n_c + n_v \quad \dots (7-11)$$

وبهذا فان عدد الالكترونات في حزمة التوصيل سوف يكون

$$n_c = n f(E_c) \quad \dots (7-12)$$

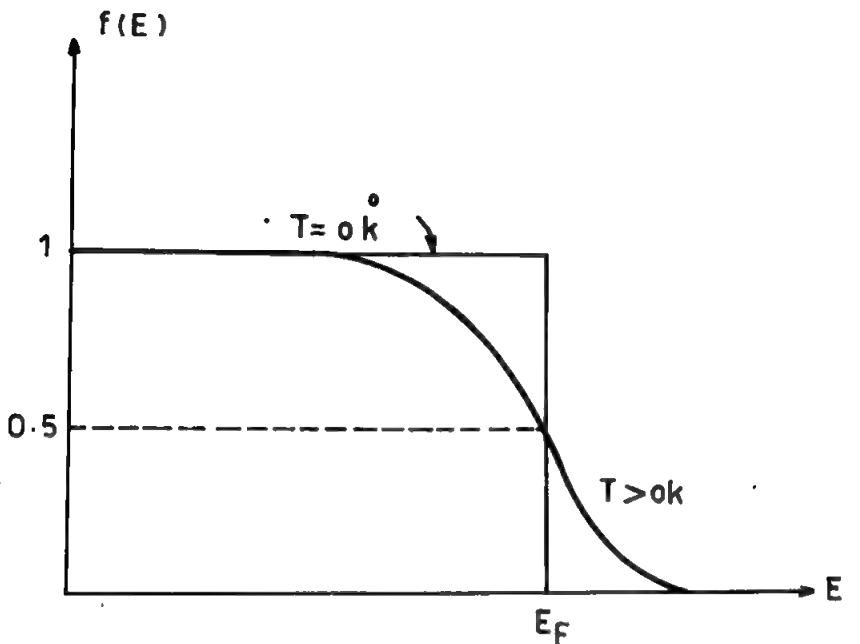
حيث تمثل $f(E_c)$ مقدار الاحتمالية التي يمتلكها الالكترون ليحتل مستوى الطاقة E_c في حزمة الطاقة
وتدعى الدالة $f(E)$ بدلالة توزيع فيرمي - ديراك ويمكن حسابها من

$$f(E) = (e^{(E - E_F)/k_B T} + 1)^{-1} \quad \dots (7-13)$$



الشكل (7-8) مخطط حزم الطاقة لاشباه الموصلات

حيث تمثل E_F طاقة فيرمي ، K_B ثابت بولتزمان و T درجة الحرارة المطلقة الشكل (7-9) يمثل الدالة $f(E)$. يلاحظ من الشكل انه عند $T = 0$ فان $f(E)$ تساوي واحد لكل الطاقات $E = E_F$ بينما تساوي صفرا لكل الطاقات $E > E_F$. وبهذا فان جميع الحالات التي تقل طاقاتها من E_F تكون مملوءة بينما تكون جميع الحالات التي تزيد طاقاتها عن E_F شاغرة . كذلك يلاحظ انه عند ارتفاع درجة الحرارة فان دالة التوزيع تبدأ بالاستدارة وتمتد وراء E_F والذي يعني ان الحالات التي تقع عند $K_B T$ وتقل طاقاتها عن E_F سوف تكون هذه المرة شاغرة جزئيا بينما تكون الحالات عند $K_B T$ والتي طاقاتها اكبر من E_F مملوءة جزئياً . على اية حال عندما تكون $E = E_F$ فان $f(E) = 1/2$ بغض النظر عن درجة الحرارة ، ذلك هو ، ان احتمالية احتلال مستوى فيرمي هي دائما تساوي



الشكل (9-7) دالة التوزيع $f(E)$

النصف ، وعليه فإن مستوى طاقة فيرمي أو مستوى فيرمي هو ذلك المستوى الذي تكون احتمالية احتلاله بواسطة أي إلكترون عند $T > 0$ هي $\frac{1}{2}$ وبالتعويض عن $f(E_c)$ في المعادلة (12-7) نحصل على

$$n_c = \frac{n}{[\exp(E_c - E_F)/K_B T] + 1} \quad \dots (7-14)$$

وبنفس الطريقة يمكن كتابة

$$n_v = \frac{n}{[\exp(E_F - E_v)/K_B T] + 1} \quad \dots (7-15)$$

وحيث أن $n = n_c + n_v$ عليه فإن

$$n = n[\exp(E_c - E_F)/K_B T + 1]^{-1} + n[\exp(E_F - E_v)/K_B T + 1]^{-1} \quad \dots (7-16)$$

$$1 = [\exp(E_c - E_F)/K_B T + 1]^{-1} + [\exp(E_v - E_F)/K_B T + 1]^{-1} \quad \dots (7-17)$$

وبعد التبسيط نحصل على

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} \quad \dots (7-18)$$

تشير المعادلة (7-18) الى ان مستوى طاقة فيرمي E_F في هذا النموذج المبسط تقع في منتصف المسافة بين حزمتي التكافؤ والتوصيل وان موقعها لا يعتمد على درجة الحرارة .

في اشباه الموصلات الذاتية والعوازل يتراوح عرض طاقة الفجوة ما بين 10-0.1 إلكترون - فولت وحيث ان $\frac{1}{40} = K_B T$ إلكترون - فولت عند درجة حرارة الغرفة ، لذا فان $E_c - E_F \gg K_B T$ وبهذا فان

$$\exp\left(\frac{E_c - E_F}{K_B T}\right) \gg 1 \quad \dots (7-19)$$

وبالتعويض عن هذه الحالة في المعادلة (7-14) نجد ان

$$n_c = n \exp\left(\frac{E_F - E_c}{K_B T}\right) \quad \dots (7-20)$$

اوبعد التعويض عن E_F في المعادلة (7-15) نحصل على

$$n_c = n \exp\left(\frac{E_v - E_c}{2K_B T}\right) = n e^{-E_g / 2K_B T} \quad \dots (7-21)$$

حيث $E_c - E_v = E_g$

تشير المعادلة (7-21) الى ان عدد الالكترونات في حزمة التوصيل يتناسب مع $e^{-E_g / 2K_B T}$ وعليه فان تركيز الحاملات سوف يزداد بازدياد درجة حرارة المادة . من جهة أخرى نجد ان هذا العدد يتناقص مع ازدياد طاقة الفجوة E_g عند الدرجة الحرارية T . وهذا ما يوضح سبب وجود عدد من الالكترونات في حزمة التوصيل للعوازل اقل ما هو موجود في نفس الحزمة لاشباه الموصلات

بعد ان اخذنا فكرة تقريبية عن موقع مستوى - فيرمي وكذلك عن العوامل التي يعتمد عليها تركيز الحاملات في الحزم ، سنحاول الان ان نحسب عدد الالكترونات والفجوات بطريقة اكثر دقة .

b- النموذج الحقيقي :-

يمكن حساب عدد الالكترونات المتواجدة في مدى الطاقة $E, E + dE$ من المعادلة

$$dn = D(E) f(E) dE \quad \dots (7-22)$$

حيث تمثل $D(E) dE$ كثافة الحالات في مدى الطاقة $E, E + dE$ واما $f(E)$ فتمثل احتمالية الاحتلال لمستوى الطاقة E . وحيث ان الحالات في حزمة التوصيل لا تمتلك الطاقة نفسها وانما تأخذ القيمة E_c عند قاعدة هذه الحزمة وتزداد هذه الطاقة صعودا عند الاتجاه الى قمة هذه الحزمة انظر الشكل (8-7) ، لذا فانه يجب عند حساب عدد الالكترونات في حزمة التوصيل ، ان نكامل المعادلة (7-22) وان حدود التكامل هي من E_c الى قيمة الطاقة المكافئة لطاقة الحالة التي تقع عند قمة الحزمة . ذلك هو ان

$$n = \int_{E_c}^{top} D(E) f(E) dE \quad \dots (7-23)$$

وعند التعويض عن قيمة $D(E)$ من المعادلة (22-5) نجد ان كثافة الحالات للالكترون الحر هي

$$D(E) dE = 2 \times \frac{4\pi}{h^3} m^{3/2} (2E)^{1/2} dE \quad \dots (7-24)$$

ومع كون الالكترون في حزمة التوصيل ليس حرا الا انه يمكن ان يعامل كالالكترون حر عندما تستبدل كتلته بالكتلة الفعلية $m^* = \hbar^2 / (d^2 E / dk^2)$. عليه فان كثافة الحالات للالكترونات في حزمة التوصيل هي

$$D(E) dE = 2 \left(\frac{4\pi}{h^3} \right) (2E)^{1/2} m_e^{*3/2} dE \quad (7-25)$$

الآن اذا اعتبرنا ان الطاقة الدنيا للالكترون هي E_c فان كثافة الحالات سوف تكون

$$D(E) dE = 2 \left(\frac{4\pi}{h^3} \right) 2^{1/2} (m_e^*)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} dE \quad \dots (7-26)$$

وبهذا فان

$$dn = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{[\exp((E - E_F)/K_B T) + 1]} \quad \dots (7-27)$$

وعند التكامل نحصل على

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{[\exp((E - E_F)/K_B T) + 1]} \quad \dots (7-28)$$

بلاحظ ان الحد الاعلى للتكامل في المعادلة (7-28) قد استبدل بـ ∞ في المعادلة اعلاه وذلك لغرض السهولة في الحل .

وبما ان الحد الادنى لـ $E - E_F$ في المعادلة (7-28) هو $E_c - E_F$ وكذلك $E - E_F \geq K_B T$ والذي يعني ان $(E - E_F)/K_B T > > 1$ ، لذا فان

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{1/2} \exp \left(-\frac{E_F - E}{K_B T} \right) dE \quad \dots (7-29)$$

لحل التكامل اعلاه ضع $E = E_c + x$
وعند التعويض نجد أن

$$n_c = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_F - E_c}{K_B T} \right) \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x/K_B T} dx \quad \dots (7-30)$$

وحيث ان

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x/K_B T} dx = (K_B T)^{3/2} \frac{\pi}{2} \quad \dots (7-31)$$

عليه فان

$$n_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_i - E_c}{K_B T} \right) \quad \dots (7-32)$$

وباتباع الطريقة اعلاه يمكن حساب عدد الفجوات في حزمة التكافؤ ولكن مع الاخذ بنظر الاعتبار النقاط التالية :

a- ان احتمالية عدم احتلال مستوى الطاقة E_c حزمة التكافؤ هي

$$dp = D(E) (1 - f(E)) dE \quad \text{فان هذا (1 - f(E))}$$

b- كون $E - E_i > E_F$ يعني ان $\exp \left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) < 1$

c- حدود التكامل هي من $-\infty$ الى E_i وبهذا سنجد ان عدد الفجوات P في حزمة التكافؤ هي :

$$P = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_i - E_F}{K_B T} \right) \quad \dots (7-33)$$

وحيث ان عدد الفجوات في أشباه الموصلات الذاتية تساوي عدد الالكترونات $n_c = p = n$ لذا فان

$$2 \left(\frac{2\pi m_e^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_i - E_c}{K_B T} \right) = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_v - E_i}{K_B T} \right) \quad \dots (7-34)$$

وبعد التبسيط نجد ان

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} K_B T \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right) \quad \dots (7-35)$$

من المعادلة (35 - 7) يمكن استنتاج ما يلي :
 1 - إذا كانت $m_h^* = m_e^*$ فإن $\ln 1$ يساوي صفراً وبهذا فإننا نحصل على

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2}$$

وهي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها باستخدام النموذج المبسط . ان هذا يعني أن النموذج المبسط يمتلك قدراً كبيراً من الصحة بالرغم من افتراضنا طاقة واحدة لكل الالكترونات في حزمة التوصيل

2 - إذا كانت $m_h^* \neq m_e^*$ فإن هذا يعني أن طاقة فيرمي هي دالة لدرجة الحرارة . على العموم تكون $m_h^* > m_e^*$ وبهذا فإن مستوى فيرمي يرتفع عن موقعه قليلاً بارتفاع درجة الحرارة (في المنتصف من فجوة الطاقة) من المعادلتين (32 - 7) ، (35 - 7) نجد أن

$$n = 2 \left(\frac{2\pi K_B T}{h^2} \right) (m_e^* m_h^*)^{3/4} \exp \left(- \frac{E_V - E_C}{K_B T} \right) \quad \dots (7-36)$$

وعند وضع $n_i = n = p$ حيث n_i يدعى تركيز الحاملات الذاتية ، نجد ان

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi K_B T}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2K_B T} \quad \dots (7-37)$$

حيث تمثل E_g طاقة الفجوة

وعند التعويض عن n_i من المعادلة اعلاه في المعادلة (10 - 7) نجد أن التوصيلية الكهربائية σ_i تساوي

$$\sigma_i = 2e \left(\frac{2\pi K_B T}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2K_B T} (\mu_e + \mu_h) \quad \dots (7-38)$$

المعادلة (38 - 7) تشير الى ان التوصيلية الكهربائية لاشباه الموصلات الذاتية عند درجة حرارة معينة تعتمد بصورة اسية سالبة على طاقة الفجوة E_g وكذلك على تحركية كل من الالكترونات والفجوات . ان مقدار التحركية في اشباه الموصلات النقية يحدد بواسطة

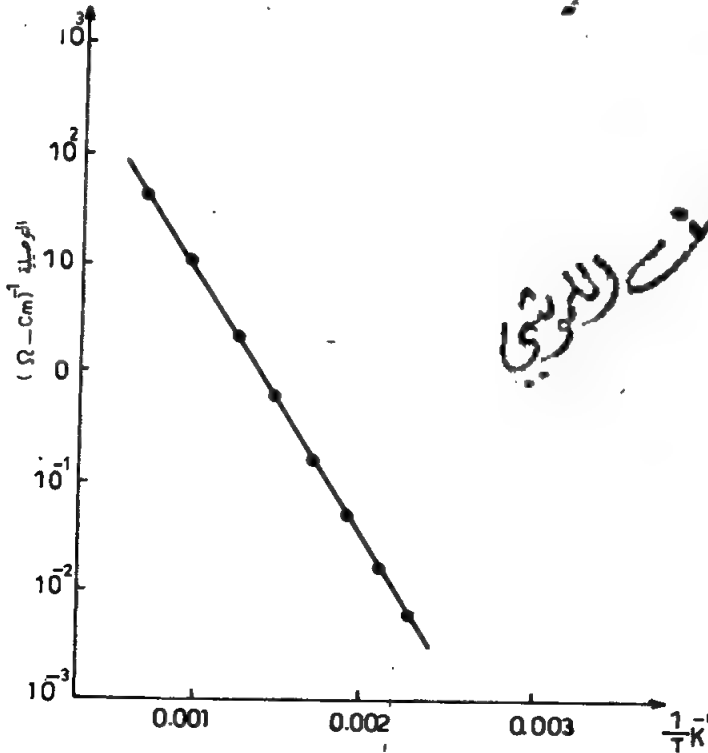
التفاعل بين الإلكترونات وموجات الشبكة أو الفونونات ويعتمد بصورة عامة على $T^{-3/2}$.
 عليه فانه يصبح بالإمكان كتابة المعادلة (7 - 38) بالصورة التالية :

$$\sigma_i = A e^{-E_g / 2K_B T} \quad \dots (7-39)$$

حيث A هو ثابت . عند أخذ اللوغاريتم لكلا طرفي المعادلة (7 - 39) نحصل على

$$\ln \sigma_i = \ln A - E_g / 2K_B T \quad \dots (7-40)$$

المعادلة (7 - 40) تعطينا الطريقة لحساب طاقة الفجوة في المواد النقية . ان قياس التوصيلية الذاتية في المواد عند مختلف درجات الحرارة ساعدنا على رسم النتائج على ورقة نصف لوغاريتمية . ان انحدار الخط الناتج سوف يكون $E_g / 2K_B$ ، وعليه يمكن حساب طاقة الفجوة - الشكل (7 - 10) .



الشكل (7 - 10) تغير التوصيلية مع درجة الحرارة (لمادة شبه موصلة)

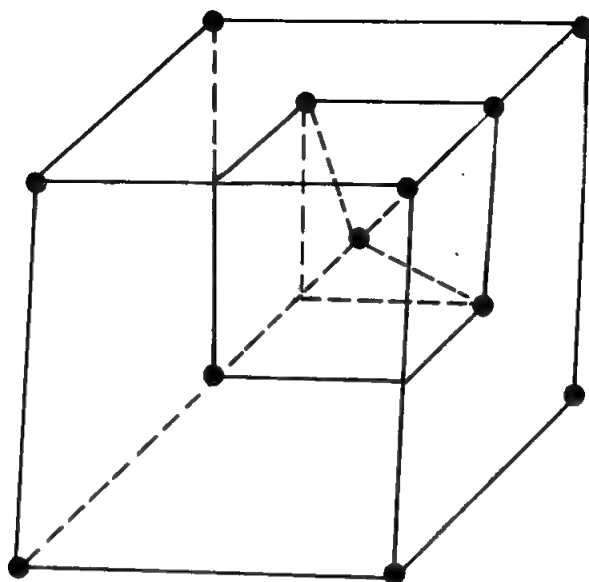
5-7 اشباه الموصلات المطعمة :

تحتوي اشباه الموصلات الذاتية على اعداد متساوية من الالكترونات والفجوات كذلك فان عدد هذه الحاملات يكون قليلاً جداً عند درجات الحرارة الاعتيادية الامر الذي يعني ان التوصلية الكهربائية لهذه المواد تكون ضعيفة جداً عند مثل هذه الدرجات الحرارية مما يلزم تسليط مجال كهربائي قوي جداً على هذه المواد للحصول على تيار محسوس . في معظم التطبيقات العملية ، نحتاج الى مواد شبه موصلة تحتوي على نوع واحد من الحاملات للتيار . ان الحصول على مثل هذه النماذج يتم عادة بواسطة حقن المادة شبه الموصلة بالشوائب المناسبة وتسمى هذه العملية بالتطعيم (dopping)

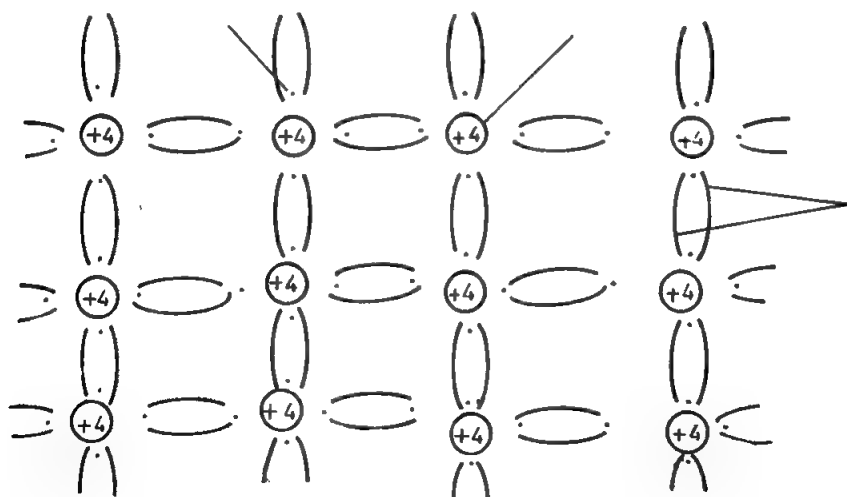
أن تأثير الخواص الكهربائية لاشباه الموصلات باضافة بعض الشوائب ، يكون كبيراً فمثلاً اضافة البورون الى السليكون بنسبة 1 ذرة بورون 10^5 ذرة سليكون سيرفع التوصلية الكهربائية للسليكون النقي بعامل يبلغ 10^3 اضعاف عند درجة حرارة الغرفة . أن السبب وراء هذه الزيادة في التوصلية الكهربائية يعود الى الزيادة في تركيز حاملات التيار فيما يلي . سنبحث على وجه الخصوص تأثير الشوائب في السليكون والجرمانيوم :-

يتبلور هذان العنصران بصورة تركيب الماسي الشكل (11-7) . حيث تكون لكل ذرة اربعة الكترونات تكافؤ . وترتبط مع الذرات الاربعة المجاورة باربعة اواصر تحتوي كل منها على الكترونين تدعى بالاواصر التساهمية . الشكل (12-7) يوضح الاواصر التساهمية في الجرمانيوم النقي . واذا استعصنا عن ذرة عادية من ذرات الشبكة بذرة شائبة خماسية التكافؤ . كالفسفور . الزرنيخ . أو الانتيوموت . فسوف يبقى الكترون تكافؤ من الذرة الشائبة الخماسية بعد تكوين الاواصر التساهمية الاربعة مع أقرب الجارات . أي بعد ابواء الذرة الشائبة في التركيب بأقل مايمكن

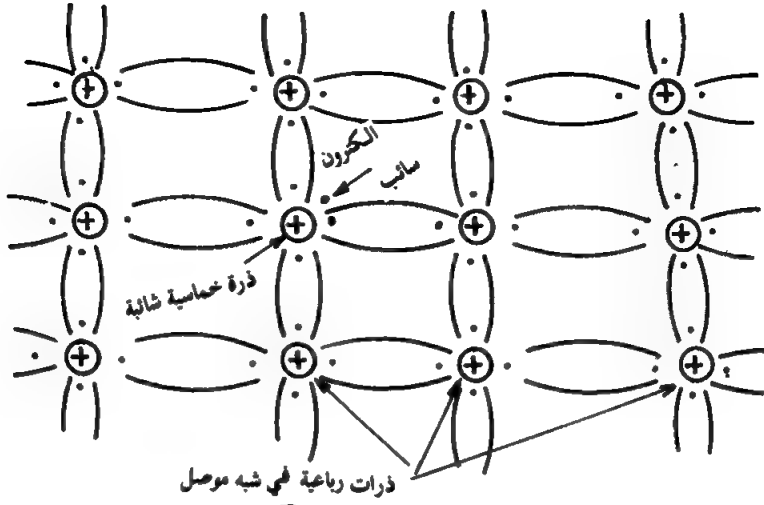
من التشوية . والمحقق من دراسة ثابت الشبكة ومن تعيين كثافة الناقلات أن الشوائب الخماسية التكافؤ تدخل الشبكة بالتعويض مكان الذرات المعتادة لا بالجوء الى الى المواضع الواقعة بين الذرات ويوضح الشكل (13-7) أن التركيب الجديد قد اصبح يحتوي على شحنة موجبة زائدة نتجت من ذرة الشائب التي فقدت الكترون . كما اصبح لدينا أيضاً هذا الالكترون الزائد . أن ذرات الشوائب التي تتأين لتعطي الكترون تسمى ما نحات (Donors) وكذلك فان اشباه الموصلات التي تحتوي على هذا النوع من الذرات الشائبة تدعى بالمواد من النوع - n . ان الالكترونات الزائدة في الذرة الشائبة الخماسية يكون مرتبطاً الى نواة هذه الذرة عند درجات الحرارة الواطئة . ويمكن بسهولة



الشكل (7-11) تركيب الماس



الشكل (7-12) الاواصر التساهمية في الجرمانيوم النقي



الشكل (13-7) مادة شبه موصلة من نوع n

حساب طاقة الربط لذرة مانحة باستخدام نظرية بور لذرة الهيدروجين ولكن مع مراعاة تأثير ثابت العازل للوسط وكذلك مراعاة الكتلة الفعلية للإلكترون في الجهد الدوري للبلورة . ان السبب الكامن وراء التعديل هو ان الإلكترون الزائد سوف يتحرك في مجال الجهد الكهروستاتيكي (e/ϵ) لايون الشائب . حيث تمثل ϵ ثابت العازل للوسط وتساوي $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ بدلا من e/ϵ_0 . وان ادخال العامل $\frac{1}{\epsilon_r}$ في الحساب هو ضروري وذلك للتعبير عن الانخفاض في القوة الكهروستاتيكية والناشئ بسبب من الاستقطاب الإلكتروني للوسط . أن هذا الحساب صحيح للمدركات الكبيرة بالقياس الى المسافة بين الذرات ، وللسرع الإلكترونية البطيئة الى يكون فيها الزمن اللازم للمرور بذرة طويلاً بالقياس الى زمن الدورة للإلكترونات الداخلية المربوطة بالذرة . وتتحقق هذه الشروط في الإلكترون الزائد في ذرات الفسفور والزرنيخ الموجودة كشوائب داخل الجرمانيوم أو السيليكون والخلاصة اننا لانحتاج الا الى وضع e^2/ϵ بدلا من e^2/ϵ_0 ووضع m^* بدلا من m في النتائج المعروفة لنظرية بور طبقاً لهذه النظرية نجد ان معادلة الحركة للإلكترون يدور في مدار دائري حول النواة هي :

$$\frac{m^* v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \quad \dots (7-41)$$

حيث ϵ_r ثابت العازل النسبي للمادة ، الشبه الموصلة . كذلك فانه لدينا من نظرية بور ان الزخم الزاوي هو مكمم . اي ان

$$m^*vr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar \quad \dots (7-42)$$

وحيث ان الطاقة الكلية للالكترون هي

$$E = K.E + P.E \quad \dots (7-43)$$

الطاقة الكلية = الطاقة الحركية + الطاقة الكامنة

$$P.E = \int_x^r \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} dr = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r} \quad \dots (7-44)$$

$$K.E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r r} \quad \dots (7-45)$$

$$\therefore E = - \frac{m^*e^4}{8\epsilon_0^2\epsilon_r^2n^2h^2} \quad \dots (7-46)$$

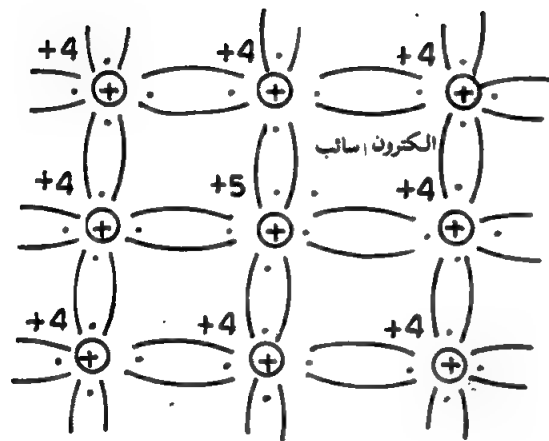
يدخل ثابت العازل في معادلة الطاقة اعلاه ككمية مربعة في حين ان الكتلة الفعلية تدخل فقط بالاس الاول وهي نتائج بور نفسها مع كتابة m^* بدلا من m و $\frac{e^2}{\epsilon_r}$ بدلا من e^2 . ويمكننا الحصول على فكرة عامة عن مناسب الشوائب باستعمال قيمة متوسطة للكتل الفعلية ، سناخذ $m^* = 0.12m$ للالكترونات في الجرمانيوم و $m^* = 0.25m$ للالكترونات في السيليكون . كذلك سناخذ قيمة ثابت العازل 15.8 للجرمانيوم و 11.7 للسيليكون وتطبق هذه القيم بدقة عالية ابتداءً من الترددات المنخفضة الى الترددات العالية المناظرة لفجوة الطاقة .

ان جهد التاين لذرة الهيدروجين الحر هو 13.6 الكترون فولت . وهو مناظر استخدام المعادلة (7-46) مع وضع $n = 1, m^* = m, \epsilon_r = 1$ اما في الجرمانيوم فجهد التاين بموجب النموذج الراهن ينبغي تقصه بالنسبة للهيدروجين بالعامل $0.0065 = 13.6 \times 4.8 \times 10^{-4}$ وبهذا يعطي $4.8 \times 10^{-4} = \frac{0.12}{250} = \frac{m^*}{m\epsilon^2}$

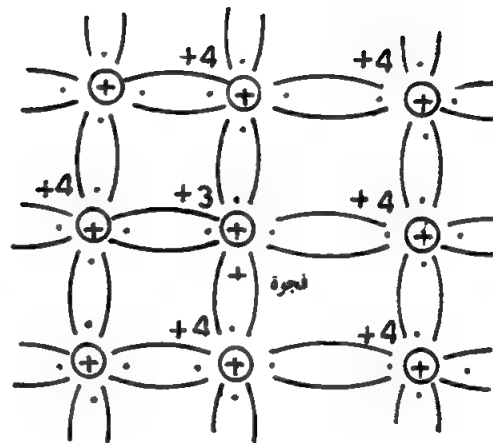
الالكترون فولت في حين ان النتيجة المناظرة في السيلكون هي 0.025 eV . لذا فان الطاقة الحرارية اللازمة لتأين الالكترونات من ذرات الشوائب الخامسة التكافؤ هي اقل بكثير من طاقة الفجوة الممنوعة في اشباه الموصلات . عليه فانه حتى عند الدرجات الحرارية الواطئة فانه يتوقع ان معظم الذرات الشائبة سوف تساهم بالالكترونات الى حزمة التوصيل ، لذا فان التوصيلية الكهربائية في المواد من النوع - n تكون اكبر بكثير من تلك في المواد النقية .

وكما يجوز ان يرتبط الالكترون بشائب خنثي التكافؤ ، فكذلك تجوز ان ترتبط الفجوة بشائب ثلاثي التكافؤ في الجرمانيوم او السيليكون . والمقارنة بين الوضعين مبينة في الشكل (14 - 7) والشوائب النموذجية الثلاثية التكافؤ هي البورون ، الألمنيوم ، الجاليوم والاندوميوم ، وتسمى هذه الشوائب بالمتقبلات (acceptors) ، لانها تتقبل الالكترونات من حزمة التكافؤ فتخلف فيه فجوات . ووجود الفجوات شبيهة من حيث المبدأ بوجود الالكترونات وان طاقات التأين للمتقبلات لا تختلف في كثير عن مثيلاتها في المانحات . ومن حيث المبدأ يمكن استخدام نموذج بور للفجوات تماماً كما في حالة الالكترونات ، مع استثناء واحد هو انه في حالة الجرمانيوم والسيليكون يوجد انطباق مداري نتيجة لوجود ثلاثة شرائط تكافؤ منطبقة في مركز نطاق بريليون ($k = 0$) وتظهر فيه ثلاث كتل فعلية للفجوات عند قيمة شريط التكافؤ ، الامر الذي يعقد الحساب النظري كثيراً .

ان طاقات التأين للمانحات والمتقبلات يمكن مقارنتها بالطاقة الحرارية $K_B T$ عند درجة حرارة الغرفة (0.026 eV -الكترون فولت) ، لذا فمن المتوقع ان نجد للتأين الحراري لذرات الشوائب المانحة والمتقبلة اهمية خاصة في التوصيل الكهربائي للجرمانيوم والسيليكون عند درجة حرارة الغرفة . فاذا كانت الذرات المانحة موجودة باعداد اكبر بكثير من اعداد المتقبلات ، فان التأين الحراري للمانحات ينشأ عنه انطلاق الالكترونات الى شريط التوصيل وتكون التوصيلية الكهربائية للعينة محكومة بالالكترونات (شحنات سالبة) فتكون المادة وكما راينا ، من نوع - n ، اما اذا كانت الغلبة للمتقبلات فان التوصيلية الكهربائية ستكون محكومة بالفجوات (شحنات موجبة المتخلفة في حزمة التكافؤ) وتكون المادة من نوع - p . في حالة غياب الشوائب ، فان الالكترونات والفجوات سوف تتواجد باعداد متساوية وتوصف المادة عندئذ بالموصل الذاتي . التركيز الذاتي للالكترونات عند درجة 300 كلفن هو 2.5×10^{13}



n-type



p-type

الشكل (7-14) شبه موصل من نوع p- ونوع n-

لكل سم³ في الجرمانيوم و $10^{10} \times 1.4$ لكل سم³ في السيليكون اما المقاومة الكهربائية النوعية الذاتية فهي 43 اوم - سم للجرمانيوم $10^5 \times 2.6$ اوم - سم للسيليكون . وبما ان اقل تركيز للشوائب امكن الحصول عليه الى الآن يبلغ مرتبة 10^{12} ذرة شوائب في السنتيمتر المكعب ، فمن الجلي انه يمكننا استخدام الجرمانيوم الذاتي في درجة حرارة الغرفة اما السيليكون فلا يمكن اعتباره ذاتيا في درجة حرارة الغرفة .

6 - 7 تركيز الحاملات في اشباه الموصلات المطعمة :

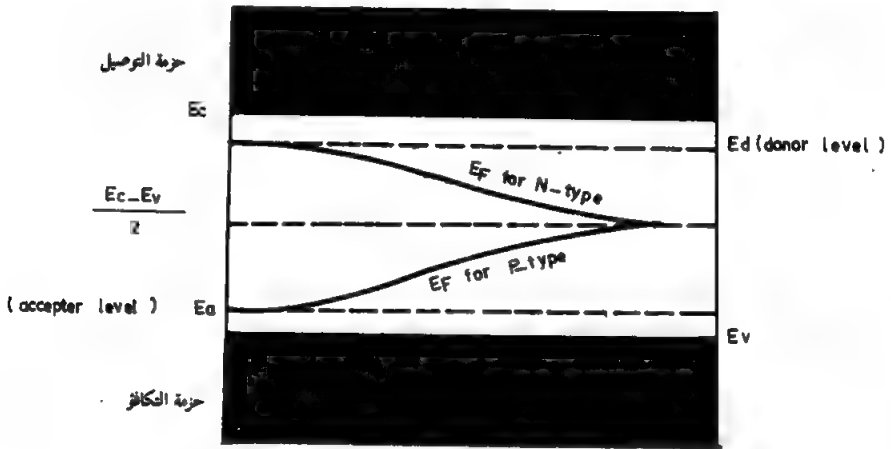
سنحاول الان ان ندرس احصائية هامة وهي تعيين التركيز للمانحات والمتقبلات المؤينة في حالة التوازن الحراري عند الدرجة T . دعنا الان ، نفرض ان لدينا شبه موصل يحتوي على كلا النوعين من الذرات المانحة والمتقبلة . عند درجة حرارة الصفر المطلق . تكون حزمة التوصيل في هذه المادة المطعمة ، كما هي الحال في المواد الذاتية ، مملوءة تماما بينما تكون حزمة التكافؤ فارغة تماما . بالاضافة الى هذا نجد ان مخطط مستويات الطاقة ، الشكل (15 - 7) ، لاشباه الموصلات الشائبة يحتوي خلافا لما هو عليه في المواد الذاتية - على مستويات الطاقة التي تمثل الحالات الكمية للالكترونات الذرات المانحة والمتقبلة . يلاحظ من الشكل ان مواقع هذه المستويات تكون قريبة من الحزمتين (التوصيل والتكافؤ) . ان السبب في ذلك هو ان مقدار الطاقة اللازمة ، كما راينا في البند السابق ، لتحرير الالكترونات من الذرات المانحة ، مثلا ، ونقلها الى حزمة التوصيل يكون صغيراً جداً بالمقارنة مع طاقة الفجوة .

عند ارتفاع درجة حرارة شبه الموصل فان الالكترونات في البداية ، تثار حراريا من مستويات الذرات المانحة الى حزمة التوصيل وكذلك من حزمة التكافؤ الى مستويات الذرات المتقبلة . الالكترونات التي غادرت توالى المستويات المانحة سوف تترك وراءها ذرات مانحة موجبة الشحنة اما الالكترونات التي تغادر حزمة التكافؤ فانها سوف تجعل الذرات المتقبلة ايونات سالبة الشحنة وتترك وراءها فجوات في حزمة التكافؤ . اما عند ارتفاع درجة الحرارة اكثر من ذلك فان الالكترونات سوف تغادر حزمة التكافؤ الى حزمة التوصيل مباشرة .

افترض ان n يمثل عدد الالكترونات لوحدة الحجم في حزمة التوصيل وكذلك p يمثل عدد الفجوات لوحدة الحجم في حزمة التكافؤ . فاذا اخذنا n_p على

انه عدد المقبلات المتأينة (سالبة الشحنة) لوحدة الحجم و P_D عدد المانحات المتأينة (الموجبة الشحنة) لوحدة الحجم فانه طبقا لتعادل الشحنات عند اي درجة حرارة T نجد ان

$$n + n_A = p + p_D \quad \dots (7-47)$$



الشكل (7-15) مخطط حزم الطاقة لشبه موصل مطعم

واذا افترضنا الان ان N_A يمثل عدد الذرات المتقبلة لوحدة الحجم وان N_D يمثل عدد الذرات المانحة لوحدة الحجم . لذا فانه بالامكان كتابة

$$n_A = N_A f(E_A) \quad \dots (7-48)$$

حيث تمثل $f(E_A)$ احتمالية الاحتلال للإلكترون كماله الطاقة E_A . وبالتعويض عن قيمة $f(E_A)$ من المعادلة (7-13) نحصل على

$$n_A = N_A \left\{ \exp \left(\frac{E_A - E_F}{K_B T} \right) + 1 \right\}^{-1} \quad \dots (7-49)$$

كذلك يمكن القول

$$P_D = N_D (1 - f(E_D)) \quad \dots (7-50)$$

حيث تمثل $(1 - f(E_D))$ الاحتمالية ان الالكترون قد غادر حالة الطاقة E_D وباستخدام المعادلة (7-13) نجد ان

$$1 - f(E_F) = 1 - \left\{ \exp \left(\frac{E_D - E_F}{K_B T} \right) + 1 \right\}^{-1} \quad \dots (7-51)$$

او ان

$$P_D = \frac{N_D}{\left\{ \exp (E_F - E_D / E_D T) + 1 \right\}} \quad \dots (7-52)$$

ان حساب عدد الالكترونات في حزمة التوصيل يتم بالطريقة التي تم بها حساب هذه الالكترونات للمواد الذاتية . ان عدد الالكترونات في مدى الطاقة $E + dE, E$ في حزمة التوصيل هو

$$dn = D(E) f(E) dE$$

$$D(E) dE = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} dE$$

في المعادلة اعلاه استبدلت $(E - E_c)^{1/2}$ بـ $E^{1/2}$ وذلك بسبب ان الطاقة الدنيا لالكترون حزمة التوصيل هي E_c .

وعند التعويض عن $f(E)$ نحصل على

$$dn = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \left\{ \exp \left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) + 1 \right\}^{-1} dE \quad \dots (7-53)$$

$$n = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \left\{ \exp \left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) + 1 \right\}^{-1} dE \quad \dots (7-54)$$

سنفترض ان $E - E_F \gg 2K_B T$ وباستخدام التقريب

$$\exp \left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) + 1 \simeq \exp \left(\frac{E - E_F}{K_B T} \right) \quad \dots (7-55)$$

نحصل على ان

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{E_F - E_c}{K_B T} \right) \quad \dots (7-56)$$

ان حساب عدد الفجوات في حزمة التكافؤ يتم بالطريقة التي تم بها حسابه في المواد الذاتية . ان عدد الفجوات في مدى الطاقة $E + dE, E$ في حزمة هو

$$dp = D(E) \{ 1 - f(E) \} dE \quad \dots (7-57)$$

حيث $(1 - f(E))$ تمثل وجود مكان اوفجوة ذات طاقة E وان

$$D(E) dE = \frac{4\pi}{h^3} (2m^*)^{3/2} (E - E_v)^{1/2} dE$$

استبدلت هنا $(E - E_v)^{1/2}$ بـ $E^{1/2}$ وذلك بسبب من ان الطاقة القصوى للفجوة هي E_v . وعليه فان

$$dp = \frac{4\pi}{h^3} (2m^*)^{3/2} (E - E_v)^{1/2} \left\{ 1 + \exp \left(\frac{E_F - E}{K_B T} \right) \right\}^{-1} \quad \dots (7-58)$$

وعلى افتراض ان $E_F - E \geq 2K_B T$ لكل قيم الطاقة الواقعة في حدود التكامل من ∞ الى E_v نجد ان

$$P = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{4\pi}{h^3} (2m^*)^{3/2} (E - E_v)^{1/2} \exp \left(- \frac{E_F - E}{K_B T} \right) dE \quad \dots (7-59)$$

لذا فان

$$P = 2 \left(\frac{2\pi m^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{E_v - E_F}{K_B T} \right)$$

وبالتعويض في المعادلة (7-47) عن قيم كل من الرموز التي تحتويها نجد ان

$$2 \left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_F - E_c}{K_B T} \right) + \frac{N_A}{\{ \exp((E_A - E_F)/K_B T) + 1 \}}$$

$$= \frac{N_D}{\{ \exp((E_F - E_D)/K_B T) + 1 \}} + 2 \left(\frac{2\pi m_h^* K_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$\exp \left(\frac{E_V - E_F}{K_B T} \right) \quad \dots (7-60)$$

سنناول الان الحالة الخاصة التي فيها $N_A = 0$ ، وهي حالة غياب المتقبلات .
ومن السهولة ان نفرض كذلك ان عدد المانحات الموجودة من الكبر بحيث يكفي
لاخماد تركيز الثغوب N_D الى قيمة اقل من القيمة الذاتية ويحدث الاخمد لان
المعادلة :

$$np = n_i^2 \quad \dots (7-61)$$

هي صحيحة لكل اشباه الموصلات ذلك لانها في جوهرها تعبير عن قانون الفعل الكتلي
اي ان حاصل ضرب np يساوي قيمة ثابتة . حينئذ لو زادت n بعامل معين
فان p تنقص بمقلوب ذلك العامل . ان اهمالنا p هو مكافئ لقولنا ان :

$$P = N_V \exp \left(\frac{E_V - E_F}{K_B T} \right) \rightarrow 0 \quad \dots (7-62)$$

وان

$$\exp(E_V - E_F / K_B T) \ll \exp \left(\frac{E_F - E_c}{K_B T} \right) \quad \dots (7-63)$$

لاحظ اننا ابدلنا N_V بالسهولة فقط
بناء على ما جاء اعلاه فان المعادلة (7-60) يمكن اعادة كتابتها كما
يلي

$$N_c \exp \left(\frac{E_F - E_c}{K_B T} \right) = \frac{N_D}{(\exp(E_F - E_D) / K_B T + 1)} \quad \dots (7-64)$$

أو أن

$$N_D = N_C \exp \left(\frac{2E_F - E_C - E_D}{K_B T} \right) + N_C \exp \left(\frac{E_F - E_C}{K_B T} \right) \quad \dots (7-65) \dots$$

حيث استبدل $(2\pi m_e^* K_B T / h^2)$ في المعادلتين اعلاه . بعد الترتيب نجد أن

$$e^{E_F/K_B T} \left\{ N_C \exp \left[- \frac{(E_C + E_D)}{K_B T} \right] \right\} + e^{E_F/K_B T} (N_C e^{-E_C/K_B T}) - N_D = 0 \quad \dots (7-66)$$

المعادلة اعلاه هي معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ $e^{E_F/K_B T}$ لذلك وبعد التبسيط ، نجد أن

$$e^{E_F/K_B T} = \frac{-1 + \{ 1 + (4N_D/N_C) \exp [(E_C - E_D)/K_B T] \}^{1/2}}{2e^{-E_D/K_B T}} \quad \dots (7-67)$$

سنحسب E_F في حالتين نهائيتين ستفترض أولاً أن

$$\frac{4N_D}{N_C} \exp \left(\frac{E_C - E_D}{K_B T} \right) \ll 1 \quad \dots (7-68)$$

وهو ما ينظر تركيزاً صغيراً للذرات المانحات (N_D) أو قيمة مرتفعة لدرجة الحرارة (T) حينئذ فإن

$$e^{E_F/K_B T} = \frac{N_D}{N_C} e^{E_C/K_B T} \quad \dots (7-69)$$

أو أن

$$E_F \cong E_C + K_B T \ln \frac{N_D}{N_C} \quad \dots (7-70)$$

ومن هذه المعادلة (7-70) والمعادلة (7-56) نجد أن

$$n = N_C \exp \left(\frac{E_F - E_C}{K_B T} \right) = N_C e^{-E_C/K_B T} e^{E_F/K_B T} \quad \dots (7-71)$$

أو أن

$$n = N_C e^{-E_C/K_B T} \frac{N_D}{N_C} e^{E_C/K_B T} = N_D \quad \dots (7-72)$$

وهذا ما يعني ان عدد الكثرونات التوصيل يساوي تقريباً عدد المانحات تحت الظروف السابقة . سنفترض في حالة نهائية ثانية أن : -

$$\frac{4N_D}{N_C} \exp\left(\frac{E_C - E_D}{K_B T}\right) \gg 1 \quad \dots (7-73)$$

وهو ما يناظر تركيزاً كبيراً للذرات المانحات أو درجة حرارة منخفضة . وعليه فإن

$$e^{E_F/K_B T} = \left(\frac{N_D}{N_C}\right)^{1/2} \frac{\exp\{(E_C - E_D)/2K_B T\}}{e^{-E_D/K_B T}} \quad \dots (7-74)$$

أو أن

$$e^{E_F/K_B T} = \left(\frac{N_D}{N_C}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{E_C + E_D}{2K_B T}\right) \quad \dots (7-75)$$

من المعادلة (7-75) والمعادلة (7-56) نجد أن

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{K_B T}\right) = N_C e^{-E_C/K_B T} \left(\frac{N_D}{N_C}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{E_C + E_D}{2K_B T}\right)$$

... (7-76)

أو أن

$$n = (N_D N_C)^{1/2} \exp\left(\frac{E_D - E_C}{2K_B T}\right) \quad \dots (7-77)$$

$E_D - E_C$ هي طاقة التآين للمانحات - في هذه الحالة النهائية يتناسب تركيز الالكثرونات مع الجذر التربيعي لتركيز المانحات . غير انه عند درجات الحرارة المنخفضة يوجد عادة عدد من الكثرونات التوصيل أقل مما يوجد من ذرات المتقبلات الموجودة كشوائب لاخلاص منها ، ويتأين عدد من ذرات المانحات لسد حاجة المتقبلات الأمر الذي يؤدي الى خفض مستوى فيرمي وتثبيته عند E_D لاعند الموقع الذي تحدده المعادلة (7-35) . في هذه الحالة تتناسب n مع $e^{-E_C/2K_B T}$ وليس مع $e^{-E_C/K_B T}$.

وتنطبق النتائج نفسها عند حساب P مع عمل التعديلات الملائمة ، على ان نفرض N_D تساوي صفراً .

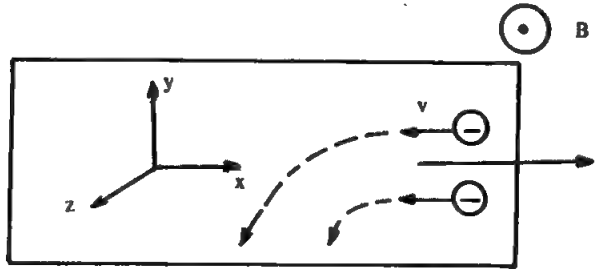
7-7 البرنين السايكلتروني وظاهرة هول في اشباه الموصلات :

ان تسليط مجال مغناطيسي على معدن او شبه موصل سوف يؤدي الى بروز عدد من الظواهر ذات الاهمية العملية للتعرف على بعض خواص الكترونات التوصيل في هذه المواد . هذا يستتصر في دراستنا هنا على على ظاهرتين هما :

- ظاهرة البرنين السايكلتروني (Cyclotron resonance) و
- ظاهرة هول (Hall effect) .

1- البرنين السايكلتروني :

تشير معادلات ماكسويل (Maxwell) الى انه عند تسليط مجال مغناطيسي على الكترون ، فان هذا المجال سوف يعمل على تغيير اتجاه حركة الالكترون ولكن من غير ان يؤثر على طاقته . وعليه فان تسليط مجال مغناطيسي z بالاتجاه z لاحظ الشكل (16 - 7) . سوف يؤثر على حركة الالكترون في المستوى xy ولكن من غير ان يؤثر على حركته في الاتجاه z . وبهذا فان الالكترون اذا لم يعاني التشتت بواسطة الذرات ، فانه سوف يتحرك في المدار الخاص به في المستوى xy اضافة الى أي مسار يمكن ان يسلكه في الاتجاه z .



الشكل (16 - 7) - تغيير اتجاه حركة الالكترون بعد تسليط المجال المغناطيسي

اما في حالة الالكترون الحر ذو الكتلة الفعلية m^* ، فان المدار الذي سوف يعمل عليه هذا الالكترون سيكون دائرياً نصف قطره r ، اما التردد الزاوي للالكترون فهو ω_c هذه الكميات m^* ، ω_c ، r ، ترتبط مع القوة المركزية الطاردة

$$F_{cent} = m^* \omega_c^2 r \quad \dots (7-78)$$

اما قوة التعادل المتولدة بفعل تسليط المجال المغناطيسي والتي تقابل القوة اعلاه وتدعى بقوة لورنتز (Lorentz force) فإنها تساوي .

$$F_L = r \omega_c e B \quad \dots (7-79)$$

وعند المساواة بين هاتين القوتين نحصل على :

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad \dots (7-80)$$

أو أن

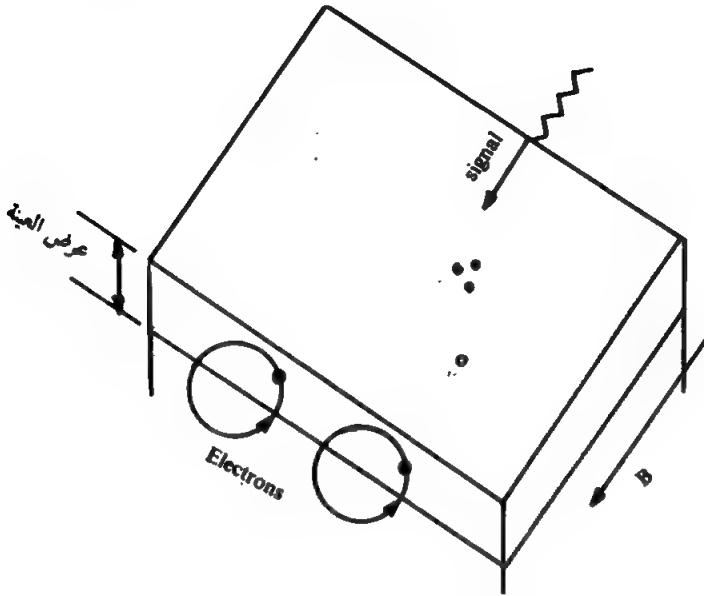
$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 28.0 \left(\frac{Bm}{m^*} \right) \text{ GHz} \quad \dots (7-81)$$

حيث تكون وحدات B هنا هي تسلا (Tesla)

هذا التردد ν_c يدعى بالتردد السايكلتروني وذلك لاستخدام العلاقة اعلاه عند حساب تردد جسيم كتلته m . وشحته e . مثلاً . والناتج عن تدوير هذا الجسيم في جهاز السايكلترون باستخدام مجال مغناطيسي شدته B .

على ضوء مما تقدم نستطيع القول انه اذا ما سلك الجسيم بشكل يدل على ان كتلته الفعلية m^* تختلف نوعاً ما عن m . فان هذا سوف يظهر مباشرة كتغير في تردده السايكلتروني وبهذا فان تجارب التردد السايكلتروني تزودنا بالطريقة الوحيدة المباشرة لتعيين الكتل الفعلية لحاملات الشحنة في المعادن واشباه الموصلات وكذلك القدرة على التمييز بين الفجوات والالكترونات . ولتوضيح ذلك دعنا الان نفرض أن اشارة كهرومغناطيسية تمر خلال شريحة وفي اتجاه مواز لـ B . انظر الشكل (7-17) . المجال الكهربائي المرافق للاشارة سوف يؤثر على حركة الالكترونات وبهذا فان بعضا من الطاقة المرافقة لهذا المجال سوف يتم امتصاصها من قبل الالكترون . اما اعظم معدل للامتصاص فإنه يحدث عندما يكون تردد الاشارة مساوياً بالضبط للتردد السايكلتروني للالكترون أي عندما يكون .

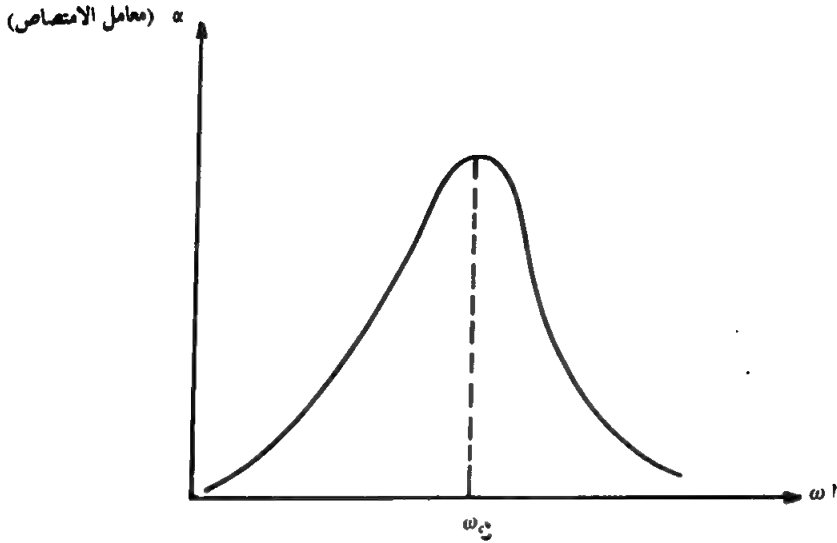
$$\omega = \omega_c \quad \dots (7-82)$$



الشكل (7-17) عينة مستطيلة معرصة. لمجال مغناطيسي وإشارة كهرومغناطيسية

أن تحقق الشرط اعلاه يعني أن الإلكترون سوف يكون قادرا على متابعة الإشارة في تحركها ومن غير حصول أي فرق في الطور وبهذا فإن امتصاص الطاقة سوف يستمر خلال زمن الدورة كلها . اما عند عدم تحقق هذا الشرط فإن الإلكترون سوف يكون بالطور نفسه مع الموجة خلال جزء من الدورة فقط . يتم خلاها لامتصاص الطاقة ، اما في الجزء المتبقي من الدورة ، فإن الإلكترون سوف يكون خارج الطور وبهذا فإنه يعيد الطاقة الممتصة الى الموجة . ان شكل منحى الامتصاص كدالة للتردد يوضحه الشكل (18 - 7) .

دعنا نفرض كذلك أن الموجة الساقطة هي موجة مستوية - الاستقطاب . plane-polarized ، في هذه الحالة يصبح بالإمكان التصور بان هذه الموجة وعند دخولها العينة تتحلل الى موجتين هما : - دائرتا الاستقطاب ، واحدة باتجاه عقرب الساعة والاخرى بعكس الاتجاه ، وحيث ان الإلكترون يدور عكس اتجاه عقرب الساعة لذا فإن امتصاص الطاقة سوف يحدث من الموجات ذات نفس الاتجاه فقط أي من غير ان يحدث أي امتصاص لطاقة الموجة الاخرى . وبهذا فإن الموجة الخارجة من العينة سوف تكون مستقطبة جزئياً ، وفي اتجاه عقرب الساعة مما يدل شكل مذكور . قد حدث من قبل الإلكترونات فقط



الشكل (18 - 7) امتصاص الالكترون للطاقة كدالة للتردد

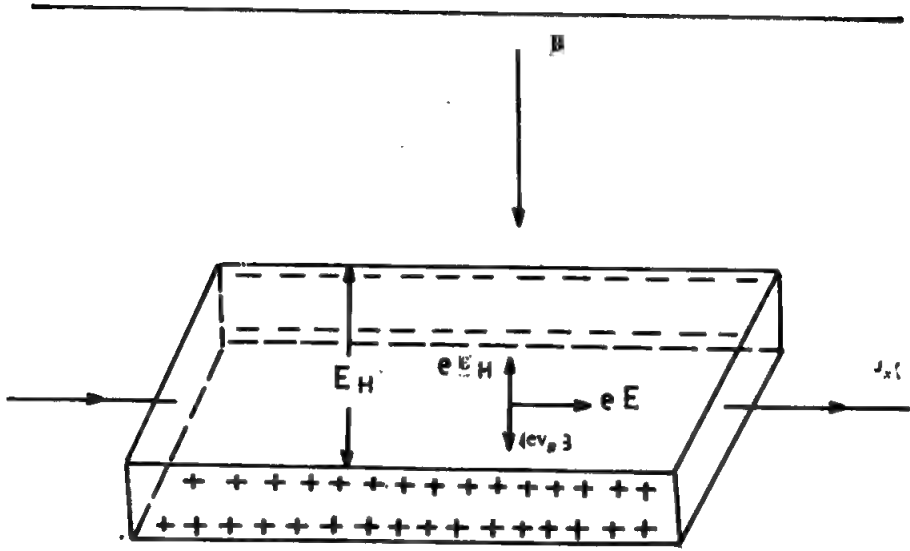
من جهة أخرى وفي حالة رنين الفجوات فان امتصاص الطاقة سوف يكون من الموجات الدائرية في اتجاه عقرب الساعة وبهذا فان الموجة الخارجة سوف تكون مستقطبة جزئياً وفي عكس اتجاه عقرب الساعة .

بقي أن نذكر أخيراً انه يفترض . لنجاح تجارب الرنين السايكلوتروني . ان تكون العينة الواقعة تحت الدراسة عينية نقية الى حد كبير وكذلك يجب ان تجري هذه التجارب عند درجات الحرارة الواطئة ($4K^{\circ}$) ذلك لانه عند هذه الدرجة تكون $\omega_p \tau > 1$ حيث يمثل τ زمن التصادم في هذه الحالة يمكن للالكترون ان يعمل عدة دورات قبل انتهاء زمن تصادمي واحد .

2 - ظاهرة هول :

يزودنا اثر هول باوضح قرين عملي ادي الى ادخال فكرة ناقلات التيار الموجبة او الفجوات في البلورات . كذلك يعتبر اثر هول اداة قيمة . خاصة في بحوث اشباه الموصلات اذ انه يزودنا بوسيلة مباشرة لتقدير تركيز ناقلات الشحنة . ولفهم كيف يتم هذا دعنا نأخذ عينة مستطيلة من شبه موصل معرضة الى مجال كهربائي E_x في الاتجاه x ونتيجة لتسليط هذا المجال فان تياراً . J_x . سوف يسري بالاتجاه الموجب من

انظر الشكل (7 - 19) ، والذي يعني ان: الالكترونات التوصيل سوف تنساب بسرعة انسياب v بالاتجاه السالب من x . دعنا نفترض ايضا أن هناك n من هذه الالكترونات لها نفس سرعة الانسياب v .



الشكل (7 - 19) ظاهرة هول في اشباه الموصلات

واذا ما سلطنا مجالاً مغناطيسياً عمودياً على اتجاه حركة هذه الالكترونات ، فان قوة لورنتز $F = e(v \times B)$ ، المتولدة بفعل هذا المجال المغناطيسي والتي تتعرض لها الالكترونات ، سوف تحرف هذه الالكترونات عن مسارها الى الاسفل - انظر الشكل (7 - 19) الامر الذي يؤدي الى تراكم هذه الالكترونات على السطح الاسفل للعينة وظهور شحنة سالبة على هذا السطح . وحيث ان العينة هي متعادلة كهربائياً ، لذا فان ظهور الشحنة السالبة على السطح الاسفل منها سوف يؤدي بالمقابل الى ظهور شحنة موجبة على السطح العلوي للعينة وبسبب من قلة تركيز الالكترونات هناك . ان ظهور مثل هذه الشحنات المتعاكسة على سطحي العينة سوف يعمل على خلق مجال كهربائي متجه نحو الاسفل . هذا المجال يدعى بمجال هول (Hall field) .

دعنا الان نستخرج قيمة مجال هول .

ذكرنا آنفاً ان تعرض الالكترونات الى قوة لورنتز ، عند تسليط المجال المغناطيسي سوف يؤدي الى تراكم الشحنات . ان تراكم الشحنات هذا سوف يستمر الى ان تتساوى

قوة لورنتز مع القوة التي يولدها مجال هول والتي تدعى بقوة هول (Hall force)
وبهذا فإنه في حالة التعادل نحصل على

$$F_L = F_H \quad \dots (7-83)$$

وعند التعويض عن قيمة كل من هاتين القوتين نحصل على

$$+ e \epsilon_H = + e v_x B \quad \dots (7-84)$$

أو ان

$$\epsilon_H = v_x B \quad \dots (7-85)$$

والذي هو مجال هول .

من المعاد كتابة مجال هول بدلالة كميات مقاسة ، فإذا ما عرفنا عن v_x بدلالة
كثافة التيار $J_x = n(-e)v_x$ فإننا نجد ان

$$\epsilon_H = - \frac{1}{ne} J_x B \quad \dots (7-86)$$

تشير المعادلة اعلاه ان مجال هول يتناسب طرديا مع كل من التيار والمجال المغناطيسي .

ان ثابت التناسب ، اي $\epsilon_H / J_x B$ ، والذي يعرف بثابت هول (Hall constant)
عادة ما يرمز له بـ R_H . ذلك هو ان

$$R_H = - \frac{1}{ne} \quad \dots (7-87)$$

النتيجة اعلاه تعد مهمة جدا من الناحية العملية . ذلك ان R_H تتناسب عكسيا مع
تركيز الالكترونات n وبهذا فإنه يصبح بالامكان حساب n من قياس مجال هول
كذلك تشير المعادلة الى حقيقة مهمة اخرى هي ان اشارة ثابت هول تعتمد على اشارة
الشحنة لحاملات التيار . وبهذا فإن اشارة R_H تدل على اشارة حاملات التيار . الامر
الذي يعتبر ذات اهمية كبيرة من الناحية العملية . وعلى وجه الخصوص عندما تكون
حاملات التيار في العينة الواقعة تحت الدراسة هي من نوع موجب . فقد لوحظ في بعض
المعادن كالحديد والخراسين والكوبالت وفي بعض المواد كأشباه الموصلات ان فولتية
هول تكون معكوسة . اي ان الجهد عند الحافة السفلى للعينة يكون اعلى من الجهد عند
الحافة العليا .

لتفسير هذه الظاهرة كان لابد من الافتراض ان ناقلات الشحنة تكون موجبة في هذه المواد وليست سالبة ، اي ان التيار ينشأ في هذه المواد نتيجة لحركة الشحنات الموجبة وهذا يعني ان سرعة انسياق هذه الشحنة (v_H) هي بنفس اتجاه التيار في هذه الحالة وعليه فان اتجاه القوة يكون كذلك ، حسب قاعدة اليد اليمنى ، نحو الاسفل . وهكذا فان الحافة السفلى تكون هذه المرة هي الموجبة بينما تكون الحافة العليا سالبة وهكذا تنعكس فولتية هول في هذه المواد وعند اتباع الطريقة نفسها اعلاه في ايجاد R_H سوف نحصل على

$$R_H = \frac{1}{pe} \quad \dots (7-88)$$

حيث يمثل P تركيز الفجوات في هذه المواد

نوهنا في السابق ان التوصيلية الكهربائية في اشباه الموصلات تعتمد على مساهمة كلا النوعين من حاملات الشحنة (الالكترونات والفجوات) للتوصيل الكهربائي . ومنها وجدنا ، المعادلة

$$\sigma = pe\mu_h + ne\mu_e$$

حيث تمثل μ_e, μ_h التحركية لكل من الفجوات والالكترونات وعلى التوالي . فاذا ما عرضنا نموذجاً مستطيلاً الى مجال كهربائي E_x في الاتجاه x فان كلا من الفجوات والالكترونات سوف تكتسبان سرعة انسياق هما v_{dx}, v_{dxh} وعلى التوالي واذا سلطنا مجالاً مغناطيسياً عمودياً على اتجاه حركة هذه الحاملات وكذلك اتجاه المجال الكهربائي فان قوة لورنتز ($F = evB$) المتولدة بفعل تسليط المجال المغناطيسي ، التي تتعرض لها كل من الفجوات والالكترونات سوف تحرف هذه الحاملات وباتجاهين متعاكسين ، عن مسارها الاصلي نحو جانبي العينة . ان ظهور الفجوات على سطح احد الجوانب للعينة والالكترونات على السطح الجانبي الاخر من العينة سوف يؤديان الى ظهور مجال هول في الاتجاه y . اما تيار الانحراف بسبب من حركة كل من الفجوات والالكترونات الجانبيين . فانه يساوي ($epv_{yh} - env_{ye}$) حيث ان v_{ye}, v_{yh} هما مركبتا السرعة للفجوات والالكترونات باتجاه y وعلى التوالي . على اية حال ، في حالة التوازن لدينا

$$\sigma E_y = epv_{yh} - env_{ye} \quad \dots (7-89)$$

وبعد التعويض عن v_{ye}, v_{yh} بدلالة كل من v_{dxe}, v_{dxh} وكذلك v_{dx}, μ_{dh} من خلال المعادلات التالية :

$$v_{dxe} = \frac{\tau_e e \varepsilon_x}{m} \quad \dots (7-90)$$

$$v_{dxh} = \frac{\tau_h e \varepsilon_x}{m} \quad \dots (7-91)$$

حيث τ_h, τ_e هما زمنا التصادم لكل من الالكترونات والفجوات وعلى التوالي كذلك لدينا ان

$$e v_{dxh} B = \frac{m \cdot \hat{v}_{yh}}{\tau_h} \quad \dots (7-92)$$

$$e v_{dxe} B = \frac{m \hat{v}_{ye}}{\tau_e} \quad \dots (7-93)$$

نحصل على

$$\sigma \varepsilon_y = (ep \mu_h^2 - en \mu_e^2) \varepsilon_x B \quad \dots (7-94)$$

$$\mu_e = \frac{e \tau_e}{m} \quad \mu_h = \frac{e \tau_h}{m} \quad \text{حيث}$$

وحيث ان قانون اوم يشير الى ان

$$\varepsilon_x = \frac{J_x}{\sigma} \quad \dots (7-95)$$

$$\varepsilon_y = \frac{(p \mu_h^2 - n \mu_e^2)}{\sigma^2} J_x B \quad \text{لذا فان} \quad \dots (7-96)$$

$$R_H = \frac{\varepsilon_y}{J_x} \quad \text{نحصل على} \quad \text{وحيث ان ثابت هول هو}$$

$$R_H = \frac{p \mu_h^2 - n \mu_e^2}{e (p \mu_h + n \mu_e)^2} \quad \dots (7-97)$$

في حالة اشباه الموصلات الذاتية حيث $n = p$

$$R_H = \frac{\mu_h^2 - \mu_e^2}{en (\mu_h + \mu_e)^2} \quad \dots (7-98)$$

ان اشارة ثابت هول يعتمد هنا على القابلية التحركية النسبية للفجوات والالكترونات وفي حالة اشباه الموصلات الذاتية حيث ان $\mu_e > \mu_h$ يكون R_H سالبا .

الأسئلة

- 1- 7 تعتبر اشباه الموصلات النقية مواد متماثلة عند درجات الحرارة الواطئة وموصلة عند الدرجات الحرارية العالية . اشرح ذلك بالتفصيل .
- 2- 7 تزداد مقاومة اشباه الموصلات الثابتة مع ازدياد درجة الحرارة ولكنها تعود الى الخصائص عند الاستمرار في رفع درجة الحرارة . وضح ذلك بالتفصيل .
- 3- 7 وضح الكيفية التي تساهم فيها الالكترونات الحرة في الحرارة النوعية للمواد .
- 4- 7 ما تأثير كون الجهد البلوري دوريا . على شكل وطبيعة مستويات الطاقة المسموح بها ؟ اشرح ذلك .
- 5- 7 لماذا لا تتشارك الالكترونات في العزم الزاوي في عملية التوصيل الكهربائي ؟ وضح ذلك .
- 6- 7 كيف تفسر على اساس نظرية العزم . انكسار الاضواء في البلورات .
- 7- 7 الفرض ان A في المعادلة (دالة الموجة للالكترون) $\psi_{k(x)} = A(k,x) e^{-ikx}$ هي ثابت . برهن على ان مركبة الزخم باتجاه x لهذا الالكترون في البلورة يعطى بواسطة $\langle P_x \rangle = \hbar k_x$.
- 8- 7 ما المقصود باشباه الموصلات الذاتية ؟ اشرح بالتفصيل .
- 9- 7 اشتق المعادلة (30-7) بدلالة المعادلة (12-7) .
- 10- 7 وضح الفرق بين المعادلتين (30-7) ، (46-7) .
- 11- 7 احسب تركيز الفجوات والالكترونات في السليكون النقي عند درجة حرارة الغرفة اذا علمت ان $m_e^* = m$ ، $m_h^* = 0.7m$ ، $E_g = 1.1 \text{ eV}$. قارن بين هذا التركيز وعدد الحالات المتوفرة في حزمة التوصيل .
- 12- 7 اذا كانت التوصيلية الذاتية للجermanيوم والسليكون هما $e^{-4300/T}$ ، $e^{-6400/T}$ وعلى التوالي . احسب طاقة الفجوة لتلك المادتين عند درجة حرارة الغرفة اذا علمت ان الكتلة الفعالة للالكترون والفجوات مقدار ثابت .
- 13- 7 ما المقصود باشباه الموصلات الثابتة ؟ وضح ذلك بالتفصيل .
- 14- 7 ما تأثير وجود الشوائب على مستوى طاقة فيرمي ؟ وضح ذلك .
- 15- 7 هل ان امتلاك شبه الموصل النقي للمقاومة يغير الى وجود الذرات القابلة ام المانحة ؟ كيف يمكنك معرفة وجود الذرات القابلة او المانحة في المادة ؟

7-16 قطعة من الجرمانيوم تحتوي على 10^{23} ذرة / م³ تصبح نقية عن 70 C: عند أي درجة حرارة تصبح قطعة من السيلكون نقية اذا اخضعت على نفس التركيز من الشوائب .

7-17 عين قيمة طاقة فيرمي E_F عند درجة حرارة الغرفة في بلورة جرمانيوم تحتوي على 10^{22} ذرة مانعة م³ . افترض ان $E_g = 0.72$, $E_v = 0.012$ اليكترون فولت .

7-18 اكتب حاصل ضرب np . هل لهذه العلاقة من أهمية عملية في تحديد تركيز حاملات في شبه الموصل ؟ اشرح ذلك .

7-19 عندما تكون $E - E_0 \geq 2K_B T$ برهن على ان $f(E) = e^{-(E-E_0)/K_B T}$

7-20 سيلكون مطعم بذرات مانعة بتركيز 10^{23} ذرة م³ . ماهو تركيز الفجوات عند 300°K ؟ وابن تقع E_F من E_v .

7-21 شبه موصل من السيلكون مطعم بذرات واهبة ذات تركيز 10^{17} ذرة / سم³ ماهي المقاومة ؟ ماهو فرق جهد هول اذا كان سبلك شبه الموصل 100μm والتيار

$$B_z = 1KG, I = 1mA$$

الفصل الثامن

العوازل

1 - 8 المقدمة

تشكل المتسعات احد اهم العناصر الكهربائية التي تستخدم بوفرة في الدوائر الكهربائية وتكون على انواع عدة تبعا لنوع الوسط العازل بين صفيحتيها وكذلك تبعا لشكلها الهندسي. ولعل ابسط انواع هذه المتسعات جميعا هي المتسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين والتي يمكن التعبير عن سعتها (Capacitance) C بالمعادلة :

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad \dots (8-1)$$

حيث تمثل ϵ ثابت العازل dielectric constant او السماحية "permittivity" للوسط العازل بـ كولوم² نيوتن⁻¹ م² و A مساحة الصفيحة بـ م² و d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين بالمتر.

يتضح من المعادلة اعلاه . ان سعة المتسعة تعتمد على ابعاد الصفيحتين المتوازيتين وكذلك على المسافة الفاصلة بينهما وتتغير عند تغير اي من A او d او كليهما معا. كذلك تشير المعادلة اعلاه الى انه في حالة كون مساحة الصفيحتين وكذلك المسافة بينهما ثابتتين.

فإن سعة المتسعة تظهر بحال ϵ التي هي خاصية الوسط العازل . ذلك هو أن $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$.
 وأن ϵ_r تمثل ثابت العازل النسبي (relative dielectric constant) وتساوي
 واحداً للفراغ ، 12 ، للسليكون و 80 للماء المقطر حيث أن السعة تتغير طردياً مع ϵ_r . لذا
 فإن أي تغير في ϵ_r بسبب من تغير في الحرارة أو الضغط أو تردد الفولتية المسلطة سوف
 يؤثر على عمل المتسعة كمخزن في الدائرة الكهربائية

أن الزيادة الحاصلة في سعة المتسعات التي يدخل الوسط العازل ضمن تركيبها تأتي
 من القدرة لهذه المواد العازلة على تخزين الشحنات الكهربائية . إن دراسة مثل هذه المواد
 ينبع من الحاجة العملية والطلب المتزايد وبصورة مستمرة إلى تصنيع متسعات ذات
 قوة تحمل كبيرة وسعة عالية وكذلك صغيرة الحجم إضافة إلى استعمالها الكثيرة في
 الصناعات الكهربائية المختلفة منها منجالات الضغط العالي والاتصالات وثبات خواصها
 مع تغير درجات الحرارة في نقل وتحويل الطاقة الكهربائية . لذا فإن الحاجة قائمة إلى
 دراسة الكثير من هذه المواد العازلة لغرض فحصها وتصنيفها على أساس قوة تحملها وقيمة
 ثابت العازل التابع لها .

أن أي بحث عن مواد جديدة ومحسنة في هذا المجال يتطلب معرفة العوامل التي
 تسهم في تحديد خواصها . أن مهمة نظرية العوازل هي لتوفير مثل هذه المعرفة وذلك
 من خلال ربط التركيب الظاهري بالتركيب الذري والجزيئي لهذه المواد أي لإيجاد العلاقات
 التي تربط بين الكميات التي يمكن قياسها عملياً وتلك التي لا يمكن قياسها .

2 - 8 خصائص عامة للمواد

من المعروف أن الدارة تتكون من نواة تتكبدس فيها البروتونات والنيوترونات فهي
 بذلك موجبة الشحنة محاطة بسحابة من الإلكترونات السالبة ، والدورة الاعتيادية
 غير المشحونة تكون متعادلة كهربائياً نظراً لاحتوائها على عدد متساو من الإلكترونات
 والبروتونات .

من نظرية بور (Bohr theory) للتركيب الذري يعرف أن الإلكترونات
 تدور حول النواة في مدارات يهضوية متعددة المركز مع النواة . أن الذي يعنينا هنا هو
 الإلكترونات المدارات الخارجة والتي تسمى بالإلكترونات التكافؤ (electrons)

(valance) ، ذلك لان هذه الالكترونات تدخل في التفاعلات الكيميائية الاعتيادية وكذلك في توصيل التيار . ان الالكترونات المدارات الداخلية تكون مرتبطة بقوة الى النواة ، وبهذا فانها لا تشارك الالكترونات المدارات الخارجية في التوصيل الكهربائي لان الطاقة اللازمة للتغلب على القوة التي تربط هذه الالكترونات تكون في العادة كبيرة جدا .

وتكون المدارات الخارجية ، التابعة لذرات بعض المواد ، مملوئة تماما بالالكترونات: أي انها تحتوي على عدد كافى من الالكترونات يساوي $2n^2$ ، حيث يمثل n رقم المدار اما في معظم المواد فان هذه المدارات تكون ناقصة مما يجعل هذه الذرات تبدي ميلا لاكتساب او فقدان الالكترونات . وبما ان الذرات التي تكون مدارات ذراتها الخارجية مملوئة تماما فانها لا تظهر مثل هذا الميل لكونها مستقرة كيميائيا ، لذا فانها غير قادرة على التوصيل الكهربائي وبهذا فانها تدعى بالعوازل او المسواد الدايلكتريكية (dielectrics) . ومن جهة اخرى هناك مواد ، تحتوي المدارات الخارجية لذراتها على الكترونين او إلكترون واحد فقط وبهذا فان هذه الالكترونات تكون ضعيفة الارتباط بالنواة مما يسهل عملية قلعها وتحريرها للقيام بعملية التوصيل الكهربائي ، هذه المواد تدعى بالموصلات

بعد ان عرفنا ما هية الفرق بين المواد العازلة والموصلة من حيث قدره على التوصيل الكهربائي ، نجد انه من المناسب ان نسأل ! ماذا يحدث عند وضع مادة عازلة في مجال كهربائي منتظم كالمجال بين لوحين متساويين مثلا ؟

3 - 8 المتجهات الكهربائية الثلاث

دعنا اولاً ، وقبل ان نعرف ما هي المتجهات الثلاث - نوضح الكيفية التي يستخدم معها قانون كاوس (Gauss's law) في الحالات التي تتضمن وجود مادة عازلة وعند عدم وجود المادة العازلة بين لوحها ، الشكل (1 - 8) . الصيغة الرياضية لقانون كاوس هي :-

$$\epsilon_0 \oint \underline{\epsilon} \, ds = q \quad \dots (8-2)$$

وحيث ان $\epsilon = \epsilon_0$. لذا فان قانون كاوس للحالة الاولى (الشكل (1a - 8)) هو

$$\epsilon_0 \oint \underline{\epsilon_0} \, ds = \epsilon_0 \epsilon_0 A = q \quad \dots (8-3)$$



الشكل (8 - 1) المسعة ذات الصفيحتين المتوازيتين

أ- (a) من غير وجود العازل

ب- (b) مع وجود العازل

اوان

$$\epsilon_0 = q / \epsilon_0 A \quad \dots (8-4)$$

اما في حالة وجود المادة العازلة الشكل (8 - 1b) . فان قانون كاوس يصبح :-

$$\epsilon_0 \oint \epsilon \cdot ds = \epsilon_0 \epsilon A = q - q_i \quad \dots (8-5)$$

اوان

$$\epsilon = \frac{1}{\epsilon_0 A} (q - q_i) \quad \dots (8-6)$$

حيث تمثل q_i الشحنات السطحية المحتثة التي يجب تميزها هنا عن q التي تدعى بالشحنات الحرة على الصفيحتين . هذان النوعان من الشحنات يقع في سطح كاوس .

وبما انهما يختلفان في الاشارة لذا فان $q - q_i$ تمثل محصلة الشحنات داخل سطح كاوس .

وبتعويض القيمة $\left(\epsilon = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_r} \right)$ في المعادلة (8-4) نحصل على :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_r} = q / \epsilon_r \epsilon_0 A \quad \dots (8-7)$$

وعند التعويض عن قيمة ϵ هذه في المعادلة (8-6) ، نحصل على :

$$\frac{q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q_i}{\epsilon_0 A} \quad \dots (8-8)$$

وبعد التبسيط نجد ان

$$q_i = q \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) \quad \dots (8-9)$$

المعادلة (8-9) تشير بوضوح الى ان الشحنات السطحية المحتثة q_i هي دائما اقل من قيمة الشحنات الحرة وانها تساوي الصفر في حالة الفراغ (اي عندما يكون $\epsilon_r = 1$) .
دعنا الان نعيد كتابة المعادلة (8-8) بالصيغة التالية

$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 \left(\frac{q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \right) + \frac{q_i}{A} \quad \dots (8-10)$$

ان الحد الثاني في المعادلة 8-10 يمثل الشحنات السطحية المحتثة لوحدة المساحات وهذا ما يدعى بالاستقطاب الكهربائي . (P) اي .

$$P = q_i / A \quad \dots (8-11)$$

كذلك فانه بالامكان تعريف الاستقطاب بطريقة مكافئة ذلك بضرب كل من البسط والمقام . في المعادلة اعلاه . بالمسافة بين اللوحين اي ان

$$P = q_i d / Ad \quad \dots (8-12)$$

البسط يمثل حاصل ضرب الشحنات المحتثة في المسافة الفاصلة بينهما وبهذا فانه يكافئ عزم ثنائي قطب شحنتاه تساوي ϵ والمسافة الفاصلة بينهما d . اما المقام فانه يمثل حجم الوسط بين اللوحين . وبهذا فانه يصبح بالامكان تعريف الاستقطاب بانه العزم الثنائي القطب المحتث لوحدة الحجم . وكما هو عليه الحال في ثنائي القطب فان اتجاه P

يكون من الشحنات المحتثة السالبة الى الشحنات المحتثة الموجبة . وعليه فان المعادلة (8 - 10) يمكن كتابتها بالصيغة التالية :

$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 \epsilon + P \quad \dots (8-13)$$

حيث يعرف الحد $\frac{q}{A}$ بالازاحة الكهربائية (electric displacement) ويرمز لها عادة بـ D . لذا فان المعادلة (8 - 13) تصبح :

$$D = \epsilon_0 \epsilon + P \quad \dots (8-14)$$

وحيث ان كلا من ϵ , P هما متجهان لذا فان D هو الآخر سيكون بالضرورة كمية متجهة .

مما جاء اعلاه ومن التعاريف الواردة نستطيع القول :

- 1- ان الازاحة الكهربائية (D) ترتبط فقط مع الشحنات الحرة
- 2- ان الاستقطاب P مرتبط بالشحنات المثبتة (المستقطبة) فقط .
- 3- المجال الكهربائي داخل العازل ϵ يرتبط مع كلا الشحنات الحرة والمثبتة
- 4- بينما تكون وحدات ϵ بالنيوتن / الكولوم تكون وحدات كل من P أو D بالكولوم / م² ولا بد لنا من ان نذكر أخيرا انه بالامكان كتابة اي من P أو D بدلالة ϵ فقط

ذلك هو ان

$$D = \epsilon_r \epsilon_0 \epsilon \quad \dots (8-15)$$

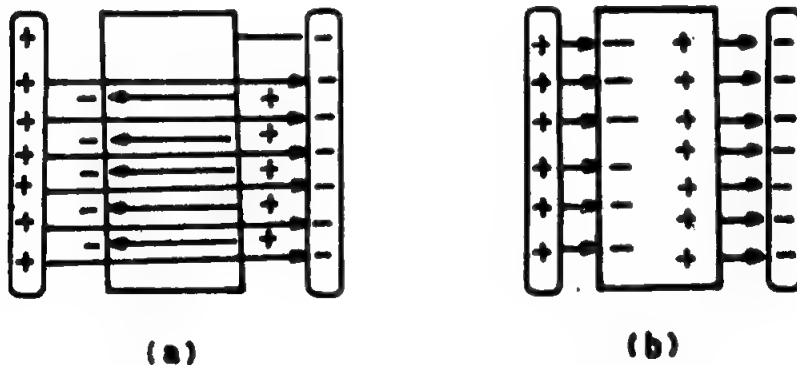
$$P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon \quad \dots (8-16)$$

ستترك للطلاب مهمة اشتقاق هاتين المعادلتين (8 - 15 و 8 - 16)

4- 8 تأثير المجال الكهربائي المنتظم على المواد العازلة :-

عندما يوضع أي جسم غير مشحون ، موصلا كان ام عازلا ، في مجال كهربائي فان النتيجة هي دائما احادة تنظيم الشحنات في هذا الجسم . فاذا كان الجسم موصلا فان الالكترونات الطليقة سوف تتحرك باتجاه معاكس للمجال بفعل القوى التي يولدها هذا المجال على هذه الالكترونات وتستمر حركة الالكترونات هذه الى ان تتجمع عند أحد طرفي الموصل تاركة بذلك فائضا من الشحنات الموجبة عند الطرف الآخر . بعدها

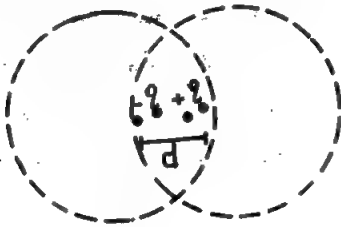
يصل الجسم الى حالة من الاتزان الكهروستاتيكي (electrostaic equilibrium) بحيث أن المجال الكهربائي الناشئ عن هذه الشحنات المحتثة المتجمعة على طرفي الموصل يساوي ويعاكس تماماً المجال الخارجي وبذلك تصبح محصلة المجال الكهربائي داخل الموصل صفراً . ففي الشكل (2 - 8) نلاحظ أن موصلاً غير مشحون قد ادخل في المجال الكهربائي للمصنعة ذات الترحين المتوازيين ولكن من غير أن يلامس أيّاً من الترحين . الذي يحدث هنا ، وكما ذكرنا اعلاه ، ان الشحنات الطليقة سوف تقوم باعادة تنظيم نفسها حال وضع الموصل في المجال ، ولكن دعنا نفترض لبرهة أن هذا لا يحدث . فالذي يحدث هنا ان خطوط المجال الكهربائي سوف تخترق الموصل وتحت تأثير هذا المجال فان الالكترونات الحرة في الموصل سوف تتحرك باتجاه السطح الايسر تاركة بذلك الشحنات الموجبة على السطح الايمن . هذه الحركة سوف تستمر حتى يصبح المجال الكهربائي عند كل النقاط داخل الموصل ، والناشئ عن هذه الشحنات السطحية ، يساوي ويعاكس المجال الخارجي وبذلك تصبح محصلة المجال الكهربائي داخل الموصل صفراً وعندها تتوقف الشحنات عن الحركة .



الشكل (2 - 8) ادخال جسم موصل غير مشحون في المجال الكهربائي
(a) الشحنات المحتثة والمجال الموافق لها
(b) محصلة المجال

لندرس الان سلوك العازل في نفس المجال . فالمعروف ان جزيئات العازل تتكون من شحنات موجبة وأخرى سالبة وكثيراً ما يكون مركز الشحنات السالبة منطقاً على مركز الشحنات الموجبة لطية الجزيئات ، ولكن عندما تفع هذه الجزيئات تحت تأثير مجال

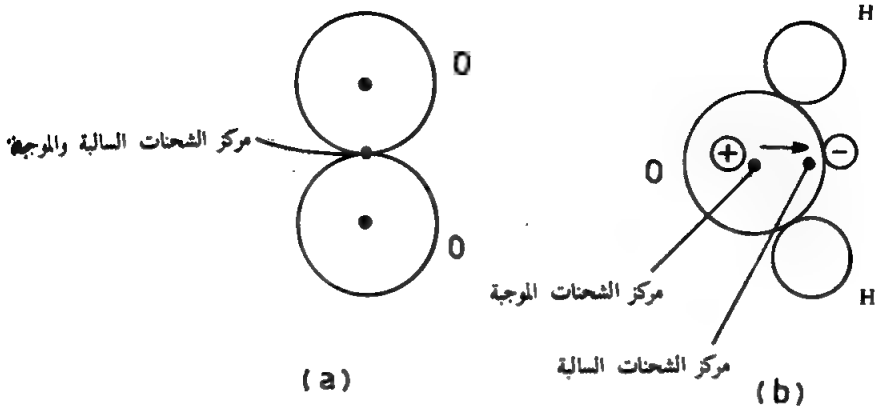
كهربائي خارجي فان الشحنات الموجبة سوف تتراخ باتجاه المجال بينما تتراخ الشحنات السالبة لهذه الجزيئات في الاتجاه المعاكس ، الشكل (3 - 8) . ونتيجة لذلك فان مركز الشحنات الموجبة لم يعد منطبقاً على مركز الشحنات السالبة بل تفصلها مسافة صغيرة وعندئذ نقول ان الجزيئة اصبحت مستقطبة بالحث (Polarized by induction) واكتسبت عزم ثنائي قطبي محث (induced dipole moment) يرمز له بالحرف μ . ان هذا العزم المحث سوف يزول بزوال المجال الكهربائي الخارجي ويعود مركز الشحنات السالبة لينطبق من جديد مع مركز الشحنات الموجبة .



الشكل (3 - 8) ثنائي قطب محث

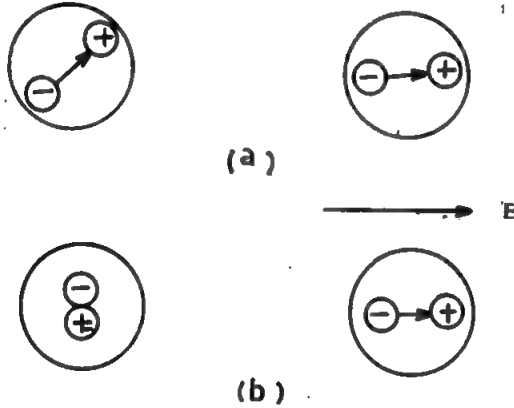
ان جزيئات العازل التي تمتاز بهذه الصفة تدعى بالجزيئات القطبية والامثلة عليها كثيرة نذكر منها جزيئات الهيدروجين والاكسجين ، الشكل (4a - 8) . ومن جهة أخرى . هناك جزيئات لمواد عازله اخرى يكون فيها مركز الشحنات السالبة منفصلاً بصورة دائمة عن مركز الشحنات الموجبة فهي مستقطبة على الدوام وهي لذلك تمتلك عزم ثنائي قطب دائم (Permanent dipole moment) وتدعى هذه بالجزيئات القطبية (Polar molecules) ومن امثلتها جزيئة الماء - الشكل (4b - 8) .

بالرغم من أن هذه الجزيئات القطبية تمتلك عزوما دائمة الا أن اتجاهات هذه العزوم تكون في الاحوال الاعتيادية ، عشوائياً ، بحيث ان محصلة العزوم الكلية تساوي صفراً . اما اذا وقعت هذه الجزيئات تحت تأثير مجال كهربائي خارجي فان هذا المجال سوف يعمل على تدوير هذه العزوم باتجاه المجال الشكل (5a - 8) . وتزداد درجة التراص لهذه الجزيئات باتجاه المجال كلما زادت شدة المجال الكهربائي وكذلك عند انخفاض درجة الحرارة .



(H₂O جزيئة قطبية - b)

الشكل (4-8) -a جزيئة غير قطبية O₂



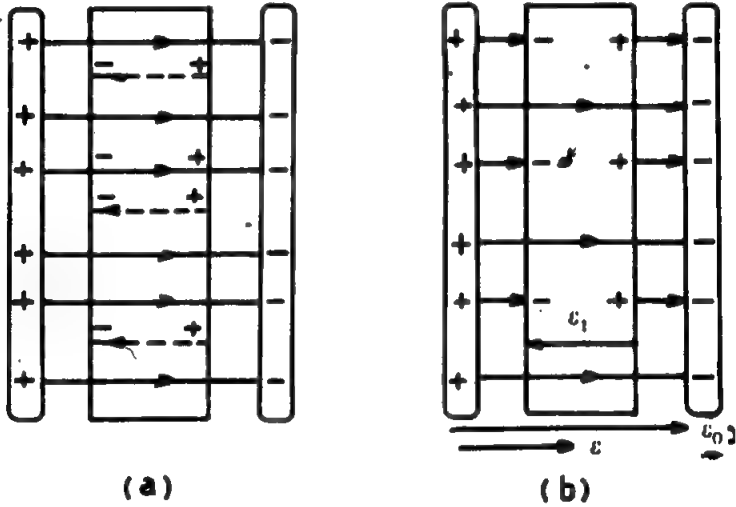
الشكل (5-8) -a جزيئة قطبية او ثنائية قطب -a لم يدور باتجاه المجال

-b جزيئة غير قطبية تصبح ثنائي قطب محتشد عند تسليط مجال خارجي

وسواء امتلكت الجزيئة عزم ثنائي قطب دائم أم لم تمتلكه فانها سوف تكتسبه عن طريق الحث حال وضعها داخل مجال كهربائي خارجي ، وبهذا فان العازل ككل أو جزيئة العازل المنفردة تصبح مستقطبة (وبالرغم من كونها متعادلة كهربائيا) انظر الشكل (5b-8) . من المهم ان نتذكر هنا انه في عملية الاستقطاب لا تحدث عملية نقل

للشحنات كما يحدث في الموصل دائماً إنما هي ازاحة الإلكترونات عن مواقع التوازن بمسافة تكون أقل بكثير من القطر الذري .

ان الشحنات السطحية المحتنة تظهر دائماً بطريقة يكون معها المجال المحتث ϵ_1 معاكساً للمجال الخارجي ϵ_0 الشكل (6 - 8) . وبهذا فإن محصلة المجال داخل العازل (ϵ) هي المجموع الجبري لكل من ϵ_1 , ϵ_0 . وانها تشير بنفس اتجاه ϵ_0 ولكنها أصغر منه . لذا فإن وضع العازل في مجال كهربائي سوف يعمل على إضعاف المجال الأصلي (الخارجي) داخل العازل .



الشكل (6 - 8) ادخال جسم عازل في المجال كهربائي لصفيحتين متوازيتين
 a - الشحنات السطحية المحتنة والمجال المرافق لها b - محصلة المجال ($\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1$)

5 - 8 تأثير العوازل على سعة المتسعة :

لاحظنا اعلاه ان وضع مادة عازلة بين لوحين المتسعة يؤدي الى إضعاف المجال الكهربائي لا الى إزالته ، وبهذا فإنه يسبب تناقصاً في فرق الجهد بالرغم من بقاء الشحنة ثابتة لا يتغير وذلك استناداً الى العلاقة ($V = \epsilon d$) . فإذا فرضنا ان فرق الجهد

بين اللوحين عند عدم وجود العازل هو (V_0) فإن فرق الجهد (V) بعد وضع العازل يكون

$$V = \frac{q_0}{\epsilon_r} = \frac{V_0}{\epsilon_r} \quad \dots (8-17a)$$

أو أن

$$\epsilon_r = V_0 / V \quad \dots (8-17b)$$

حيث تدعى ϵ_r بثابت العازل النسبي وهو عدد مجرد من الوحدات وتكون قيمته مساوية الى السماحية أوبصورة عامة الى ثابت العازل . فالمادة التي ثابت عزلها هو 2 في نظام c.g.s سوف تمتلك سماحية نسبية 2 وسماحية مطلقة ϵ مقدارها $\epsilon_r \epsilon_0$ أي $17.708 \times 10^{-12} = 2 \times 8.854 \times 10^{-12}$ فراد / متر

وباستخدام العلاقة $C = q/V$ ، يتضح تأثير وضع العازل بين لوحى المتسعة على قيمة السعة حيث تزداد الاخيرة بـ ϵ_r من المرات طالما ان شحنة المتسعة لا تتغير بادخال العازل. فاذا فرضنا ان C_0 تمثل سعة المتسعة ذات اللوحين المتوازيين عندما يكون الوسط بينهما هو الهواء فان مقدارها سيكون بعد وضع العازل ، هو

$$C = \epsilon_r C_0 \quad \dots (8-18)$$

ويمكن كتابة المعادلة 8-18 من بالشكل التالي :

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 L \quad \dots (8-19)$$

حيث يعتمد L على شكل المتسعة وتكون وحداته وحدات طول . فعلى سبيل المثال يكون $L = A/d$ للمتسعة ذات اللوحين المتوازيين ويكون $L = 2\pi l / \ln(b/a)$ للمتسعة الاسطوانية .

6-8 الاستقطاب والاستقطابية

سبق ان ذكرنا في البند (4-8) ان درجة التراصف لعزوم الثنائيات القطبية في المواد العازلة تزداد بزيادة شدة المجال الكهربائي الخارجى المسلط على هذه المواد . وبهذا فمن المناسب الافتراض ان عزم الجزيئة يتناسب مع شدة المجال الكهربائى المسلط . اي ان

$$\mu = \alpha \epsilon \quad \dots (8-20)$$

حيث يدعى ثابت التناسب (α) باستقطابية الجزيئة . فإذا كان عدد الجزيئات في وحدة الحجم هو N . وان كلا من هذه الجزيئات تمتلك عزما جزيئيا قدره μ . فان الاستقطاب P . الذي هو محصلة عزوم الثنائيات القطبية لوحدة الحجم سيكون

$$P = N\mu \quad \dots (8-21)$$

أو ان

$$P = N\alpha\epsilon \quad \dots (8-22)$$

نعوض قيمة P في المعادلة 8-14 لكي تصبح :

$$D = \epsilon_0\epsilon + N\alpha\epsilon \quad \dots (8-23)$$

وعند التعويض عن قيمة D من المعادلة (8-15) في المعادلة (8-23) . فاننا نحصل على

$$\epsilon_r = \left(1 + \frac{N\alpha}{\epsilon_0} \right) \quad \dots (8-24)$$

تشير المعادلة (8-22) الى نتيجة مهمة وهي امكانية الربط بين كمية يمكن قياسها (ϵ_r) وكمية جزيئية ليس بالامكان قياسها عمليا او حسابها مباشرة وهي الاستقطابية الجزيئية α كذلك تشير هذه المعادلة الى انه في حالة كون ($\alpha = 0$) فان ($\epsilon_r = 1$) وهي قيمة السماحية النسبية للفراغ . وبهذا فان الاستقطاب لا يمكن ان يحدث بدون وجود الوسط العازل .

عند التعويض عن $N = \frac{\rho N_A}{M}$ حيث ρ هي كثافة المادة العازلة . N_A عدد افوكادرو و M الكتلة الجزيئية . في المعادلة (8-24) فاننا نحصل على

$$\epsilon_r = 1 + \left(\frac{\rho N_A}{M\epsilon_0} \right) \alpha \quad \dots (8-25)$$

يتضح من هذه المعادلة (8-25) . ان ϵ_r تزداد خطيا مع ازدياد الكثافة ρ هذا التغير ل ϵ_r مع ρ يصبح فقط في الغازات . كما تشير الى ذلك النتائج العملية . حيث ان كثافة الغازات تتغير على مدى واسع وبهذا فان المعادلة اعلاه لاتصلح لحساب ϵ_r في حالة المواد الصلبة او المواد السائلة ذات الكثافات العالية . ان الاختلاف بين

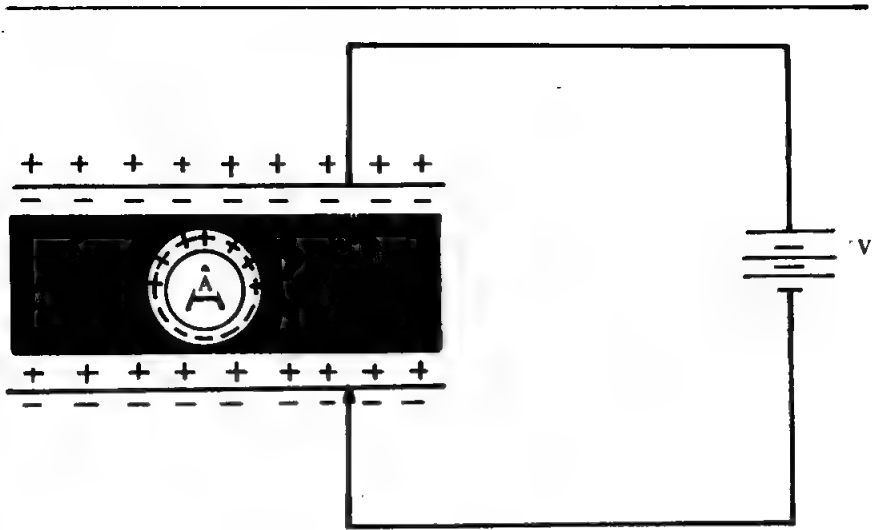
النتائج العملية المقاسة لـ ϵ_r وتلك المحسوبة من المعادلة (25 - 8) للمواد الصلبة يعود اساسا الى ان المجال الكهربائي المؤثر على الجزيئات ، في المعادلة (22 - 8) . هوليس بالضرورة ϵ دائما ، وانما يجب ان يستبدل بمجال آخر يدعى بالمجال المحلي ϵ_{loc} او المجال الاستقطابي .

7 - 8 المجال المحلي

سبق لنا ان افترضنا ، وبتقريب جيد ، ان المجال المؤثر على الجزيئات في الغازات هو المجال الخارجي ϵ_0 . في المواد الصلبة وكذلك في بعض السوائل تكون المسافات البينية الفاصلة بين الذرات من مرتبة بعض الانكسترومات . وبذلك فان الذرات في هذه المواد لا تتأثر بالمجال الخارجي فقط وانما تتأثر ايضا بالمجالات الكهربائية الاخرى المتولدة بفعل الثنائيات القطبية المجاورة . ونتيجة للمدى الطويل لقوى كولوم . فان هذه التأثيرات الاخرى لا يمكن اهمالها . ان المشكلة الاساسية في نظرية العوازل السائلة منها والصلبة . هي حساب المجال الكهربائي المؤثر عند مواقع هذه الذرات . هذا المجال يدعى بالمجال المحلي (local field) ϵ_{loc} والذي يختلف عن المجال الخارجي ϵ_0 .

يتضح مما جاء اعلاه ان حساب المجال المحلي . الذي يؤثر على ثنائي قطب معين في وسط عازل . يمكن ان يتم من خلال حساب التأثير الكلي للاستقطاب في الوسط العازل كله على هذا الثنائي القطبية . سناخذ هنا . على سبيل المثال : وسطاً عازلاً ذا تركيب بلوري مكعب وكذلك نتبع نفس الطريقة التي اقترحها لورنتز (Lorentz) لحساب المجال المحلي في المادة الصلبة الواقعة تحت تأثير مجال خارجي ϵ_0 .

لقد اقترح لورنتز ان ابسط طريقة لحساب قيمة ϵ_{loc} هو ان نفترض ان كرة صغيرة من المادة قد ازيلت من الوسط الذي تقع فيه مخلفة وراءها بذلك . فجوة كروية يقع الثنائي القطبية في مركزها . ويمثل هذا الاخير نقطة الاصل . كذلك افترض ان نصف قطر هذه الفجوة كبير . بالنسبة لقطر الذرة . بحيث ان المصفوفات من الثنائيات القطبية الواقعة خارج هذه الفجوة يمكن ان تعتبر كوسط متواصل (continuum medium) انظر الشكل (7 - 8) .



الشكل (7 - 8) حساب المجال المحلي بطريقة إزالة كرة (A) داخل المادة العازلة

ان المجال المحلي عند النقطة A يمثل المجموع الجبري للمجالات الاربعة

$$\epsilon_{10c} = \epsilon_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad \dots (8-26)$$

حيث يمثل ϵ_0 المجال الخارجي العائد الى الشحنات الواقعة على السطح الخارجي للمتعة . وذلك هو

$$\epsilon_0 = D/\epsilon_0 \quad \dots (8-27)$$

او ان

$$D = \epsilon_0 \epsilon_0 \quad \dots (8-28)$$

وعند التعويض عن قيمة D هذه في المعادلة (8 - 14) نحصل على

$$\epsilon_n = \epsilon + P/\epsilon_0 \quad \dots (8-29)$$

ϵ_1 هو المجال المسلط على الثنائي القطبية بسبب من الشحنات المستقطبة على سطحي الوسط العازل ، ذلك هو ان

$$\epsilon_1 = - \frac{P}{\epsilon_0} \quad \dots (8-30)$$

ويدعى هذا المجال بمجال ازالة الاستقطاب (depolrization field) وذلك
 لانه يعاكس المجال الخارجي . ان قيمة هذا المجال تعتمد على الشكل الهندسي للسطح
 الخارجي . وفي حالة صفيحة متناهية في الطول يكون هذا المجال مساوياً الى $\left(-\frac{P}{\epsilon_0}\right)$
 ϵ_2 يمثل شدة المجال عند النقطة A بسبب الثنائيات القطبية الاخرى الواقعة في فجوة
 لورنتز . ويتم ايجاد قيمته من جمع المجالات للثنائيات المنفردة الواقعة في الفجوة
 باستخدام قانون كولوم . ان النتيجة النهائية سوف تكون معتمدة على التركيب البلوري
 للمادة الصلبة الواقعة تحت الدراسة ، وفي حالة البناء البلوري المكعب فان المجموع
 الجبري لهذه المجالات يساوي صفراً بسبب من التناظر ، ذلك هو ان (صفر = ϵ_2) .
 ϵ_3 يمثل شدة المجال بسبب من الشحنات المستقطبة الواقعة على سطح فجوة لورنتز
 هذا وقد تم حساب ϵ_3 بواسطة لورنتز وكما يلي ! -

الشكل (8-8) يمثل رسماً مكبراً لفجوة لورنتز . فاذا كانت dA تمثل المساحة
 السطحية لمقطع دائري نصف قطره r تقع بين ϕ , $d\phi$, ϕ فان

$$dA = 2\pi r \sin\phi r d\phi \quad \dots (8-31)$$

او ان

$$dA = 2\pi r^2 \sin\phi d\phi \quad \dots (8-32)$$

الشحنة dq الواقعة على المساحة السطحية dA تكون مساوية الى المركبة العمودية
 للاستقطاب مضروبة بالمساحة السطحية ، ذلك هو ان

$$dq = P \cos\phi dA = 2\pi r^2 P \sin\phi \cos\phi d\phi \quad \dots (8-33)$$

المجال العائد الى الشحنة (dq) عند النقطة A والذي يمثل $d\epsilon_3$ في اتجاه (صفر = ϕ)
 يكون مساوياً الى

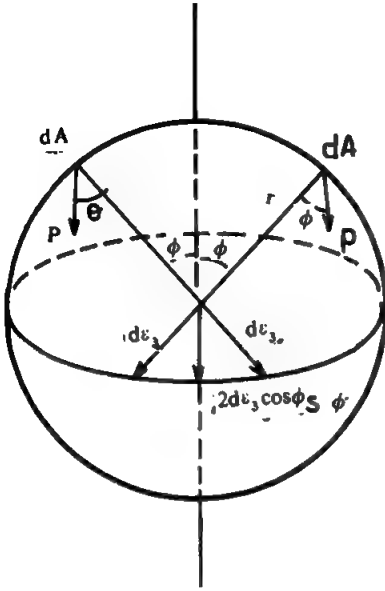
$$d\epsilon_3 = \left(\frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) (\cos\phi) \quad \dots (8-34)$$

وبالتعويض عن dq من المعادلة (8-33) في المعادلة (8-34) ، نحصل على

$$d\epsilon_3 = \frac{P \cos\phi}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 2\pi r^2 \sin\phi \cos\phi d\phi \quad \dots (8-35)$$

وبعد التبسيط ، نجد ان

$$d\epsilon_3 = \frac{P}{2\epsilon_0} \cos^2\phi \sin\phi d\phi \quad \dots (8-36)$$



الشكل (8 - 8) صورة مكبرة لفجوة لورنتز

لذا فان المجال الكلي ϵ_3 بسبب مجموع الشحنات الكلي المتراكم على السطح الخارجي للفجوة والذي يمكن الحصول عليه بواسطة التكامل ، حيث ان حدود التكامل هو من صفر $\phi = 0$ الى $\phi = \pi$ ، اي ان

$$\epsilon_3 = \int_0^\pi \frac{P}{2\epsilon} \cos^2 \phi \sin \phi d\phi \quad \dots (8-37)$$

او ان

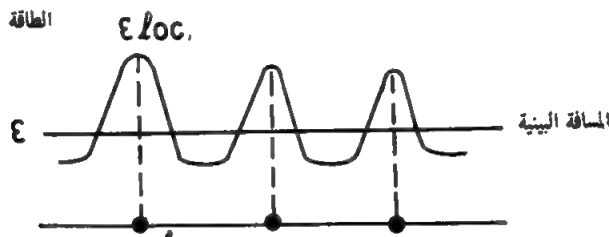
$$\epsilon_3 = - \frac{P}{6\epsilon_0} (\cos \phi)^3 \Big|_0^\pi = \frac{P}{3\epsilon_0} \quad \dots (8-38)$$

وعند التعويض عن قيم كل من $\epsilon_3, \epsilon_2, \epsilon_1, \epsilon_0$ ، في المعادلة (8 - 24) نحصل على

$$\epsilon_{loc} = \epsilon + \frac{P}{3\epsilon_0} \quad \dots (8-39)$$

ان الفرق بين المجال ϵ ، والذي يعرف بمجال ماكسويل (Maxwell field) وبين المجال المحلي ϵ_{loc} هو ان الاول يعتبر مجالاً يمكن قياسه ، ذلك ان هذا المجال يمثل معدل القيمة لعدد من المجالات الواقعة على عدد كبير من الجزيئات وبهذا فانه يظهر ثابتاً خلال الوسط - انظر الشكل (8 - 9) . من جهة اخرى ، يعتبر المجال المحلي ϵ_{loc}

مجالاً مكرسكوبي ، لا يمكن تحديد قيمته ، وذلك لان هذا المجال يتغير بشكل كبير داخل الوسط العازل - الشكل (9 - 8) - يلاحظ ان قيمة هذا المجال هي اكبر ما يمكن عند مواقع الجزئيات وبهذا فان الجزئيات تكون مستقطبة بشكل اكبر عند وجود هذا المجال .



الشكل (9 - 8) الفرق بين مجال ماكسويل (E) والمجال المحلي E_{loc} : الدوائر تمثل مواقع الجزئيات

دعنا الان نستخرج ثابت العازل للمواد الصلبة من المعادلة (20 - 8) ، حيث $P = N\alpha\epsilon$ ولكن بعد استبدال ϵ بـ ϵ_{loc} اي

$$P = N\alpha\epsilon_{loc} \quad \dots (40 - 8)$$

وبعد التعويض عن ϵ_{loc} من المعادلة (39 - 8) نحصل على

$$P = \left(\frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \right) \epsilon \quad \dots (41 - 8)$$

يلاحظ في المعادلة اعلاه ان المقام هو اقل من واحد مما يعزز المساهمة الاستقطابية . ان هذه الزيادة في الاستقطاب هي بسبب استخدام ϵ_1 بدلا من ϵ . وعند التعويض عن P هذه في المعادلة (15 - 8) سوف نجد ان ثابت العازل للمواد الصلبة يعطي بواسطة

$$\epsilon_r = \left(\frac{1 + \frac{2}{3\epsilon_0} N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}} \right) \quad \dots (42 - 8)$$

وغالبا ما تكتب المعادلة اعلاه بالصيغة التالية :

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_0} \quad \dots (8 - 43)$$

والتي تدعى بعلاقة كلاوس - موستا . كذلك بالامكان كتابة هذه المعادلة بالصيغة

$$\frac{M}{\rho} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) = \frac{N_A \alpha}{3\epsilon_0} \quad \dots (8 - 44)$$

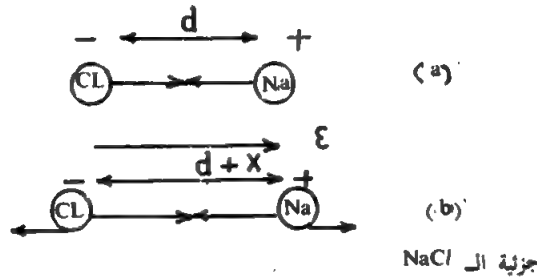
والتي توضح ان خاصية الاستقطاب (α) يمكن حسابها من كميات بالامكان قياسها M, ρ, ϵ_r وان الحد الذي على يمين المعادلة (8 - 44) يدعى بالاستقطابية المولية (molar Polarizability) .

8 - 8 مصادر الاستقطاب

يحدث الاستقطاب في كل المواد ، ذلك لان حدوثه يرتبط بوجود الجزيئات التي هي بمثابة طابوق البناء لهذه المواد . فعندما يؤثر المجال الكهربائي على مثل هذه الجزيئات ، فان الشحنات الموجبة (النوى) سوف تنحاز باتجاه المجال بينما تنحاز الشحنات السالبة (الالكترونات) بالاتجاه المعاكس لاتجاه المجال ، وبهذا فان النتيجة هي فصل الشحنات المتعاكسة عن بعضها اي : استقطاب الجزيئة . مما تقدم يتبين لنا ان الاستقطاب يعتمد على بناء الجزيئات نفسها وبهذا فاننا نستطيع القول ان هناك انواعا مختلفة من الاستقطاب تبعا لتركيبة الجزيئات المستقطبة في المواد . فاذا امتلكت الجزيئات عزما دائما حتى في حالة غياب المجال الكهربائي فتدعى بالجزيئات الثنائية القطبية او المواد الثنائية القطبية . في هذه المواد وبالرغم من حقيقة ان الجزيئات المنفردة فيها تمتلك عزوما دائمية ، فان صافي الاستقطاب يكون صفراً بسبب ان العزوم الجزيئة تكون عشوائية الاتجاهات مما يؤدي الى الغاء عزوم بعضها البعض الاخر . اما عند تسليط المجال على هذه المواد فان الثنائيات القطبية سوف تميل باتجاه المجال ، وكما نوهنا في السابق ، مؤدية الى بروز استقطابية تدعى باستقطابية الثنائيات القطبية اوالاتجاهية (α_d) .

اما في حالة امتلاك الجزيئة على اواصر ايونية ، فان المجال يعمل عندئذ على زيادة اطوال هذه الاواصر وذلك عن طريق ازاحة الايون الموجب (Na^+) ، كما هي عليه الحال في جزيئة $NaCl$ ، الى اليمين والايون السالب (Cl^-) الى اليسار - انظر الشكل (10 - 8) مؤديا بذلك الى زيادة طول الاصرة الايونية . ان النتيجة لهذا التغير هو توليد عزم ثنائي

قطبي صافي في الجزيئة لم يكن موجوداً في السابق . وحيث ان الاستقطاب هنا هو بسبب الازاحة النسبية للايونات ذات الشحنات المتعاكسة وتدعى هذه العملية بالاستقطابية الايونية (α_i) .



الشكل (8-10) a - قبل تسليط المجال b - بعد تسليط المجال وحصول الاستقطاب الايوني

النوع الثالث من الاستقطاب يحدث بسبب من الاستقطاب الذاتي للجزيئات او الذرات نفسها بواسطة المجال . وذلك هو ان الالكترونات في المدارات الذرية سوف تنزاح الى اليسار بالنسبة الى النواة انظر الشكل (8-11) . هذا النوع يدعى الاستقطابية الالكترونية (α_e) .

مما جاء اعلاه ، يصح القول ان الاستقطابية الكلية (α) هي

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_i + \alpha_e \quad \dots (8-45)$$



الشكل (8-11) (a) ذرة غير مستقطبة (b) ذرة مستقطبة بفعل المجال

لك هو α تمثل المجموع الكلي للمساهمات الثنائية القطبية ، الايونية والالكترونية . ومع ان الاستقطابية الالكترونية تصاحب كل المواد الا ان حضور الاستقطابية الايونية او الثنائية القطبية يعتمد على نوع المادة الواقعة تحت تأثير المجال . فالاستقطابية الايونية تتواجد عادة في المواد الايونية بينما تتواجد الاستقطابية الثنائية في المواد الثنائية القطبية من جهة اخرى ، في البلورات التساهمية مثال ذلك السليكون والجرمانيوم والتي هي ليست ايونية او ثنائية القطبية فان الاستقطاب لا يعدو عن كونه ، في هذه المواد ، الكتروني

ان دراسة الاستقطابية المختلفة وايجاد القيم النسبية لكل منها سوف يزودنا بمعلومات مهمة حول البناء الذري الداخلي للمواد المختلفة . اما مسألة التمييز بين الانواع المختلفة للاستقطابية فيتاني من حقيقة ان لكل منهما سماتها الخاصة التي تميزها عن الاخرى فالاستقطابية الثنائية على سبيل المثال ، تظهر اعتمادا قويا على درجة حرارة المادة خلافا للاستقطابيتين الايونية والالكترونية

لهذا كله ولغرض التعرف على خصائص كل منهما بصورة اكثر تفصيلا ، سنحاول الان ان نوضح الكيفية التي يتم بها حساب هذا الاستقطابيات الثلاث كل على انفراد :-

2. - الاستقطابية الالكترونية Electronic Polarizability

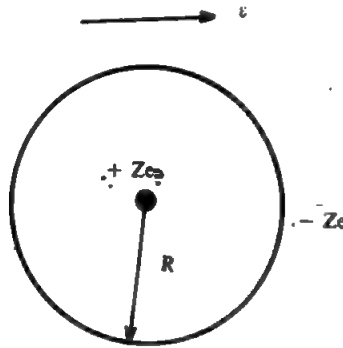
تعرف الاستقطابية الالكترونية على انها اجهاد في الذرة . ولدراسة الاجهاد في الذرة بسبب من تسليط المجال الكهربائي ، علينا ان نختار نموذجا معينا للذرة . سنأخذ هنا النموذج الكلاسيكي ، نموذج بور للذرة ، وسنقتصر عليه ، ذلك لان النتيجة النهائية لكلا النموذجين ، الكلاسيكي والكمي ، هي واحدة . كذلك سنفترض ان التفاعل بين الثنائيات القطبية المتجاورة معدوم . لذا فان المعالجة الرياضية الحالية هي صحيحة فقط في حالة الغازات التي تكون فيها المسافات البينية بين الذرات كبيرة نسبيا ولذلك يمكن اهمال التفاعل بين الذرات .

طبقا لنظرية بور فان النواة في الذرة المعزولة تحتوي على (Ze) من الشحنات الموجبة . وللحفاظ على تعادل الذرة ، يفترض ان هناك Z من الالكترونات تدور حول النواة . ولنفترض ان الشحنات الالكترونية $(-eZ)$ موزعة بانتظام خارج النواة وفي حجم كرة نصف قطرها R ، الشكل (12-8) . حيث يمثل R نصف قطر الذرة .

الكثافة الحجمية للشحنة الالكترونية (ρ) يعبر عنها بواسطة

$$\rho = - \frac{Ze}{4 \left(\frac{\pi}{3} \right) R^3} \quad \dots (8-46)$$

عند وضع مثل هذا النموذج الذري في مجال كهربائي على افتراض ان الذرة ، لا تمتلك الكثرونات حرة قادرة على الانقلاب تحت تأثير المجال ، الا ان الذي يحدث هنا هو ان النواة والالكثرونات سوف تتأثران بقوتين متعاكستين الاتجاه (يمتلكان شحنات متعاكسة) تعملان على ازاحة النواة باتجاه المجال والالكثرونات في الاتجاه المعاكس . وعليه فان النتيجة هي فصل مركز الشحنات لكل من النواة والالكثرونات عن بعضها مؤدية بذلك الى استقطاب الذرة .



الشكل (8-12) رسم تخطيطي للذرة

من جهة اخرى فان قوى الجذب الكهروستاتيكية بين الالكثرونات والنواة سوف تحاول اعادة كل منهما الى وضعهما السابق وبهذا فان حالة من التوازن تتولد ولكن هذه المرة يكون للذرة عزم ثنائي محث ويكون مساويا الى

$$\mu_e = \alpha_e e \quad \dots (8-47)$$

حيث تمثل α_e الاستقطابية الالكترونية . للحصول على فكرة ما عن قيمة (α_e) . دعنا نفترض ان الازاحة النسبية للنواة كانت d انظر الشكل (8-13) . ان القوة الاسترجاعية ، قوى كولوم ، التي تؤثر على النواة بسبب من وجود الشحنة السالبة $\rho \left(\frac{4}{3} \pi \right) d^3$ ، الواقعة في كرة نصف قطرها d هي

$$F = \frac{(Ze d^3) Ze}{4\pi \epsilon_0 d^2 R^3} = \frac{Z^2 e^2 d}{4\pi \epsilon_0 R^3} \quad \dots (8-48)$$

في حالة التوازن لدينا ان

$$Zed = \frac{Z^2 e^2 d}{4\pi \epsilon_0 R^3} \quad \dots (8-49)$$

او ان

$$4\pi \epsilon_0 R^3 = Zed \quad \dots (8-50A)$$

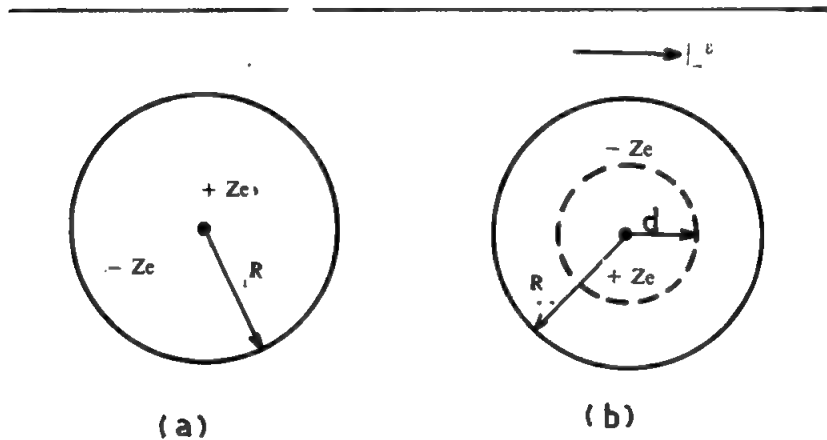
وحيث ان

$$\mu = \alpha_e e = Zed$$

لذا فان

$$\alpha_e = 4\pi \epsilon_0 R^3 \quad \dots (8-50B)$$

اي ان α_e تتناسب طرديا مع R^3 وان وحداتها هي وحدات حجم لذا فان قيمة α_e تكون من مرتبة 10^{-24} سم³ في حالة كون R يساوي 10^{-8} سم



الشكل (8-13) نموذج ذري للاستقطاب الالكتروني

a - بدون وجود المجال الكهربائي

b - عند تسليط المجال الكهربائي

b الاستقطابية الايونية Ionic Polarization

بالامكان التعبير عن الاستقطابية الايونية ، كما هو الحال في الاستقطابية الالكترونية بانها اجهاد الكتروني يتولد في مركب كيميائي يمتلك الصفة الايونية ويتم حدوثه عند وقوع هذا المركب تحت تأثير مجال كهربائي . دعنا نأخذ مركبا ايونيا نموذجيا هو كلوريد الصوديوم (NaCl) في هذا المركب يمتلك الصوديوم (11) الكترونات حول النواة بينما يمتلك الكلور (17) الكترونات حول النواة ، وبهذا فان المدار الاكثر بعدا في ذرة الصوديوم يحتوي على الكترون واحد يقضي معظم وقته بالقرب من نواة الكلور مؤدياً بذلك الى جعل الصوديوم موجبا والكلور سالبا . وحيث ان الاصرة بين ايون الصوديوم وايون الكلور هي ايونية في طبيعتها ولهذا فانه حتى في حالة غياب المجال الكهربائي فان ذرتي ايون الصوديوم Na^+ والكلور Cl^- تكون مفصولتان عن بعضهما بمسافة مكونة بذلك عزم ثنائي قطب دائم يساوي حاصل ضرب الشحنة في المسافة الفاصلة بين الايونين .

اما في حالة تسليط المجال الكهربائي E فان الايون الموجب سوف يتزاح باتجاهه بينما يتزاح الايون السالب بعكس الاتجاه مسببا بذلك الى زيادة في طول الاصرة الايونية ان هذا التغير في المسافة الفاصلة بين الايونين يؤدي الى ظهور استقطابية اضافية في الجزيئات الايونية والتي تدعى بالاستقطابية الذرية او الايونية وذلك لانه يحدث نتيجة للازاحة الحاصلة في الذرات نفسها داخل الجزيئة . العزم الثنائي المستقطب (μ_i) والناتج عن الازاحة المرنه للايونات داخل الجزيئة يمكن التعبير عنه كذلك بواسطة المعادلة (47 - 8) ولكن مع استبدال α_i بـ α_i لذا فان

$$\mu_i = \alpha_i E \quad (51 - 8)$$

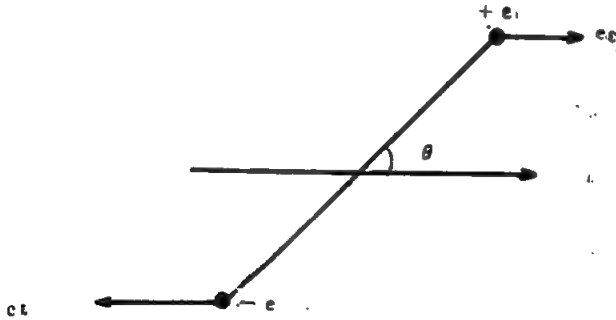
على اية حال . تكون α_i . كما سنرى لاحقا . ثابتة عند الترددات الواطئة وتكون قيمتها لمعظم الجزيئات بحدود 10^{-40} من قيمة e .

c - الاستقطابية الاتجاهية Orientational Polacization

سنحاول هنا دراسة الاستقطابية الاتجاهية الناشئة بسبب التغير الذي يحدث في اتجاهات الثنائيات القطبية الدائمة تحت تأثير مجال خارجي ثابت القيمة (D.C) وستقتصر في دراستنا هنا على الحالات التي تكون فيها الجزيئات حرة الحركة وكذلك على افتراض ان التفاعل بين هذه الجزيئات يمكن اهماله . ذلك هي حالتنا السوائل والغازات .

لقد تناول ديبي (Deby) عام 1912 هذا الموضوع بالبحث فأثبت انه اذا افترضنا ان الجزيء يمكن ان يكون له عزم ناشئاً عن ثنائي قطب دائم فانه يمكن بذلك تفسير ارتفاع قيم ثوابت العازل للماء والكحول والسوائل المشابهة لها . كذلك يصبح بالامكان تفسير العلاقة بين تغير ثابت العازل ودرجة حرارة المادة .

فاذا اخذنا على سبيل المثال ، حالة غاز يحتوي على عدد كبير من الجزيئات ، كل منها يمتلك عزم ثنائي دائم (μ_d) ، فان اتجاه هذه الثنائيات سوف تكون عشوائية في حالة عدم وجود مجال خارجي وبهذا فان النتيجة هي انعدام هذا العزم الثنائي القطبي ذلك لان المحصلة النهائية لجميع هذه العزوم سوف تكون صفراً . ما في حالة تسليط مجال كهربائي خارجي فان هذا المجال سوف يعمل عندئذ . على تدوير هذه العزوم باتجاهه - انظر الشكل (14 - 8) مؤدياً بذلك الى ظهور استقطابية تعرف بالاستقطابية الاتجاهية او الاستقطابية الثنائية القطبية .



الشكل (14-8) الزخم الزاوي الناتج من تسليط المجال الخارجي (E) . على الثنائي القطبية

ان التأثير الذي يحدثه المجال الكهربائي على الثنائيات القطبية للانتظام في اتجاه واحد سوف يقابل بالطاقة الحركية الكبيرة لهذه الجزيئات ، خاصة عند الدرجات الحرارية العالية ، والتي تعمل على زيادة اهتزاز الذرات حول مواقعها في الشبكة . عليه فان السؤال هو: - ما هو معدل قيمة حركية العزم الثنائي لكل جزيء . في اتجاه المجال المسلط ، عند الدرجة الحرارية T ؟ للاجابة على هذا السؤال سوف نفترض ان الثنائي القطبية يمتلك حرية الدوران . لذا فاننا والحالة هذه بصدد مسألة بسيطة من مسائل الميكانيك الاحصائي .

طبقاً للميكانيك الاحصائي ، فان الاحتمالية للنثائي القطبية لعمل زاوية تقع بين θ و $\theta + d\theta$ مع المجال الكهربائي تتناسب مع

$$2\pi \sin \theta d\theta \exp \{ (\mu \epsilon \cos \theta) / K_B T \} \quad \dots (8-52)$$

حيث تمثل $2\pi \sin \theta d\theta$ الزاوية المجسمة الواقعة بين θ و $\theta + d\theta$ وبما ان الطاقة الكامنة لنثائي القطبية يعمل زاوية θ مع المجال المسلط ϵ . الشكل (8-14) هي :-

$$-\mu \cdot \epsilon = -\mu \epsilon \cos \theta \quad \dots (8-53)$$

لذا فان معدل القيمة لمركبة العزم النثائي القطبية باتجاه المجال تكون مساوية الى

$$\mu \langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^\pi \mu \cos \theta \sin \theta d\theta \exp \{ (\mu \epsilon \cos \theta) / K_B T \}}{\int_0^\pi \sin \theta d\theta \exp \{ (\mu \epsilon \cos \theta) / K_B T \}}$$

لحساب هذا التكامل دعنا نفترض أن

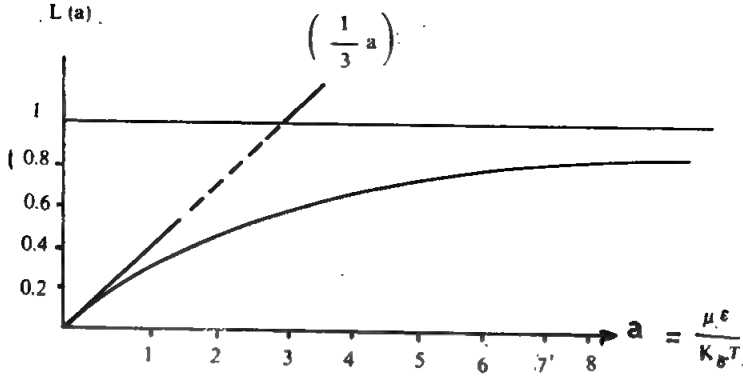
$$(\mu \epsilon / K_B T) = a \quad \text{وكذلك} \quad (\mu \epsilon / K_B T) \cos \theta = x$$

وبعد التبسيط نحصل على

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{1}{a} \frac{\int_{-a}^{+a} x e^x dx}{\int_{-a}^{+a} e^x dx} = \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a} = L(a) \quad \dots (8-55)$$

الدالة $L(a)$ تدعى بدالة لنجفان (Langevin function) . في الشكل

(8-15) رسمت الدالة $L(a)$ كدالة $L(a) = \mu \epsilon / K_B T$ لاحظ أن قيمة $L(a)$ تصل قيمة الاشباع (الواحد) عندما تكون a كبيرة اي عندما يكون المجال الكهربائي المسلط كبيراً جداً. هذا يعني الانحياز الكامل للنثائي القطبية باتجاه المجال او ان $\mu = \mu$ من جهة اخرى . عندما تكون شدة المجال غير كبيرة وكذلك درجة الحرارة



الشكل (8-15) يوضح رسم دالة لانجفان $L(a)$ مع $a < 1$

ليست مرتفعة فإن $a < 1$ أو ان $\mu \epsilon < k_B T$. تحت هذه الظروف تكون $L(a) = \frac{a}{3}$ وبذلك فإن :

$$\mu \langle \cos \theta \rangle = (\mu^2 / 3 k_B T) \epsilon \quad \dots (8-56)$$

وحيث أن $P = \mu N$ ، لذا فإننا نستطيع القول ان

$$P_d = \frac{N \mu^2}{3 k_B T} \epsilon \quad \dots (8-57)$$

من المعادلة (8-57) يتوضح ان الاستقطاب الاتجاهي يتناسب طرديا مع شدة المجال الكهربائي المسلط ϵ وعكسيا مع درجة حرارة المادة كذلك يتناسب مع مربع العزم الثنائي القطبية الدائمي .

وباستخدام المعادلة (8-22) نجد ان الاستقطابية الاتجاهية هي :

$$\alpha_d = \mu^2 / 3 k_B T \quad \dots (8-58)$$

ان وحدات القياس لعزم ثنائي القطبية هي الديباي . ذلك هو ان $(1D = 3.33 \times 10^{-30} \text{ coulomb})$

بقي ان نذكر اخيرا ان الاستقطاب الكلي . الذي يشتمل على الانواع الثلاث للاستقطاب . هو

$$P = P_e + P_i + P_d \quad \dots (8-59)$$

وعند التعويض عن $P = N\alpha$ وكذلك عن قيمة α_e من المعادلة (22) نجد ان

$$P = N(\alpha_e + \alpha_i + \mu^2 / 3K_B T) \epsilon \quad \dots (8-60)$$

لدينا من المعادلة (8-17) ان

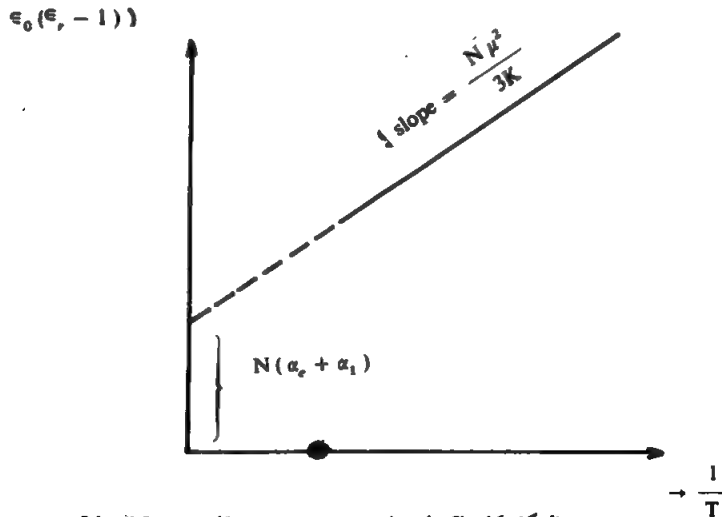
$$P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon$$

وعند المساواة نحصل على

$$\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) = N(\alpha_e + \alpha_i + \mu^2 / 3K_B T) \quad \dots (8-61)$$

تشير المعادلة (8-61) ان تغير $(\epsilon_r - 1)$ مع $\frac{1}{T}$ هو تغير خطي ، وبذلك فانه يصبح بالامكان التحقق من وجود الثنائي القطبية الدائم في المادة من خلال قياس ثابت العازل النسبي للغاز او السائل كدالة لدرجة الحرارة . وعند رسم $(\epsilon_r - 1)$ على المحور الصادي وعلى المحور السيني $\frac{1}{T}$ فان انحدار الخط المستقيم الشكل (8-16) سوف يساوي $\frac{N\mu^2}{3K_B T}$ وحيث ان K_B هو ثابت و N يسهل حسابه ، لذا فانه يصبح بالامكان حساب العزم الثنائي القطبية μ كذلك من الممكن حساب $(\alpha_e + \alpha_i)$ ، حيث ان تقاطع الخط المستقيم مع $\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)$ يساوي $N(\alpha_e + \alpha_i)$

ومع ان المعادلة (8-28) خاصة بالمواد الغازية والسائل الا انه بالامكان استخدامها مع المواد الصلبة بشرط استبدال ϵ بـ ϵ_{loc} .



الشكل (8-16) التغير في $\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)$ مع مقلوب درجة الحرارة

١ - الاستقطابية المصطنعة :

تتميز الاستقطائيات الثلاث التي مر ذكرها ، الالكترونية والايونية والانجاهيمية بأن منشأها واحد وهو وجود الشحنات المرتبطة مع الذرات أو الجزيئات أو تلكم الشحنات الداخلة ضمن التركيب الذري لتلك المواد الصلبة منها والسائلة .

من جهة اخرى ، توجد في معظم البلورات عيوب - قد تكون على شكل ذرات شائبة أو فراغات في البلورة أو فقاعات هوائية في سائل أو مناطق غير متجانسة في المادة وقد تتخلل المادة حواجز تنجم عن هذه العيوب أو قد تكون الحواجز ناجمة عن وجود شقوق .

ان وقوع هذه الشوائب تحت تأثير مجال كهربائي ولكونها مشحونة ، سوف يمكنها من الانتقال خلال البلورة مما يجعلها سهلة الاصطياد من قبل العيوب الاخرى أو انها تتراكم عند هذه العيوب وبالتالي فانها تؤدي الى خلق تراكم محلي للشحنات والتي تعمل على بحث الشحنات معاكسة في الجهة الاخرى مؤدية بذلك الى نشوء ثنائيات قطبية في المادة . ان هذه الثنائيات سوف لا تقتصر على ذرة واحدة أو جزيئة بل تمتد ضمن مناطق كبيرة في المادة وتعتمد على تجانس المادة ومدى خلوها من العيوب أو الشوائب بخلاف الاستقطائيات الاخرى التي تعتمد على التركيب الكيماوي للمادة ومكوناتها وسمى هذه الاستقطابية بالاستقطابية المصطنعة وتحدث في الترددات الدقيقة وقد تمتد حتى الترددات الواطئة جداً بدون الموجات السمعية وذلك تبعاً لنوع العيوب أو فقد التجانس المسبب للاستقطاب .

9 - 8 ثابت العازل للمواد الصلبة والسائلة :

بعد ان تمت دراسة انواع الاستقطائيات التي تظهر في المواد العازلة فانه يصبح بالامكان تصنيف هذه المواد على اساس من هذه الاستقطائيات الى ثلاثة اقسام : -

(a) - مواد تمتلك استقطابية الكترونية (مواد غير ايونية وغير قطبية) .

هذه المواد تتكون من نوع واحد من الذرات مثال ذلك الماس والكبريت والجرمانيوم وتكون خالية من الايونات وكذلك الثنائيات القطبية الدائمة وعليه فان الاستقطابية الوحيدة التي تظهر في هذه المواد هي الاستقطابية الالكترونية ϵ ومن ثم فان

$$P = N\alpha_e \epsilon_i \quad \dots (8-62)$$

لدينا من المعادلة 8-16 أن

$$P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon_i \quad \dots (8-16)$$

ومن المعادلة (8-37) أن

$$\epsilon_i = \epsilon + \frac{P}{3\epsilon_0} = \epsilon + \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon}{3\epsilon_0}$$

أو أن

$$\epsilon_i = \epsilon + \frac{\epsilon_r \epsilon}{3} - \frac{\epsilon}{3} \quad \dots (8-63)$$

أي أن

$$\epsilon_i = \left(\frac{\epsilon_r + 2}{3} \right) \epsilon \quad \dots (8-64)$$

وعند التعويض عن قيمة P من المعادلة (8-16) وعن ϵ_i من المعادلة (8-64) في المعادلة (8-62) نحصل على

$$P = N\alpha_e \left(\frac{\epsilon_r + 2}{3} \right) \epsilon = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon \quad \dots (8-65)$$

أو أن

$$\frac{N\alpha_e}{3\epsilon_0} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \quad \dots (8-66)$$

هذه المعادلة تعرف بمعادلة كلاوس-موسا وهي تربط بين الاستقطابية المولية أي الاستقطابية لكل مول من المادة وبين ثابت العازل النسبي. أي تربط بين كمية لا يمكن قياسها وبين كمية يمكن قياسها وهي تصلح تماماً في الغازات وكذلك السوائل حيث تكون الجزينات متباعدة عن بعضها الاخر ويكون تأثير بعضها على الاخر مهملاً.

(b) مواد أيونية ولكن غير قطبية :-

تحتوي هذه المواد على نوعين من الذرات كما هو الحال في بلورة كلوريد البوديوم ولكنها لا تحتوي على ثنائيات قطبية دائمية ومن ثم فإن الاستقطابية التي تظهر في هذه المواد تكون على نوعين :- أيونية والكثرونية :

إن سلوك هذه المواد يعتبر معقداً نوعاً ما ، فعلى سبيل المثال يكون المجال المحلي عند مواقع الشحنات الموجبة مختلفاً عن قيمة المجال عند الأيون السالب . وطبقاً لما جاء أعلاه ، فإن ثابت العازل النسبي الساكن ϵ_r يرتبط مع الاستقطاب بالعلاقة

$$P = N (\alpha_e + \alpha_i) \epsilon_i \quad \dots (8-67)$$

وقد سبق أن أثبتنا أن :

$$P = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon$$

وأن

$$\epsilon_i = \left(\frac{\epsilon_r + 2}{3} \right) \epsilon$$

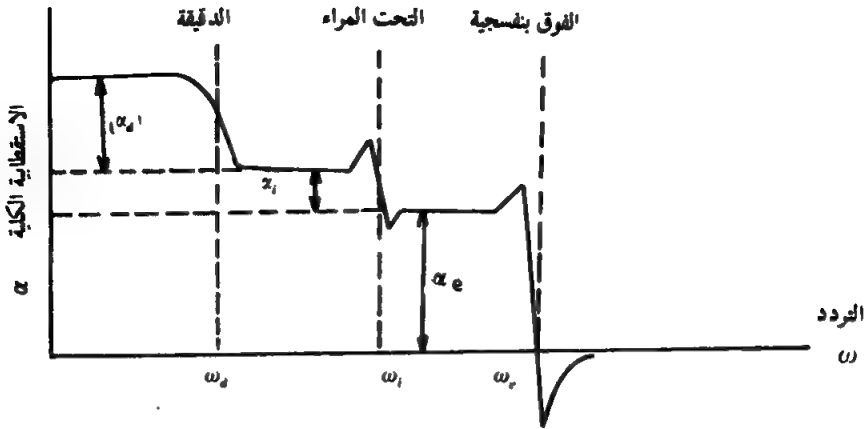
وعند التعويض نحصل على

$$N (\alpha_e + \alpha_i) \left(\frac{\epsilon_r + 2}{3} \right) \epsilon = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \epsilon \quad (8-68)$$

أو أن

$$\frac{N (\alpha_e + \alpha_i)}{3\epsilon_0} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \quad \dots (8-69)$$

لابد لنا ان نذكر ان الاستقطابية الايونية في هذه المواد ، تشكل جزءاً مهماً من الاستقطابية الكلية (الايونية + الالكترونية) وان تأثير هذه الاستقطابية يبدأ بالاضمحلال انظر الشكل (17 - 8) عندما يزيد التردد على 10^{15} هيرتز ، حيث لا يمكن للإيونات عند هذه الترددات من متابعة التغير السريع للمجال المسلط وبهذا يحدث انخفاض في قيمة الاستقطابية ويقع هذا التردد في المنطقة تحت الحمراء وعندما لا يبقى سوى تأثير الاستقطابية الالكترونية α_e - في هذه الحالة تكون قيمة العازل النسبي مساوية لـ n^2 حيث n معامل الانكسار - والتي تقل قيمتها هي الاخرى عند تجاوز حدود الترددات فوق البنفسجية .

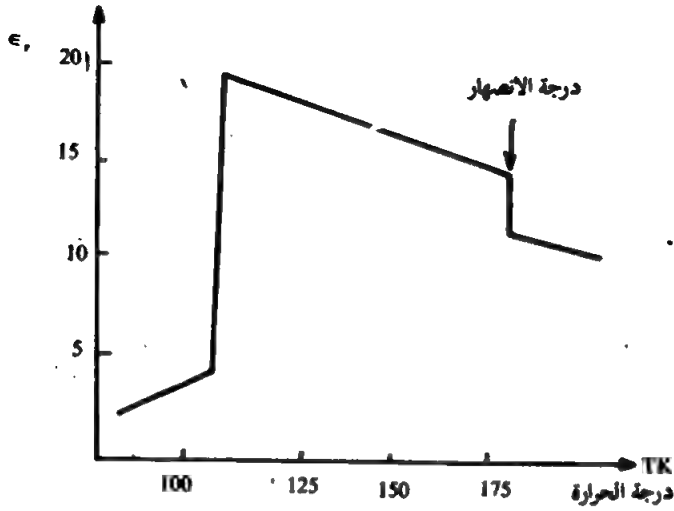


الشكل 17 - 8) تغير الاستقطاب مع التردد

c . مواد قطبية Polarmaterials

تمتلك هذه المواد عزوم ثنائيات قطبية دائمية وتكون هذه الثنائيات موزعة بصورة عشوائية بحيث أن محصلة العزوم النهائية - محصلة العزوم لوحدة الحجم أي الاستقطاب تساوي صفراً في حالة غياب المجال الكهربائي . أما في حالة تسليط المجال فإن هذه الجزيئات تميل للدوران استجابة للمجال ولكن في المواد الصلبة لا تمتلك الجزيئات نفس الحرية التي تحظى بها الجزيئات في المواد السائلة أو الغازية والحقيقة أن استجابة الجزيئات للدوران . يعتمد على نوع المادة الصلبة أي على نوع التفاعل بين الجزيئات نفسها وكذلك درجة الحرارة وشدة المجال المسلط ومن ثم فإنه لا توجد نظرية لربط P_0 مع شدة المجال المسلط

يبين الشكل (18 - 8) تغير ϵ_r مع درجة الحرارة لمادة كبريتيد الهيدروجين وهو بشكل حالة نموذجية لتغير ϵ_r مع T لمعظم المواد الصلبة . في حالة كبريتيد الهيدروجين تكون درجة الانصهار لهذه المادة هي 188 كيلفن وبين الشكل اعلاه ان ثابت العازل يستمر في الزيادة عند خفض درجة الحرارة وان هذه الزيادة تستمر حتى درجة الحرارة 103 كيلفن عندها تهبط قيمة ϵ_r بصورة حادة من القيمة 20 الى القيمة 3 ثم تستمر عليها مما يشير هنا الى أن الجزيئات تبدو وكأنها قد تجمدت في أماكنها .



الشكل (8-18) تغير ثابت العازل للمواد الصلبة مع درجة الحرارة

من جهة أخرى وعند ارتفاع درجة الحرارة الى الحد الذي تتحول فيه المادة الصلبة الى سائلة فإن ϵ_r تقل كذلك مع ازدياد درجة الحرارة . في هذه الحالة تمتلك الجزيئات حرية أكبر في الحركة مما يجعل تراصفها باتجاه واحد (اتجاه المجال الكهربائي المسلط) صعبا وبالتالي تقل ϵ_r كلما ازدادت درجة الحرارة .

8-10 الخواص الكهربائية للعوازل مع المجالات المتناوبة :

a- ثابت العازل المركب

لا بد ان القارئ قد ادرك الان ان الجهد المسلط والذي مر ذكره في البنود السابقة كان من نوع الجهد المستمر (d.c) عندما يكون الجهد المسلط على المتسعة جهداً متناوباً ($V = V_0 \sin \omega t$) . حيث أن $\omega = 2\pi f$ تمثل التردد الزاوي . فإن تياراً متناوباً سوف يسري في المتسعة وتكون قيمته تبعاً لقانون أوم . مساوية الى :

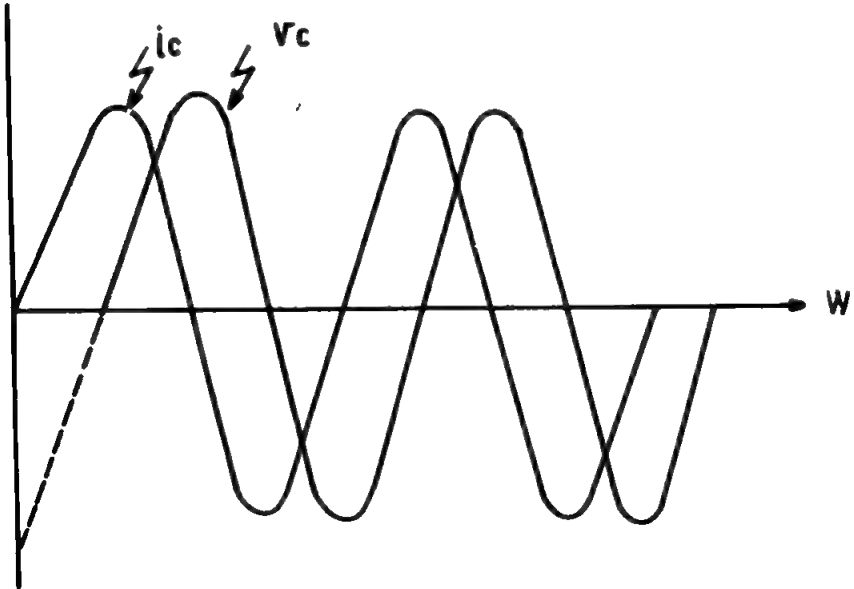
$$i = V/X_c$$

... (8-70)

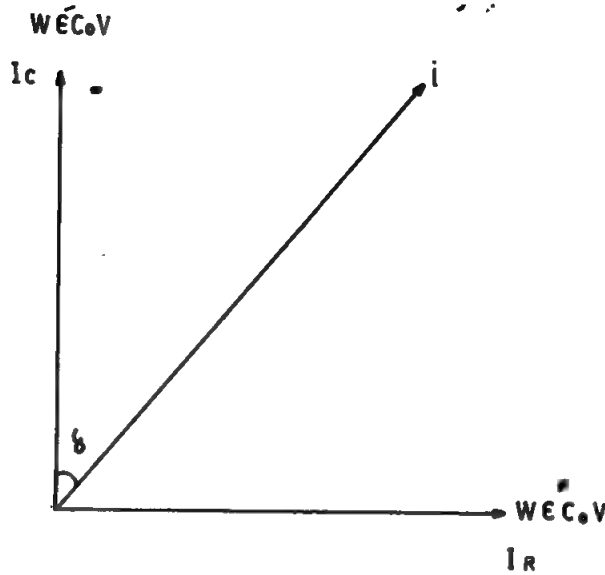
حيث تمثل X_c ممانعة المتسعة وتساوي $\frac{1}{j\omega C}$ وعند التعويض عن قيمة C نحصل على:

$$i = j\omega \epsilon_r C_0 \quad \dots (8-71)$$

أن ظهور الجذر الاصح $\sqrt{-1}$ في المعادلة اعلاه ، يشير الى أن هناك فرقاً في الطور ، بين الفولتية المسلطة على المتسعة والتيار المار فيها ، مقداره 90° . ذلك هو ان التيار المار في المتسعة يتقدم الفولتية المسلطة عليها بزاوية طور مقدارها 90° انظر الشكل (19-8) . هذا صحيح فقط للمتسعوات التي يكون الوسط العازل فيها هو الهواء . اما في المتسعوات التي تحتوي على العوازل الاخرى . فان زاوية الطور ليست بالضبط 90° وانما اقل من 90° بزاوية صغيرة تدعى δ . هذا الاختلاف في زاوية الطور يعود الى أن جزءاً صغيرة من التيار الكلي سوف يكون بنفس الطور مع الفولتية المسلطة أي انه يمر في مقاومة ويمثلة الجزء I_R من التيار الكلي - انظر الشكل (20-8) . أن التيار I_R أو تيار المقاومة غالباً ما يدعى بتيار التسرب وتشير قيمته الصغيرة جداً (10^{-15} - 10^{-20} أمبير) الى ان العوازل موصلات ضعيفة جداً للتيار .



الشكل (19-8) الفولتية والتيار في دائرة متسعة



الشكل (8 - 20) زاوية الطور في المواد العازلة

على ضوء ما تقدم يصبح بالامكان تمثيل المادة العازلة بدائرة كهربائية مكافئة تحتوي على متسعة ومقاومة مربوطتين على التوازي. الشكل (8 - 21) . وللتعبير عن هذا التمثيل حسابيا سنجعل من ثابت العازل النسبي قيمة مركبة ، ذلك هو أن

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon'' \quad \dots (8-72)$$

حيث يمثل ϵ' مركبة ثابت العازل النسبي الخاص بالمتسعة بينما يمثل ϵ'' التسرب او الفقدان في التيار . وبالتعويض عن ϵ هذه في المعادلة 8-71 نجد ان

$$i = j\omega (\epsilon' - j\epsilon'') C_0 V \quad \dots (8-73)$$

وعند كتابة التيار الكلي بدلالة مركبتيه ، ذلك هو ان

$$i = I_R + i I_C \quad \dots (8-74)$$

وعند المساواة نحصل على

$$\begin{aligned} I_R &= \omega \epsilon'' C_0 V \\ I_C &= \omega \epsilon' C_0 V \end{aligned} \quad \dots (8-75)$$

وبهذا فان عامل الفقدان الذي يمثله ظل الزاوية δ سوف يكون

$$\tan \delta = \epsilon'' / \epsilon' \quad \dots (8-76)$$

وتتراوح قيمة عامل الفقدان هذا ما بين 10^{-5} للعوازل الجيدة الى 0.1 للعوازل الرديئة

من الشكل (8-21) ومن المعادلة (8-75) يتبين لنا ان

$$I_R + jI_C = j\omega CV + \frac{V}{R} \quad \dots (8-77)$$

او ان

$$R = \frac{d}{\omega \epsilon_0 \epsilon'' A} \quad \dots (8-78)$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon' A}{d} \quad \dots (8-79)$$

ان تمثيل المتسعة العملية بمقاومة ومتسعة ووجود تيار بطور الجهد نفسه يعني ان المتسعة تبدد قدره (Power) قدرها ($V I_R$) او ($I_R^2 R$) وكلما اقتربت المتسعة من الحالة المثالية تضاعفت القدرة المفقودة حيث تقترب ϵ'' من الصفر وكذلك الزاوية δ .

كذلك يمكن التعبير عن الخاصية التي تتناول القدرة المفقودة في العازل بدلالة التوصيلية ذلك ان

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d}{A} \quad \dots (8-80)$$

حيث ان

$$\sigma = \omega \epsilon_0 \epsilon'' \quad \dots (8-81)$$

ومن الجدير بالذكر ان التوصيلية المذكورة اعلاه لاتمثل خاصية التوصيل التي تتصف بها المواد ، اي مدى قدرة هذه المواد على توصيل التيار الكهربائي وانما هي مقياس للقدرة المفقودة عند تسليط مجال متناوب عبر العازل اي مقياس لكمية الحرارة التي تولد نتيجة للاحتكاك بين الثنائيات بسبب الاصطدامات وبين الجزيئات الاخرى في المادة العازلة . ان هذا يعني ان بعض الطاقة سوف يتم

امتصاصها من المجال وعليه فاننا نجد ان σ تعتمد على التردد للمجال المسلط وبصورة عامة فان التوصلية تكون على نوعين التوصلية المستمرة σ_{dc} والمتناوبة او ان

$$\sigma = \sigma_{dc} + \sigma_{ac} \quad \dots (8-82)$$

حيث تمثل σ_{dc} توصلية المادة للتيار المستمر وتكون واطئة جدا في التيار بينما تشير σ_{ac} الى مقدار الفقد في العازل عند وقوع المواد العازلة تحت تأثير مجال متناوب .

مرة اخرى يتبين ان ϵ_r هي كمية غير حقيقية لكنها كمية مركبة :- تمتلك جزءاً حقيقياً يمثل ϵ_r' وهو مقياس للسعة والاستقطاب وجزءاً خيالياً ϵ_r'' وهو مقياس للفقد في العوازل .

بما تقدم يتضح ان سلوك العوازل مع المجالات المتناوبة هو أكثر تعقيداً ويؤدي وقوع هذه المواد تحت مثل هذه المجالات الى حدوث الفقدان في الطاقة (امتصاص من قبل العازل من المجال) وللتعرف على تأثير المجال المتناوب على العوازل فانه من المناسب التعرف اولاً على الاستقطابات الثلاث :- الالكترونية والايونية والاتجاهية المتناوبة.

a - الاستقطابية الالكترونية المتناوبة :-

دعنا نأخذ النموذج الذري الذي تعاملنا معه - الشكل (12 - 8) عند حسابنا للاستقطابية الالكترونية الساكنة .

لنفرض أن النواة تحتوي على شحنة موجبة $e +$ بدلا من $Z e -$ وان الالكترون يمثل قيمة من الشحنة $e -$ موزعة بالتساوي على حجم كرة نصف قطرها R . في حالة غياب المجال الكهربائي - وكما ذكرنا - يكون مركز الشحنات الموجبة $e +$ مطبقاً على مركز الشحنات السالبة $e -$ وبذلك فان الاستقطابية تكون معدومة .

لنفرض ايضاً أن القيمة الالكترونية تتحرك بالاتجاه المعاكس للمجال (تعتبر النواة ثقيلة بالنسبة للالكترون ومن ثم فانه يمكن اعتبارها ساكنة وان الحركة الناتجة عند تسليط مجال متناوب هي حركة الشحنة الغيمية للالكترون) وتتراوح بمقدار x بدلا من d في الشكل (13 - 8) عن موقعها الاصلي في حالة غياب المجال الكهربائي $x = 0$

وإذا ازيل المجال فجأة فإن القيمة الالكترونية سوف تبدأ بالحركة متجهة نحو المركز
 $x = 0$ بتعجيل $\frac{d^2x}{dt^2}$ يمكن حسابه من المعادلة التفاضلية :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{e^2 x}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad \dots (8-83)$$

حيث تمثل m كتلة النغمة الالكترونية و $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ قوة كولوم .
 المعادلة (8-83) يمكن اعادة كتابتها بالصيغة

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - ax \quad \dots (8-84)$$

والتي تمثل معادلة متذبذ توافقى بسيط حيث أن $a = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ ، وان حلها
 يأخذ الصيغة : -

$$x = A \sin (\omega_0 t + k) \quad \dots (8-85)$$

حيث يمثل k, A ثابتا التكامل و $\omega_0 = \left(\frac{a}{m}\right)^{1/2}$ يمثل تردد الرنين والذي يقع عند
 الترددات فوق البنفسجية من طيف الاشعة الكهرومغناطيسية .

تشير المعادلة (8-84) الى أن الالكترون يمكن أن يستمر بالتذبذب الى ما لا نهاية
 ذلك ان هذه المعادلة لم تأخذ في الاعتبار ان الالكترون جسم مشحون ومعجل وان
 بإمكانه اشعاع الطاقة وبالتالي فإنه يتوجب ادخال حد آخر الى المعادلة (8-84) يكافىء
 الفقدان في الطاقة ويمثل قوة التوهين (damping force) على الالكترون وبهذا
 فإن المعادلة (8-84) تتحول الى الصيغة : -

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = ax - 2b \frac{dx}{dt} \quad \dots (8-86)$$

حيث تمثل $2b \frac{dx}{dt}$ قوة التوهين و $2b$ ثابت التوهين ويكون مساويا لـ

$$2b = \frac{\mu_0 e^2 \omega_0^2}{6\pi mc} \quad \dots (8-87)$$

حيث تمثل μ_0 ثابت النفاذية للهواء و c سرعة الضوء .

وفي حالة تسليط مجال كهربائي متناوب (E) بحيث أن

$$E = E_0 \cos \omega t = \text{Re} (E_0 e^{j\omega t}) \quad \dots (8-88)$$

وإن Re يمثل الجزء الحقيقي من هذا المجال ، فإن هذا المجال سوف يؤدي الى تسليط قوة اضافية على الالكترون مقدارها $eE \cos \omega t$ - وإن المعادلة (8-86) سوف تأخذ الصيغة : -

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = - ax - b \frac{dx}{dt} - e E_0 \cos \omega t \quad \dots (8-89)$$

دعنا نفرض أن حل المعادلة (8-89) بأخذ الصيغة :

$$x(t) = \text{Re} (A^* e^{j\omega t}) \quad \dots (8-90)$$

حيث تمثل A^* سعة التذبذب المركبة .

عند التعويض عن قيمة $x(t)$ من المعادلة (8-90) في المعادلة (8-89) سوف نحصل على :

$$\text{Re} \left\{ -\omega^2 A^* + \frac{q}{m} A^* + j \frac{2b\omega}{m} A^* + \frac{e}{m} E_0 \right\} e^{j\omega t} = 0 \quad \dots (8-91)$$

هذا صحيح في حالة كون

$$A^* = \frac{(e/m) E_0}{\omega^2 - \omega_0^2 - j \frac{2b\omega}{m}} \quad \dots (8-92)$$

ان عزم الثنائي المحث يكون دالة للزمن . أي أن

$$p(t) = - e x(t) \quad \dots (8-93)$$

وعند التعويض عن قيمة $x(t)$ من المعادلة (8-90) في المعادلة (8-93) نحصل على

$$p(t) = \text{Re} \left(\frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{2b\omega}{m}} E_0 e^{j\omega t} \right) \quad \dots (8-94)$$

$$p(t) = \text{Re} (N \alpha_r^* E_0 e^{j\omega t}) = \text{Re} \{ \epsilon_0 (\epsilon_r^* - 1) E_0 e^{j\omega t} \} \quad \dots (8-95)$$

وعند مساواة المعادلة (8-94) بالمعادلة (8-95) نحصل على

$$\epsilon_0 (\epsilon_r^* - 1) = \frac{N (e^2 / m)}{\omega_0^2 - \omega^2 + j (2b\omega / m)} \quad \dots (8-96)$$

وكذلك فإن

$$\alpha_e^* = \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j (2b\omega / m)} \quad \dots (8-97A)$$

أو أن

$$\alpha_e' = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) (e^2 / m)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (4b^2 \omega^2 / m^2)} \quad \dots (8-97B)$$

وعند وضع $\omega = 0$ نحصل على :

$$\alpha_e' = \frac{e^2}{m\omega_0^2} \quad \dots (8-98)$$

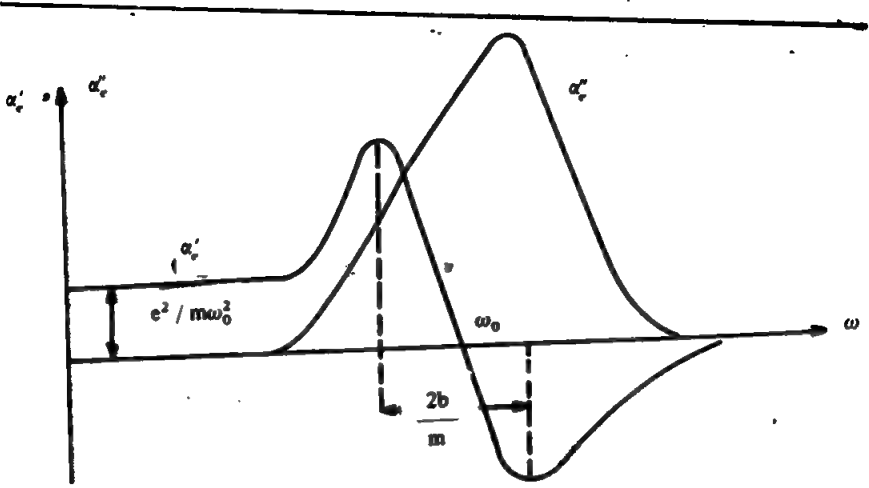
والتي تمثل قيمة الاستقطابية الالكترونية الساكنة - انظر المعادلة (8-50B)

بالإضافة الى الجزء الحقيقي للاستقطابية الالكترونية (α_e') فإن هناك الجزء الخيالي لهذه الاستقطابية (α_e'') والتي يمكن الحصول عليها من المعادلة (8-96) وتساوي

$$\alpha_e'' = \frac{e^2}{m} \frac{(2b\omega / m)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (4b^2 \omega^2 / m^2)} \quad \dots (8-99)$$

يلاحظ في الشكل (8-21) الاستقطابية الالكترونية بجزئها الحقيقي والخيالي كدالة للتردد

بقي أن نذكر أخيراً أنه بالإمكان الحصول على معادلة مشابهة للمعادلة (8-96) بالنسبة للاستقطابية الأيونية



الشكل (21 - 8) تغير الاستقطابية الالكترونية مع التردد

b - الاستقطابية الدورانية المتناوبة (الاسترخاء في العوازل) :

تعتبر ظاهرة اعتماد الاستقطابية الدورانية على التردد ، من الظواهر المهمة عند دراسة الخواص الكهربائية للعوازل وذلك بسبب فقدان الطاقة الذي يحصل في هذه المواد العازلة في مدى كبير من الترددات يمتد من الصفرا الى عدة الاف من الميكاهرتز .

ان الظاهرة الاساسية في المواد العازلة (الصلبة منها والسائلة) والتي تحتوي على عزوم ثنائيات قطبية دائمية عند تعرضها لمجال كهربائي متناوب هي الاسترخاء (relaxation) في هذه الثنائيات القطبية . ان ذلك يحدث كمايلي : -

افرض ان مجالا كهربائيا مستمرا (E) قد سلط على بلورة ما عند الزمن $t = 0$ ولفترة طويلة فان الثنائيات القطبية يمكن ان تستجيب لهذه المجال ، بطريقتين :

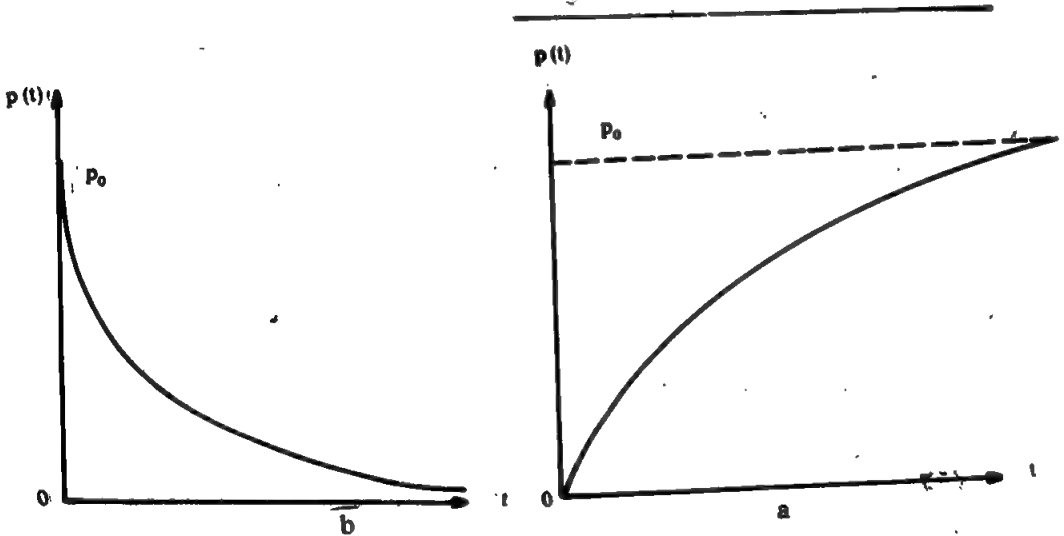
تميل بسرعة مع المجال ويعتمد زمن استقرارها في وضعها الاخير بعد ذلك ، على درجة الحرارة أو أنها تميل مع المجال ببطء ثم تصل الى وضعها الاخير بصورة تدريجية . في الحالة الثانية يكون هناك تاخير في الوصول الى القيمة النهائية للاستقطاب وبالتالي يحدث فرق طور بين المجال المسلط والاستقطاب الناتج عن هذا المجال .

الفرض ان هناك N من الثنائيات القطبية في سائل ما وان لكل منها عزم ثنائي لوحدة الحجم قدره P وان هذه الثنائيات كانت معرضة الى مجال كهربائي مستمر لفترة من الزمن كافية لكي تصل هذه الثنائيات الى حالة التوازن مع هذا المجال الكهربائي .

واذا ازيل هذا المجال فان الاستقطاب سوف لن يختفي فجأة، وانما يلزم الثنائيات القطبية بعض الوقت لتعود الى وضعها الاصلي قبل تسليط المجال بحيث أن .

$$P_0(t) = P_0 e^{-t/\tau} \quad \dots (8-100)$$

حيث يمثل $P_0(t)$ مقدار الاستقطاب عند الزمن t بعد ازالة المجال الكهربائي و P_0 يمثل أقصى قيمة يصلها الاستقطاب عند تسليط المجال - انظر الشكل (8-22a) . اما τ فيدعى بزمن الاسترخاء وهو الزمن اللازم لوصول قيمة الاستقطاب الى $\frac{1}{e}$ من قيمته القصوى P_0 .



الشكل (8-22) تغير الاستقطاب مع الزمن

أن معدل تغير الاستقطاب يكون مساوياً لـ

$$\frac{d}{dt} P_0(t) = - \frac{P_0}{\tau} e^{-t/\tau} = - \frac{P_0(t)}{\tau} \quad \dots (8-101)$$

أو أن

$$\frac{d}{dt} P_0(t) = \frac{1}{\tau} (P_0(\infty) - P_0(t)) \quad \dots (8-102)$$

حيث تمثل $P(\infty)$ القيمة النهائية للاستقطاب بعد زوال المجال الكهربائي عند الزمن $t = \infty$ وتكون قيمتها مساوية للصفر انظر الشكل (b) (8-22).

لدينا ان

$$P_0 = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E \quad \dots (8-103)$$

وعلى فرض ان E مجال متناوب لذا فان المعادلة (8-102) ستؤول الى الصيغة

$$\frac{dP_0}{dt} = \frac{1}{\tau} \{ \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_0 \cos \omega t - P_0(t) \} \quad \dots (8-104)$$

كذلك فان المعادلة (8-103) ستؤول الى

$$P_0(t) = \epsilon_0 R_e \{ (\epsilon_r^* - 1) E_0 e^{j\omega t} \} \quad \dots (8-105)$$

عند التعويض عن (8-105) في (8-104) سوف نحصل على

$$\begin{aligned} j\omega \epsilon_0 R_e \{ (\epsilon_r^* - 1) E_0 e^{j\omega t} \} \\ = \frac{1}{\tau} R_e \{ \{ \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_0 - \epsilon_0 (\epsilon_r^* - 1) E_0 \} e^{j\omega t} \} \end{aligned} \quad \dots (8-106)$$

ومنها نجد ان

$$\epsilon_r^* - 1 = \frac{\epsilon_r - 1}{1 + j\omega\tau} \quad \dots (8-107)$$

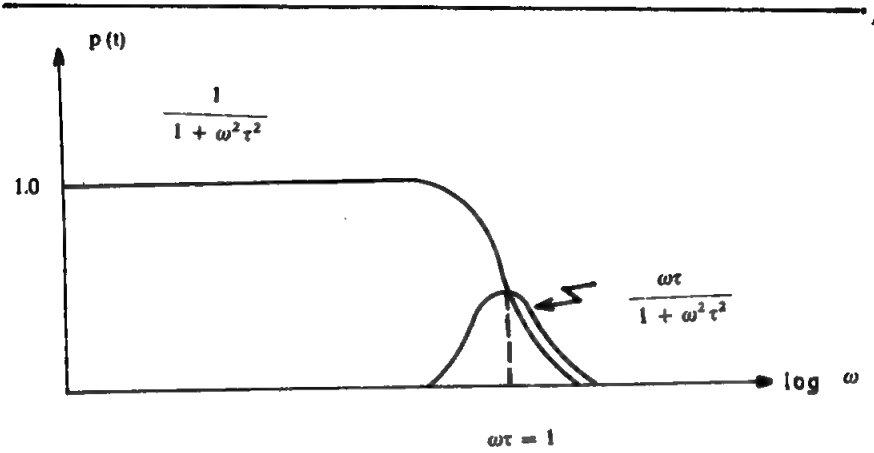
او ان

$$\epsilon_r^* - 1 = (\epsilon_r - 1) \left\{ \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} - j \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \right\} \quad \dots (8-108)$$

وبهذا فان

$$P(t) = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1)}{1 + \omega^2 \tau^2} E_0 \cos \omega t + \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} E_0 \sin \omega t \quad \dots (8-109)$$

تكون مركبة الـ $\cos \omega t$ في نفس طور المجال الكهربائي بينما تتأخر مركبة الـ $\sin \omega t$ عنه بـ 90° وبين الشكل (8-23) تغير المركبتين (الـ $\cos \omega t$ والـ $\sin \omega t$) مع لوغاريتم التردد



الشكل (8-23) تغير الاستقطابية مع التردد حسب نموذج ديباي

يلاحظ من الشكل (8-23) ان المركبة الحقيقية تكون مساوية لـ 1 عند $\omega = 0$ بينما تكون المركبة الخيالية مساوية للصفر اما عند $\omega\tau = 1$ فان المركبة الحقيقية تصبح مساوية لـ $\frac{1}{2}$ وكذلك هي قيمة المركبة الخيالية . هذه القيمة ($\frac{1}{2}$) تمثل اقصى قيمة تصلها المركبة الخيالية . في هذه الحالة يحدث توافق بين تردد المجال المسلط وحركة الجزيئات (حالة الرنين) وبهذا فان امتصاص الطاقة من المجال يكون اكبر مايمكن بسبب من قدرة الثنائي القطبية على تتبع المجال في تغيره ومن ثم التعرض الى الاحتكاك مع الثنائيات الاخرى بسبب من التصادم بينهما . هذا يعني ان هناك نوعا من الامتصاص للطاقة من المجال ومن ثم يكون هناك فقدان في الطاقة يظهر على شكل حرارة وبالتالي فانها تؤدي الى رفع درجة حرارة المادة العازلة . ان الفقدان في الطاقة يعطي معلومات مفيدة جداً عن طبيعة التفاعلات بين الجزيئات في المادة .

عند القيمة $\omega\tau \gg 1$ فان الثنائيات القطبية سوف لن تكون قادرة على متابعة المجال في تغيره ومن ثم يقل الاستقطاب وكذلك قيمة الفقدان في الطاقة - انظر الشكل (8-23) .

11-8 معادلة ديبي وعملية الاسترخاء : -

ذكرنا انفاً ان فرق الطور الحادث بين المجال الكهربائي المسلط على المادة العازلة والاستقطاب الناتج فيها ، يرجع بالدرجة الاساس الى حصول تاخير في عملية الاستقطاب الذي يعود الى عدم قدرة الثنائيات القطبية من متابعة التغير السريع في المجال الكهربائي المسلط . اي حصول عملية استرخاء في ثابت العازل .

دعنا الان نضع ماجاء اعلاه بصيغة رياضية . اي ان

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon_\infty + \int_0^\infty a(t) e^{j\omega t} dt \quad \dots (8-110)$$

حيث تمثل ϵ_∞ قيمة ثابت العازل عند الترددات العالية جدا وتأخذ قيمة ثابتة تكون مساوية لـ n^2 حيث يمثل n معامل الانكسار للمادة اما $a(t)$ فيمثل عامل الاضمحلال في الاستقطاب بعد الزوال المفاجيء للمجال الكهربائي . لقد اقترح ديبي Debye ان عامل الاضمحلال هذا يأخذ الصيغة :

$$a(t) = a(0) e^{-t/\tau} \quad \dots (8-111)$$

وعند التعويض عن $a(t)$ من المعادلة (8-111) في المعادلة (8-110) نحصل على

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \int_0^\infty a(0) e^{(j\omega - 1/\tau)t} dt \quad \dots (8-112)$$

بعد التكامل نحصل على

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{a(0)}{\frac{1}{\tau} - j(\omega)} \quad \dots (8-113)$$

عندما تكون $\omega = 0$ فان $\epsilon_s = \epsilon_r(\omega)$ وعليه فان

$$\epsilon_s = \epsilon_\infty + \tau a(0) \quad \dots (8-114)$$

او ان

$$a(0) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau} \quad \dots (8-115)$$

عند التعويض عن قيمة $a(0)$ من المعادلة (8-115) في المعادلة (8-111) نحصل على

$$a(t) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau} e^{-t/\tau} \quad \dots (8-116)$$

ومن ثم فإن المعادلة (8- 112) تأخذ الصيغة

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \int_0^\infty \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\tau} e^{-t/\tau} e^{j\omega t} dt \quad \dots (8-117)$$

وبعد اجراء التكامل نحصل على

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 - j\omega\tau} \quad \dots (8-118)$$

ومن المعلوم ان :

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon'_r - j\epsilon''_r \quad \dots (8-119)$$

وبهذا فان

$$\epsilon'_r = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \dots (8-120)$$

و

$$\epsilon''_r = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \dots (8-121)$$

المعادلتان (120) و (121) تدعى بمعادلتى ديباي (Debye equations) وان رسم $\epsilon'_r, \epsilon''_r$ كدالة لـ ω سوف يبدوان كما في الشكل (8 - 21) .

8 - 12 الفقدان في العوازل

راينا فيما سبق ان الاستقطابيات الثلاث : الالكترونية والايونية والدورانية تقود الى ثابت عازل مركب عند تعرض المادة العازلة - التي تظهر فيها هذه الاستقطابيات - الى مجال كهربائي متناوب . اي ان

$$\epsilon_r^* = \epsilon'_r - j\epsilon''_r \quad \dots (8-119)$$

كذلك وجدنا ان ϵ''_r هو مقياس لفقدان الطاقة اي ان ظهوره في المعادلة (8 - 119) يشير الى حصول امتصاص للطاقة من قبل الجزينات . من المجال الكهربائي المسلط وللتدليل على ذلك سناخذ هذا المثال التالي :

خذ متسعة ذات صفيحتين متوازيتين يفصل بينهما وسط عازل ثابت عزله يساوي ϵ_r^* بحيث ان الجزء الحقيقي من هذا الثابت هو ϵ'_r والجزء الخيالي منه هو ϵ''_r ..

افرض ايضا ان المجال المسلط هو $E_0 \cos \omega t$ وان الشحنة المتولدة لوحدة السطوح عند الزمن (t) هي $O(t)$ لدينا ان

$$J = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dD(t)}{dt} \quad \dots (8-120)$$

حيث تمثل $D(t)$ منتج الازاحة والذي يمثل الفيض الكهربائي لوحدة المساحات ذلك ان

$$D(t) = R_r \{ \epsilon_0 \epsilon_r^* E_0 e^{j\omega t} \}$$

عند التعويض عن $D(t)$ من المعادلة (8-121) في المعادلة (8-120) واجراء التفاضل نحصل على :

$$J(t) = \epsilon_0 E_0 R_r \{ (j\omega (\epsilon_r' - j\epsilon_r'') e^{j\omega t}) \} \quad \dots (8-122)$$

او ان

$$J(t) = \omega \epsilon_0 \epsilon_r'' E_0 \cos \omega t - j\omega \epsilon_0 \epsilon_r' \sin \omega t \quad \dots (8-123)$$

يلاحظ في المعادلة اعلاه ان الجزء الخيالي ϵ_r'' يحدد قيمة مركبة التيار التي هي في نفس طور المجال الكهربائي المسلط بينما يحدد ϵ_r' قيمة مركبة التيار التي تتقدم المجال الكهربائي بـ 90° . ان القدرة الانية المنتصة لكل متر مكعب بواسطة العازل ، يمكن حسابها من المعادلة

$$\omega(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J(t) E(t) d(\omega t) \quad \dots (8-124)$$

وبهذا فان

$$\omega(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \omega \epsilon_0 E_0^2 (\epsilon_r'' \cos^2 \omega t - \epsilon_r' \sin \omega t \cos \omega t) d(\omega t)$$

(8-125)

او ان

$$\omega(t) = \frac{\omega}{2} \epsilon_0 \epsilon_r'' E_0^2 \quad \dots (8-126)$$

وبهذا نجد ان الطاقة المنتصة تتناسب مع ϵ_r'' وهذا ما يعرف بفقد العازل dielectric loss . ولعله من المناسب التذكير هنا انه عادة ما يشار الى الفقد عن

طرية حساب ظل زاوية الفقد δ - راجع البند (8-10) حيث ذكرنا هناك ان

$$\tan \delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'} \quad \dots (8-76)$$

الاسئلة

8-1 طبقة من الألمنيوم بسمك مهمل وضعت بين صفيحتي متسعة كما في الشكل ما هو تأثير ذلك على السعة اذا (a) الطبقة معزولة كهربائيا (b) اذا ربطت الصفيحة الى الصفيحة العليا من المتسعة .



8-2 متسعة ربطت الى نضيدة ، ماذا يحدث (a) - اذا ادخل عازل بين صفيحتيه' مربوطة الى النضيدة (b) عند قطعها عن البطارية . اشرح بالتفصيل .

8-3 متسعة ذات صفيحتين متوازيتين بمساحة A ومفصولة عن بعضهما بمسافة d مشحونة الى فرق جهد V . اذا فصلت البطارية ثم سحبت الصفيحتان باتجاهين متعاكسين الى مسافة 2d . اشتق العلاقة بدلالة V , d , A فرق الجهد الجديد (b) الطاقة الاولية والنهائية (c) الشغل اللازم لفصل الصفيحتين

8-4 متسعة ذات صفيحتان متوازيتان بمساحة 20 cm² ملئت بالمايكا (ε_r = 6) اذا كانت المسافة بين الصفيحتين هي 1cm وان المتسعة ربطت الى فرق جهد 100V فاحسب

- a- سعة المتسعة
- b- الشحنات الحرة على الصفيحة
- c- كثافة الشحنة السطحية بسبب الشحنات المستقطبة
- d- المجال داخل المايكا

8-5 برهن على ان صفيحتي متسعة متوازية يمكن ان تجذب احدهما الاخرى بقوة تساوي

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 A}$$

حيث تمثل A مسافة الصفيحة

8-6 برهن على ان ثابت العازل للموصل يمكن اعتباره مساويا الى المالا النهائية

8-7 غاز اركون يحتوي على 2.7×10^{25} ذرة / م³ عند 0°C - احسب ثابت العازل لهذا الاركون اذا كان قطر ذرة الاركون هو 3.84 انكستروم

8-8 افرض ان الاستقطابية لذرة Kr تساوي $F - m^2 = 2.18 \times 10^{-4}$ احسب ثابت العازل لـ Kr عند 0°C .

9-8 ما هو عزم الثنائي القطبية لجزيئة NaCl في البخار؟ افرض ان الجزيئة تتكون من اينيوني Na^+ , Cl^- مفصولة عن بعضهما بمسافة 25 انكستروم

10-8 احسب عزم ثنائي القطبية لشحنتين كل منهما 1.5 مايكروكولوم وتقع عند النقاط (5, 0), (0, 5). اخذ المسافة بالسنتيمترات

11-8 برهن على ان الجزيئة عندما تستقطب بواسطة المجال ϵ فان الطاقة الكامنة سوف تخزن فيها وان مقدار هذه الطاقة هو $\frac{1}{2} \alpha \epsilon^2$

12-8 برهن على ان الطاقة الكامنة للثنائي القطبية في المجال ϵ هي $V = - P \epsilon \cos \theta$ حيث θ الزاوية بين الثنائي والمجال.

13-8 برهن على ان العزم الزاوي τ لثنائي قطب في مجال منتظم ϵ هو $\tau = p \times \epsilon$

14-8 اذا كان ثابت العازل المستمر لـ NH_3 عند درجتي الحرارة 0°C و 100°C هما 4.87 و 8.34 وعلى التوالي. احسب عزم الثنائي القطبية الدائمي لهذه المادة (افرض ان عدد الجزيئات 2.7×10^{25} لكل متر مكعب).

15-8 الاستقطابية المولية للماء تزداد من 4×10^{-5} الى 6.8×10^{-5} لكل m^3 عندما تقل درجة الحرارة من 500°K الى 300°K . احسب العزم الدائمي لجزيئة الماء

16-8 اذا كان ثابت العازل لغاز عند درجة حرارة 27°C هو $\epsilon_r = 1.006715$ وعند درجة حرارة 177°C هو $\epsilon_r = 1.005970$ وكان عدد الجزيئات في هذا الغاز هو 2.5×10^{25} لكل متر مكعب. احسب عزم الثنائي القطبية لهذه الجزيئة ومجموع الاستقطائيات الالكترونية والايونية

17-8 جزيئة غاز ثنائي القطبية تمتلك عزم دائمي 1.2 Debye. ما هي قيمة المجال الذي يجب تسليطه ليسبب استقطابية دورانية قدرها 50% من قيمة الاشباع عند 27°C .

8-18 إذا كان ثابت العازل للماء هو 81 ومعامل انكساره 1.33 . مانسبة المساهمة التي تعطىها الاستقطابية الايونية الى الاستقطابية الكلية

8-19 إذا كانت الاستقطابية لذرة هي $F - m^2 = 10^{-40}$. فاحسب (a) عزم الثنائي القطبية المحث في الذرة عن وضعها على بعد 10 انكستروم من الكترون . (b) هل ان هناك من قوة بين الذرة والالكترون وبأي قيمة وما هو اتجاهها .

8-20 إذا كان ثابت العازل النسبي للكبريت هو 3.75 عند درجة حرارة $27^\circ C$. افرض ان ثابت المجال المحلي $\gamma = \frac{1}{3}$ فاحسب الاستقطابية الالكترونية للكبريت علما بان كثافة الكبريت هي 2.05 غم / سم³ وان الوزن الذري للكبريت هو 32 .

8-21 فسر فزياليا لماذا تكون الايونية الاستقطابية غير حساسة للتغير في درجة الحرارة هل تتوقع زيادة ام نقصان الاستقطابية الكلية مع زيادة درجة الحرارة ؟ وضح بالتفصيل

8-22 لذرة نموذجية اعط تقديراً لقيمة المجال اللازم لازاحة النوية مسافة تساوي 1% من نصف قطرها .

8-23 ما هو المجال اللازم لتدوير 1% من الثنائيات القطبية في مادة صلبة ثنائية القطبية عند درجة الحرارة الاعتيادية اذا كان $\mu = 1$ Debye

8-24 اعط فكرة مختصرة عن المجال المحلي . ما هي اهميته بالنسبة للمواد العازلة ؟

8-25 برهن على ان المجال الناتج من عمل فجوة دائرية في عازل يعطى بواسطة

$$E = \left(\frac{3\epsilon}{1 + 2\epsilon} \right) E_0$$

حيث يمثل ϵ ثابت العازل و E_0 المجال الخارجي

8-26 برهن على ان المجال ϵ_3 العائد الى الثنائيات الواقعة في داخل فجوة كروية ينعدم في البلورة المكعبة .

8-27 افرض ان فجوة لورنتر قد اخذت على اساس انها مكعبة . احسب المجال ϵ_2 العائد الى الشحنات الواقعة على سطح هذه الفجوة .

8-28 المجال ϵ_3 يعتمد على التناظر الموجود في البلورة وعادة ما يكون مساويا لقيمة غير الصفر في البلورات غير المكعبة . افرض ان هذا المجال ياخذ الصيغة

$$\epsilon_3 = \left(\frac{b}{\epsilon_0} \right)$$

حيث b هو ثابت . احسب ثابت العازل لهذه المادة

8-29 ما هي الاستقطابية الانية ؟ وما هي شروط حدوثها ؟

8-30 اشرح ظاهرة اعتماد الاستقطابية على التردد . وضع مع الرسومات

8-31 ما هو المقصود بزاوية الفقد في العوازل ؟ تكلم عن اهميتها بالنسبة للمواد العازلة .

8-32 في المعالجة الكلاسيكية للاستقطابية الالكترونية المتناوبة تم اعتبار القوة الاسترجاعية على اساس انها ذات صفة توافقية على الرغم من حقيقة ان القوة الموجودة هي من نوع قوة كولومية والتي هي مختلفة تماما عن الاولى . كيف تفسر ذلك ؟ اعط علاقة رياضية لحساب التردد الطبيعي ω_0 بدلالة خواص الذرة

8-33 احسب $\epsilon'(\omega)$, $\epsilon''(\omega)$ لماء عند درجة حرارة الغرفة

8-34 لدينا ان $\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$ برهن على ان

$$D = \epsilon_0 (\epsilon_r^2 + \epsilon_r'^2)^{1/2} \epsilon_r'' \epsilon$$

a

$$Q = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r' \omega \tan \delta \epsilon^2$$

b

حيث Q الطاقة المنتصة

c - احسب زاوية الفقد كدالة للتردد ثم ارسمها .

8-35 ماذا تفهم عن عملية الاسترخاء في العوازل ؟ وضع بالتفصيل

الخواص المغناطيسية للمواد الصلبة

1 - 9 المقدمة

ان دراسة الخواص المغناطيسية للمواد تعد محاولة ذات اهمية بالغة في معرفة تركيب المواد الصلبة المعدنية وغير المعدنية . ولكن وفي حالات كثيرة لا توجد نظرية متكاملة تساعد في تفسير سلوك بعض الخواص المغناطيسية وذلك لصعوبة المتطلبات الرياضية لتلك النظرية وكذلك لصعوبة اجراء تجارب عملية دقيقة ذات نتائج مقبولة لمعرفة مدى تطابق النتائج العملية والنظرية للتأكد من صحة النظريات المستخدمة . هناك طريقتان لتصنيف المواد المغناطيسية :

الاولى : تصنف على اساس العلاقة التي تربط بين الخواص المغناطيسية للمادة وخواصها الالكترونية والطريقة الثانية تصنف المواد المغناطيسية اعتمادا على خواص الحجيرات المغناطيسية (magnetic domains) لتلك المواد .

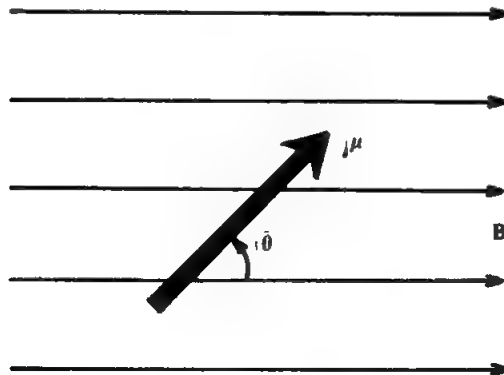
ان المواد المغناطيسية تدخل في صناعة اغلب الدوائر الكهربائية والالكترونية ويمكن تصنيفها حسب طبيعة المادة المغناطيسية الى

- 1- مواد مصنوعة من مغناطيس مطاوع (soft magnet) وتمتاز هذه المواد بنفاذية مغناطيسية عالية وقوة قهرية (corecive) واطئة وتدخل في صناعة المحولات والمكائن وفي اجهزة الحاسبات الالكترونية لخزن المعلومات
- 2- مواد مصنوعة من مغناطيس صلد (hard magnet) وان هذه المواد تمتاز بنفاذية مغناطيسية عالية وقوة قهرية عالية ايضا ويصعب ازالة مغناطيسيتها و تستخدم هذه المواد في اجهزة الراديو والتلفزيون وناقلات الطاقة (transducers)

2- 9 اصل الظاهرة المغناطيسية

اذا وضع ثنائي قطب مغناطيسي (magnetic dipole) في مجال مغناطيسي شدة فيه تساوي (B) فانه يمتلك طاقة كامنة (V) تعتمد على قيمة العزم المغناطيسي (μ) واتجاهه بالنسبة للمجال (الشكل 1- 9). ان العزم $\vec{\tau}$ المسلط على ثنائي قطب مغناطيسي موجود في مجال مغناطيسي شدة فيه \vec{B} هو

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{.. (9-1)}$$



(الشكل 1- 9) ثنائي قطب مغناطيسي ذي عزم μ باتجاه يصنع زاوية θ بالنسبة لمجال مغناطيسي B خارجي

ان العزم المسلط يكون ذا قيمة عظمى عندما يكون ثنائي القطب عموديا على المجال ويساوي صفرا عندما يكون موازيا او معاكسا للمجال . ولكي نحسب الطاقة الكامنة V ، علينا اولا ان نحدد اتجاهها مناسباً نعتبر عنده V تساوي صفرا . ولما كان التغير بالطاقة الكامنة يمكن قياسه عمليا . لذلك فان مرجع الطاقة اختياري تماما ومن المناسب ان نجعل $V = 0$ عندما $\theta = 90^\circ$ (حيث θ تمثل الزاوية بين (B, μ) ، اي عندما تكون μ عمودية على B . ان الطاقة الكامنة عند اتجاهات اخرى لا تساوي الشغل اللازم لتدوير ثنائي القطب من $\theta = 90^\circ$ الى الزاوية θ التي تحدد تلك الاتجاهات وعليه :

$$\begin{aligned} V &= \int_{90}^{\theta} \tau d\theta \\ &= \mu B \int_{90}^{\theta} \sin \theta d\theta \\ V &= - \mu B \cos \theta \end{aligned}$$

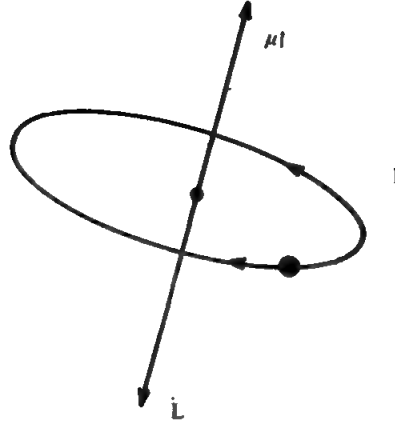
ان اصغر قيمة للطاقة الكامنة تساوي $-\mu B$ عندما μ تشير الى نفس اتجاه B وان اكبر قيمة للطاقة الكامنة تحدث عند الزاوية $\theta = \pi$ حيث عندها يكون اتجاه μ معاكسا لاتجاه المجال .

هنا تم تعريف ثنائي القطب المغناطيسي بدلالة الشحنات المغناطيسية ، وهذا لا ينطبق مع الواقع العملي حيث لم تفلح جميع التجارب التي اجريت للبرهنة على وجود الشحنات المغناطيسية . ان اصل الخواص المغناطيسية ينشأ من حركة الشحنات الكهربائية ، اي حركة الالكترونات . ان العزم المغناطيسي لحققة يمر فيها تيار I هو :

$$\mu = IA \quad \dots (9-3)$$

حيث I قيمة التيار و A المساحة المحصورة داخل الحلقة (لاحظ الشكل (9-2) ان الالكترون الذي يدور بعدد v من الدورات لكل ثانية في مدار دائري نصف قطره r يولد تياراً ومقداره ev . (لاحظ ان شحنة الالكترون سالبة) . ولذلك فان العزم المغناطيسي المتولد هو :

$$\mu = IA = - ev\pi r^2 \quad \dots (9-4)$$



الشكل (2-9) عزم ثنائي قطب مغناطيسي لحلقة يمر فيها تيارا I . إن L تمثل الزخم الزاوي للإلكترون الذي يولد التيار.

ولكن السرعة الخطية v للإلكترون هي $2\pi vr$ ، وعليه فإن الزخم الزاوي
(angular momentum) للإلكترون يكون

$$\begin{aligned} L &= mvr \\ &= 2\pi mvr^2 \end{aligned} \quad \dots (9-5)$$

بمقارنة المعادلتين (9-4) ، (9-5) نجد ان العزم المغناطيسي للإلكترون تساوي

$$\mu = - \left(\frac{e}{2m} \right) L \quad \dots (9-6)$$

التي تصف الحركة الدورانية. للإلكترون . ان المقدار $(-e/2m)$ والذي يتضمن شحنة وكتلة الإلكترون يدعى بنسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي او النسبة الجايرومترية (gyromagnetic ratio) والاشارة السالبة تعني ان اتجاه μ عكس اتجاه L . ان الزخم الزاوي L مكتمل بوحدات $h/2\pi$. حيث h ثابت بلانك . وعليه فان القيمة الدنيا لـ μ هي

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} \quad \dots (9-7)$$

تدعى الكمية $\frac{eh}{4\pi m}$ بمغنيط بور (Bohr magneton) وقيمتها تساوي 9.27×10^{-24} جول / تسلا وان واحد تسلا يساوي 10^4 كاوس (1 Tesla = 10^4 gauss). لابد من الاشارة هنا بان الالكترن يمتلك زخما زاويا ذاتيا ناتجا عن حركته حول معوره بالإضافة الى زخمة الزاوي المداري ، ويرافق الزخم الزاوي الذاتي عزما مغناطيسياً معيناً . ان نسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي الناشئ من برم الالكترن يسوي اضعف القيمة التابعة للحركة المدارية للالكترون . وعليه فان العزم المغناطيسي البرمي (spin magnetic moment) يرتبط بالزخم الزاوي البرمي S بالعلاقة:

$$\mu = - \frac{e}{m} S \quad \dots (9-8)$$

3-9 تصنيف المواد المغناطيسية

يمكن وصف المجال المغناطيسي بواسطة متجه شدة الفيض المغناطيسي \vec{B} (magnetic flux) او بواسطة متجه سده المجال المغناطيسي \vec{H} (magnetic field intensity) وان العلاقة التي تربط بينهما في الفراغ هي :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \dots (9-9)$$

حيث μ_0 النفاذية المغناطيسية للفراغ وقيمتها تساوي $4\pi \times 10^{-7}$ هيرتز/متر . وعندما نضع مادة في مجال مغناطيسي فانها تتمغنط وتمنط هذه المادة يمكن وصفه بمتجه التمغنط \vec{M} . وعليه فان الحث المغناطيسي يصبح

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad \dots (9-10)$$

اي ان الحث المغناطيسي يتكون من جزئين ، الاول $\mu_0 \vec{H}$ يتولد من مصدر خارجي والثاني $\mu_0 \vec{M}$ ينتج عن تمغنط المادة او الوسط . لقد لوحظ ان التمغنط يتناسب طرديا مع المجال الممنط لكثير من المواد وحسب المعادلة

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad \dots (9-11)$$

حيث χ تسمى بالقابلية المغناطيسية للمادة او التأثير المغناطيسية (magnetic susceptibility) . ومن المعادلة (9-11) يتضح لنا ان χ بدون وحدات وذلك لان \vec{M} لها نفس وحدات شدة المجال المغناطيسي \vec{H} . ان قابلية المادة للتمغظ χ ما هي الا تعبير عن استجابة الوسط المادي للتأثر بالمجال المغناطيسي الخارجي وهي بذلك ترتبط ارتباطاً وثيقاً بخواص ذرات وجزيئات الوسط . وبالتعويض عن \vec{M} من المعادلة (9-11) في المعادلة (9-10) نحصل على

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad \dots (9-12)$$

من المعادلة (9-12) يمكننا ايضا تعريف خاصية اخرى نطلق عليها بالنفاذية المغناطيسية للمادة (permeability) ونرمز لها بـ μ ، اي

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi) \quad \dots (9-13)$$

وتاخذ نفس وحدات نفاذية الفراغ μ_0 . يمكن اعادة كتابة المعادلة (9-12) لتصبح

$$B = \mu H \quad \dots (9-14)$$

ان النسبة بين النفاذية المغناطيسية للمادة والنفاذية المغناطيسية للفراغ تسمى بالنفاذية النسبية μ_r (relative permeability) وتساوي

$$\mu_r = 1 + \chi \quad \dots (9-15)$$

ان النفاذية النسبية μ_r للمادة مشابهة لمعامل العزل الكهربائي للمواد العازلة . ان قيمة النفاذية النسبية للفراغ مساوية للواحد بينما تكون قيمتها بالنسبة للمواد البارامغناطيسية والفيرومغناطيسية اكثر من واحد في حين تكون قيمتها للمواد البارامغناطيسية اقل من واحد . وهكذا فان الخواص المغناطيسية للمادة يمكن ان تحدد كلياً بمعرفة قيمة احد المقادير (μ_r, μ, χ) والسبب الوحيد لتعريف المقادير الثلاثة هو تبسيط صيغ بعض المعادلات الشائعة الاستعمال .

ان ظاهرة تمغظ المادة نتيجة لوقوعها تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي يعود الى سببين ، الاول هو التغير الذي يحدث في حركة الالكترونات في ذرات المادة والثاني هو انتظام الذرات والجزيئات التي تمتلك عزماً مغناطيسياً دائماً .

ان المواد الدايا مغناطيسية (diamagnetic) تمتلك تأثيرية مغناطيسية سالبة وان الظاهرة الدايا مغناطيسية موجودة في جميع المواد دون استثناء ولكنها لا تظهر في كثير من المواد وذلك لوجود التأثيرية البارامغناطيسية الموجبة والتي تحجب ظهور الدايا مغناطيسية. كذلك فان الدايا مغناطيسية لا تعتمد على درجات الحرارة وهي ناتجة عن تسليط مجال مغناطيسي خارجي يؤثر على حركة الالكترونات الداخلية للذرات . وغالباً ما تعتبر مدارات الالكترونات حول نوى الذرات على انها تيارات كهربائية ، فعندما نسلط مجالاً مغناطيسياً خارجياً فان المدارات الالكترونية تتغير وبذلك يتغير العزم المغناطيسي الناتج عن هذه التيارات . وهذا يعني وجود عزم مغناطيسي محث . ان قانون لينز (Lenz's law) للحث الكهرومغناطيسي ينص على ان التيارات المحثة بوجود المجال المغناطيسي تولد مجالاً مغناطيسياً معاكساً للمجال المغناطيسي الخارجي . وعليه فان المادة ككل سوف تكسب تمغطاً معاكساً لهذا المجال الخارجي فتضعفه وبذلك فان المواد الدايا مغناطيسية تمتاز بكونها ذات قابلية مغناطيسية (χ) سالبة وهي اصغر بكثير من الواحد ($\chi < -1$) . ان الجدول (1 - 9) يوضح قيم التأثيرية المغناطيسية χ لبعض العناصر .

الجدول (1 - 9) التأثيرية المغناطيسية χ لبعض العناصر المختارة .

نوع المادة	التأثيرية المغناطيسية χ
بارامغناطيسية	
(Al) ألومنيوم	$+ 2.2 \times 10^{-5}$
(Mn) منغنيز	$+ 98 \times 10^{-5}$
(W) تنكستن	$+ 36 \times 10^{-5}$
دايا مغناطيسية	
(Cu) نحاس	$- 1.0 \times 10^{-5}$
(Au) ذهب	$- 3.6 \times 10^{-5}$
(Hg) زئبق	$- 3.2 \times 10^{-5}$
H ₂ O ماء	$- 9.0 \times 10^{-5}$
H هيدروجين	$- 0.2 \times 10^{-5}$

ان التأثير المغناطيسي (χ) للمواد البارامغناطيسية (paramagnetic) تكون موجبة ومثال ذلك ايونات العناصر الانتقالية وايونات العناصر النادرة ؛ حيث المدارات الذرية الخارجية لها تكون غير مشبعة . ان ظهور البارامغناطيسية في المواد هو نتيجة امتلاك الكترولونات عزوم مغناطيسية (سواء كانت ناشئة عن الحركة البرمية او الدورانية) . فعند تسليط مجال مغناطيسي خارجي يؤدي الى تراصف هذه العزوم باتجاه المجال وبذلك يؤدي الى تمغنط المادة . ان ارتفاع درجة حرارة المواد البارامغناطيسية يؤدي الى زيادة الاهتزازات الحرارية (thermal vibration) للذرات او الجزيئات المكونة لها وهذا يعيق تراصف عزومها وبذلك يؤدي الى نقصان تمغنط المادة . وبمعنى اخر ، فان التأثير المغناطيسية للمواد . البارامغناطيسية تتناقص بارتفاع درجة حرارة المادة . اي

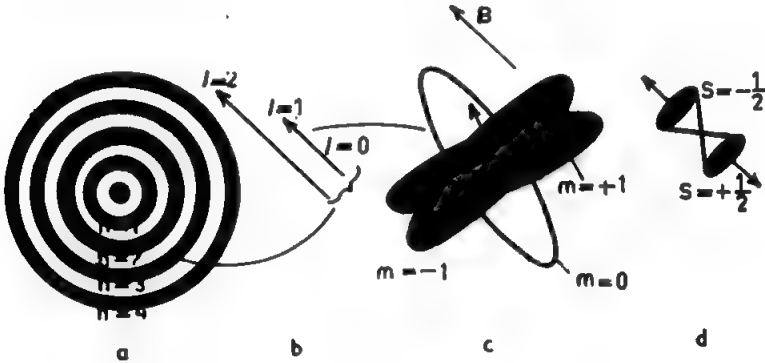
$$\chi = \frac{C}{T} \quad \dots (9 - 16)$$

حيث T درجة الحرارة المطلقة و C كمية ثابتة تدعى ثابت كوري (Curie constant) وان العلاقة (9 - 16) تسمى بقانون كوري ..

إن العناصر الانتقالية مثل الحديد (Fe) والكوبلت (Co) والنيكل (Ni) وكذلك بعض العناصر النادرة مثل الكدولنيوم (Gd) تمتلك عزماً مغناطيسياً ذاتياً (spontaneous magnetic moment) في درجات الحرارة الواطئة دون تسليط مجال مغناطيسي خارجي وتسمى هذه الظاهرة بالفيرومغناطيسية (ferromagnetic) . أن برم الالكترونات في هذه المواد يتراصف بشكل يوازي بعضها البعض الاخر في درجة الصفر المطلق . إلا أن المواد تفقد صفاتها الفيرومغناطيسية عندما تبلغ درجة حرارتها مقدراً معيناً يطلق عليها درجة حرارة كوري (Curie temperature) . وعندما تبلغ درجة حرارتها هذه الدرجة تصبح نفاذيتها النسبية مساوية واحداً . تتجاوز درجة حرارة المادة هذه الدرجة فأنها تسلك سلوك المواد البارامغناطيسية . فاذا كان ترتيب برم الالكترونات متعاكساً بالاتجاه ومتساوياً بالمقدار . حيث العزم النهائي للمادة يساوي صفراً فإن المادة تسمى ضدديد الفيرومغناطيسية (antiferromagnetic) . اما المواد الفريمغناطيسية (ferrimagnetic) فهي حالة خاصة للضديد الفيرومغناطيسية حيث الترتيب يبقى متعاكساً ولكن العزوم غير متساوية وبهذا تمتلك المادة مغناطيسية دائمية . ان بقاء عزوم الالكترونات متراصة باتجاه واحد أو باتجاه معاكس لبعضها الاخر هي مسألة في غاية التعقيد ولا يمكن شرحها إلا على ضوء ميكانيك الكم وتطبيق مبدأ الانفراد وهذا ما سنتناوله في المواضيع القادمة .

4-9 قاعدة هوند

لكي نفهم سلوك المواد المغناطيسية لابد من فهم التأثير المتبادل بين العزم البرمي والعزم الزاوي للإلكترونات الذرة . يمكننا وصف حركة الإلكترونات حول النواة بأربع اعداد كمية كما موضح في الشكل (3-9) . إن طاقة الإلكترون تتحدد بالعدد الكمي الاساسي (n) (principle quantum number) وهو عدد صحيح فإذا كان $n=1$ فيمثل الطاقة الدنيا للمستويات . إن الزخم الزاوي المداري للإلكترون لأي قيمة l n يتمثل بـ l وتأخذ القيم من صفر إلى $(n-1)$. يصحب الزخم الزاوي عزمًا مغناطيسيًا ثنائيًا ويوجد المجال المغناطيسي فإن العزم المغناطيسي يدور نفسه باتجاهات محددة نسبة إلى B . إن طاقة العزم المغناطيسي تعتمد على دورانه وتحدد بالعدد الكمي المغناطيسي m وهو عدد صحيح وتأخذ القيم $l, 0, ..., -l$. بالإضافة إلى الاعداد الكمية m, l, n فإن الإلكترون يمتلك العدد الكمي البرمي s . وتأخذ القيمة المسموحة $s = \pm 1/2$.



الشكل (3-9) الاعداد الكمية للإلكترون في ذرة

إن الإلكترونات تميل إلى اشغال المدارات ذات الطاقة الدنيا مع أخذ مبدأ الانفراد بنظر الاعتبار أي أن الكترونًا واحدًا يمكن أن يكون موجوداً في أحد المدارات

التي تتصف بالحالة s, m, l, n . ولما كانت قيمة s المسموحة تساوي $\pm 1/2$.

- فعليه يمكن القول : لا يمكن لأكثر من الكترونين أن يحملوا نفس القيم s, m, l, n .
- إذا كانت المدارات الإلكترونية مشبعة فإن العزم البرمي النهائي يساوي صفراً لأن هناك

عدداً من الالكترونات لها $s = + 1/2$ وهناك نفس العدد من الالكترونات لها $s = - 1/2$. وفي حالة وجود المجال فإن العزم المداري يساوي صفراً وذلك لأن الالكترون عندما يكون في الحالة $m +$ فهناك الكترون اخر في الحالة $m -$. ان هذه المجموعة من الالكترونات تكون المدارات المشبعة. وعليه فإن الالكترونات التي يمكن ان تساهم في عزم ثنائي القطب هي الالكترونات الموجودة في المدارات غير المشبعة. يطلق على هذه الالكترونات بالالكترونات التساهمية. ان تراصف برم الالكترونات في الذرة الواحدة أو الذرات المتجاورة يخضع لقاعدة تدعى بالتأثير المتبادل (exchange interaction) إن التأثير المتبادل بين الالكترونات في المدارات غير المشبعة يميل الى ان تكون الطاقة في قيمتها الدنيا عندما تكون الالكترونات متراففة على شكل متواز (أخذين بنظر الاعتبار تطبيق مبدأ الانفراد). ولما كان معظم مدارات الذرات غير مشبعة فانها تمتلك عزماً ثنائي القطب. ولابد من الاشارة هنا ان هذه الحقيقة تنطبق على الذرات الحرة ولا تنطبق على الجزيئات والسبب يعود الى كون طاقة التبادل لالكترونات الذرات المجاورة تكون اقل مما يمكن عندما يتراصف برم الالكترونات بشكل متعاكس وبهذا فان عزم ثنائي القطب للجزيئة يساوي صفراً. إن الالكترونات المدارات الخارجية للذرات في البلورات الايونية تنتقل لتتلاءم القشرة أو المدار في الذرة المجاورة وعليه فإن لكلا الايونين مدارات الكترونية مشبعة وبذلك لا تمتلك عزم ثنائي القطب. وعليه فإن التأثير المغناطيسي للمواد يظهر في المواد الصلبة التي مدارات ذراتها الخارجية غير مشبعة اضافة على انها تحتوي على الالكترونات تساهمية. ومن الجدول الدوري يمكن ملاحظة خمسة مجاميع تظهر فيها المغناطيسية وهي :

- (مجموعة الحديد) ولها قشرة ثانوية 3d غير مشبعة .
- (مجموعة البلاديوم) ولها قشرة ثانوية 4d غير مشبعة .
- (العناصر النادرة) (rare-earth) وتكون قشرتها الثانوية 4f غير مشبعة .
- (البلاتينيوم) ولها قشرة ثانوية 5d غير مشبعة .
- (مجموعة الاكتينيدات) وتكون قشرتها الثانوية 5f غير مشبعة .

إن الحالة الدركية للذرة أو الايون تتحدد بوضع الاعداد الكمية للالكترونات المنفردة ضمن مجموعة من القواعد تسمى بقواعد هوند (Hund's rules) وتتلخص بمايلي :-

1. يتم ترتيب اكبر عدد ممكن من برم الالكترونات باتجاه يوازي بعضها البعض
الاخرون انتهاك مبدأ الانفرد (أي الكترونين لكل قيمة l) ثم نعطي
قيمة $s = +1/2$ أو $s = -1/2$ لكل الكترون وذلك حسب اتجاه البرم ومنها
يمكن حساب الزخم الزاوي البرمي الكلي S حيث $S = \sum s$

2- توزع الالكترونات التي تم تحديد برمها في القاعدة الاولى على القيم المسموحة
 l , ثم يحدد الزخم الزاوي المداري الكلي L حيث $L = \sum m_l$

3- إن الزخم الزاوي الكلي J للحالة الدركية يساوي $|L - S|$ عندما يكون عدد
الالكترونات القشرة الخارجية أقل من نصف العدد اللازم لاشباعها . وان
 $J = L + S$ عندما يكون عدد الالكترونات أكثر من نصف العدد اللازم لاشباع
القشرة الخارجية . اما عندما يكون عدد الالكترونات القشرة الخارجية مساوياً الى
نصف العدد اللازم لاشباعها فإن $L = 0$ وان $J = S$.

إن الامثلة التالية توضح طريقة تطبيق قواعد هوند .

a- عندما يكون ايون الكوبلت Co^{2+} في الحالة $3d^7$ ($l = 2$) فإن

$$m_s \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$m_l \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2$$

وعليه فإن قيمة

$$S = \frac{3}{2}$$

و

$$L = 3$$

b- ايون الديسبروسيوم Dy^{3+} في الحالة $4f^9$ ($l = 3$)

$$m_s \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$m_l \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \quad -3 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2 \quad -3$$

$$S = 5/2$$

وبهذا فإن قيمة

$$L = 5$$

و

نرمز للحالة الدركية للذرة ككل أوللايون بحروف لاتينية كبيرة تبعا للعدد الكمي
للزخم الزاوي المداري . حيث

$$L = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad \dots$$

$$S \quad P \quad D \quad F \quad G \quad H \quad I \quad \dots$$

ويوضع عدد في الزاوية العليا اليسرى من الحرف (مثلاً $2p$) لبيان تضاعف الحالة (multiplicity of the state) ويساوي $2S + 1$ ونضع العدد الكمي J للزخم الزاوي الكلي في الزاوية اليمنى السفلى من الحرف التابع للحالة . وعليه فإن الحالة الذرية تكتب بالشكل $^{2S+1}X_J$

ان الجدول (9-2) يوضح الحالات الذرية للمواد المغناطيسية .

الجدول (9-2) الحالات الذرية للأيونات التي قشرتها الخارجة d أو f غير مشبعة وحسب قواعد هوند .

d-shell ($l = 2$)					S	L = $ \Sigma l_i $	J	SYMBOL
n	$l_i = 2,$	1,	0,	-1, -2				
1	↓				1/2	2	3/2	$\left. \begin{array}{l} {}^2D_{3/2} \\ {}^3F_2 \\ {}^4F_{3/2} \\ {}^5D_0 \end{array} \right\} J = L - S $
2	↓	↓			1	3	2	
3	↓	↓	↓		3/2	3	3/2	
4	↓	↓	↓	↓	2	2	0	
5	↓	↓	↓	↓	5/2	0	5/2	$\left. \begin{array}{l} {}^6S_{5/2} \\ {}^5D_4 \\ {}^4F_{9/2} \\ {}^3F_4 \\ {}^3D_{3/2} \\ {}^1S_0 \end{array} \right\} J = L + S$
6	↑	↑	↑	↑	2	2	4	
7	↑	↑	↑	↑	3/2	3	9/2	
8	↑	↑	↑	↑	1	3	4	
9	↑	↑	↑	↑	1/2	2	5/2	
10	↑	↑	↑	↑	0	0	0	

f-shell ($l = 3$)					S	L = $ \Sigma l_i $	J	SYMBOL
n	$l_i = 3,$	2,	1,	0, -1, -2, -3				
1	↓				1/2	3	5/2	$\left. \begin{array}{l} {}^2F_{5/2} \\ {}^3H_4 \\ {}^4I_{9/2} \\ {}^5I_4 \end{array} \right\} J = L - S $
2	↓	↓			1	5	4	
3	↓	↓	↓		3/2	6	9/2	
4	↓	↓	↓	↓	2	6	4	
5	↓	↓	↓	↓	5/2	5	5/2	$\left. \begin{array}{l} {}^6H_{5/2} \\ {}^7F_0 \\ {}^8S_{7/2} \\ {}^7F_6 \\ {}^6H_{15/2} \\ {}^5I_8 \\ {}^4I_{15/2} \\ {}^3H_6 \\ {}^2F_{7/2} \\ {}^1S_0 \end{array} \right\} J = L + S$
6	↓	↓	↓	↓	3	3	0	
7	↓	↓	↓	↓	7/2	0	7/2	
8	↑	↑	↑	↑	3	3	6	
9	↑	↑	↑	↑	5/2	5	15/2	
10	↑	↑	↑	↑	2	6	8	
11	↑	↑	↑	↑	3/2	6	15/2	
12	↑	↑	↑	↑	1	5	6	
13	↑	↑	↑	↑	1/2	3	7/2	
14	↑	↑	↑	↑	0	0	0	

*↑ = spin 1/2; ↓ = spin -1/2.

5-9 نظرية لنجفان للدامغناطيسية

حاول لنجفان (Langevin) دراسة كيفية تأثير الإلكترون الدائر في مدار دائري حول النواة عندما يسلط عليه مجال مغناطيسي خارجي عمودي على مستوى مداره . في الشكل (4-9) تكون القوة المسلطة على الإلكترون من قبل النواة (قوة تجاذب) مساوية للقوة المركزية او الطاردة وكما يلي :

$$F = m\omega r^2 \quad \dots (9-17)$$

حيث ω السرعة الزاوية للإلكترون ان العزم المغناطيسي μ للإلكترون يكون

$$\mu = IA = \frac{1}{2} er^2\omega \quad \dots (9-18)$$

حيث r نصف قطر مدار الإلكترون . عند تسليط مجال مغناطيسي خارجي فإن الإلكترون يقع تحت تأثير قوة اضافية تسمى قوة لورنز (Lorenz force) . حيث

$$\vec{F}_L = -e(\vec{v} \times \vec{B}) = -eBr\omega \quad \dots (9-19)$$

وعليه فان محصلة القوة المؤثرة على الإلكترون تساوي

$$F = eBr\omega = m\omega^2 r \quad \dots (9-20)$$

وعليه فان السرعة الزاوية للإلكترون نتيجة وجود المجال تختلف عن ω_0 ويمكن حسابها بحل المعادلة (9-20) لنحصل على

$$\omega = \omega_0 - \frac{eB}{2m} \quad \dots (9-21)$$

ان المعادلة (9-21) تشير الى نقصان في سرعة دوران الإلكترون ويتج عنها تغير في العزم المغناطيسي مقداره

$$\Delta\mu = - \left(\frac{e^2 r^2}{4m} \right) B \quad \dots (9-22)$$

ونتيجة لنقصان العزم الذي يوازي المجال ، فان العزم المحتث يكون معاكسا لاتجاه المجال وبذلك فان استجابة الإلكترون دايا مغناطيسية .

ان معدل مربع نصف قطر مدار الإلكترون في ثلاث اتجاهات يساوي

$$\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle$$

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$$
$$\therefore \Delta\mu = - \left(\frac{e}{6m} \right) \langle r^2 \rangle B \quad \dots (9-23)$$

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\mu_0 N Z \Delta \mu}{B}$$
$$\chi = - \frac{\mu_0 N Z e^2}{6m} \langle r^2 \rangle \quad \dots (9-24)$$

YOL

6-9 النظرية الكمية للبارامغناطيسية

ان السمة الاساسية للمواد البارا مغناطيسية هي ان التأثير المغناطيسية اصغر من الواحد بكثير ($\chi < 1$) ولكنها موجبة والسبب في ذلك يعود الى ان الالكترونات في هذا النوع من المواد تتحرك بصورة عشوائية وبذلك فان عزومها المغناطيسية تأخذ مختلف الاتجاهات وان محصلة العزوم هي صفر . اما اذا سلط مجال مغناطيسي خارجي على هذه المواد فان حركة الالكترونات تتغير بحيث يكون اتجاه عزومها المغناطيسية موازيا (جزئيا على الاقل) لاتجاه المجال المغناطيسي الخارجي . ومن المفيد ان نذكرهنا ان لدرجة الحرارة تأثيرا كبيرا على اتجاه العزوم المغناطيسية في هذه المواد . وعند زيادة درجة الحرارة فان الاهتزاز الحراري كفيل بتغير اتجاه العزوم المغناطيسية بحيث يتناقص العزم المغناطيسي الكلي لهذه المادة مع زيادة درجة الحرارة .

يمكن كتابة العزم المغناطيسي للذرة او الايون بدلالة الزخم الزاوي الكلي ، حيث

$$\mu = -g \mu_B J \quad \dots (9-25)$$

ان الكمية g تدعى بمعامل لاندى للأنقسام (Lande' splitting factor) وتأخذ القيمة التالية

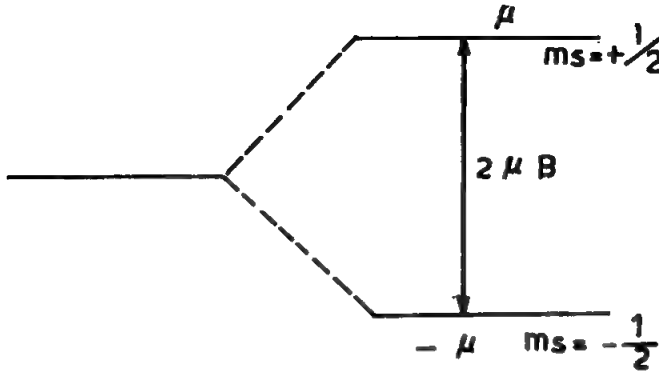
$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad \dots (9-26)$$

حيث $g = 2$ عندما $L = 0$ وتساوي واحدا عندما $S = 0$. ان مستويات الطاقة للايون بوجود المجال المغناطيسي تساوي

$$\epsilon = -\mu \cdot B = m_J g \mu_B B$$

حيث m_J تمثل العدد الكمي المغناطيسي وتأخذ القيم $J, J-1, \dots, -J$

فعندما $J = S = 1/2$ (نهمل الحركة الدورانية للالكترون) فان قيم m_J المسموحة هي $\pm 1/2$ وبذلك فهناك مستويان للطاقة احدهما يعود لبرم الالكترون الموازي لاتجاه المجال والثاني يعود لبرم الالكترون المعاكس لاتجاه المجال المغناطيسي كما هو موضح في الشكل (5-9)



الشكل (5-9) مستويات الطاقة للإلكترون بوجود المجال المغناطيسي

ان توزيع الايونات المغناطيسية على الحالات المغناطيسية المختلفة تتمثل بمعادلة بولتزمان

$$N_i \propto e^{-g/K_B T} \quad \dots (9-27)$$

حيث N_i عدد الايونات في المستوى i . لنفترض ان N_1, N_2 يمثلان عدد الايونات في مستويات الطاقة 1, 2. على التوالي وان N تمثل التعداد الكلي للنظام ($N = N_1 + N_2$) وعليه في حالة الاتزان الحراري فان

$$\frac{N_1}{N} = \frac{\exp(\mu B / K_B T)}{\exp(\mu B / K_B T) + \exp(-\mu B / K_B T)} \quad \text{وان}$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{\exp(-\mu B / K_B T)}{\exp(\mu B / K_B T) + \exp(-\mu B / K_B T)}$$

وعليه فان نهائي التمتع لـ N من الايونات في وحدة الحجم يساوي

$$M = (N_1 - N_2) \mu = N \mu \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$= N \mu \tanh x \quad \dots (9-28)$$

حيث x تساوي $\mu_B / K_B T$
عندما تكون x اصغر من الواحد بكثير (اي ان المجال المسلط ضعيف نسبيا) فاد

$$\tan hx \cong x$$

وعليه فان المعادلة (9 - 28) تصبح

$$M \cong N\mu (\mu_B / K_B T) \quad \dots (9 - 29)$$

وان التأثير المغناطيسية χ تاخذ الصيغة التالية :

$$\chi = \frac{M}{B} = \frac{Ng^2 \mu_B^2}{K_B T} \quad \dots (9 - 30)$$

ان الاشتقاق اعلاه للمتاثريه المغناطيسية ينطبق فقط على الحالة التي لها $J = 1/2$.
الا ان عدد مستويات الطاقة للذرة او الايون التي زخمها الزاوي الكلي J يساوي $(2J + 1)$ بوجود المجال المغناطيسي وعليه فان التمثيل الكلي M يساوي

$$M = NgJ \mu_B B_J(x) \quad \dots (9 - 31)$$

حيث $B_J(x)$ تسمى دالة بريلوين ،
حيث $x \equiv \frac{gJ \mu_B B}{K_B T}$

$$B_J(x) = \frac{1}{J} \left[\left(J + \frac{1}{2} \right) \coth \left(J + \frac{1}{2} \right) x - \frac{1}{2} \coth \frac{1}{2} x \right] \quad \dots (9 - 32)$$

ان الشكل (9 - 6) يوضح دالة بريلوين لعدد من قيم J المختلفة . ان المعادلة (9 - 29) هي حالة خاصة لمعادلة التمثيل العامة (9 - 31) حيث $J = 1/2$. وعندما تكون $x < 1$ فان

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \quad \dots$$

وعليه فان $B_J(x)$ لقيم x الصغيرة تساوي

$$B_J(x) = \frac{1}{J} \left\{ \left(J + \frac{1}{2} \right) \left[\frac{1}{\left(J + \frac{1}{2} \right) x} + \frac{x}{3} \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{2}{x} + \frac{x}{6} \right] \right\}$$

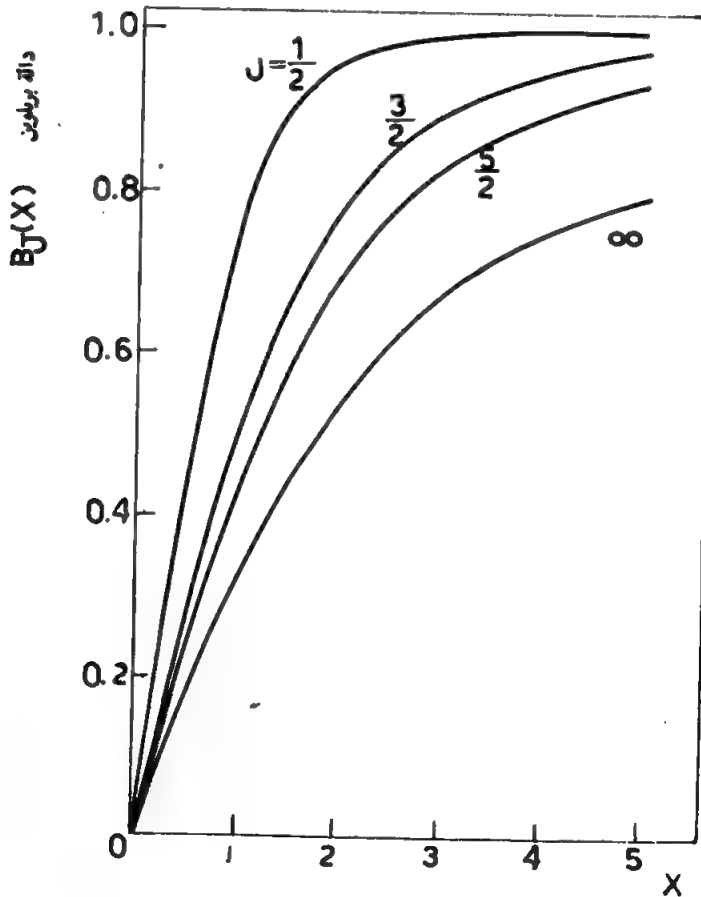
$$= \frac{1}{J} \left\{ \frac{1}{3} \left(J + \frac{1}{2} \right)^2 x - \frac{x}{12} \right\}$$

$$= \frac{x}{3J} \left(J^2 + J + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right)$$

عندما $x < 1$ فإن

$$B_J(x) = \frac{J+1}{3} x$$

... (9-33)



الشكل (9-6) دالة بيرلوفين

وبالتعويض عن قيمة $B_r(x)$ من المعادلة (9-33) في المعادلة (9-31) نحصل على

$$M = Ng\mu_B J \frac{(J+1)}{3} x = \frac{Ng^2\mu_B^2 J(J+1)B}{3K_B T}$$

$$= \frac{NJ(J+1)g^2\mu_B^2}{3K_B T} B$$

وان التأثير المغناطيسية χ تساوي

$$\chi = \frac{M}{B} = \frac{NJ(J+1)g^2\mu_B^2}{3K_B T} = \frac{NP^2\mu_B^2}{3K_B T} = \frac{C}{T}$$

... (9-34)

حيث P العدد الفعلي لمغنيط بور (effective Bohr magneton) وسأوي

$$P = g[J(J+1)]^{1/2} \quad \dots (9-35)$$

وان المعادلة (9-34) تمثل قانون كوري وان C هو ثابت كوري ، حيث

$$C = \frac{NP^2\mu_B^2}{3K_B} \quad \dots (9-36)$$

ان الجدولين (9-3) ، (9-4) يقارنان قيم P المحسوبة من المعادلة (9-35) والقيم المقاسة عملياً عن طريق قياس التأثير المغناطيسية

الجدول (3-9) القيم المحسوبة والقيم المقاسة لمغنيط بور الفعلي لايونات العناصر النادرة .

ELEMENT				
TRIPLY BASIC ELECTRON GROUND-STATE				
IONIZED)	CONFIGURATION	TERM	CALCULATED P	MEASURED P
La	$4f^0$	$1S$	0.00	diamagnetic
Ce	$4f^1$	$2F_{5/2}$	2.54	2.4
Pr	$4f^2$	$3H_4$	3.58	3.5
Nd	$4f^3$	$4I_{9/2}$	3.62	3.5
Pm	$4f^4$	$5I_4$	2.68	—
Sm	$4f^5$	$6H_{5/2}$	0.84	1.5
Eu	$4f^6$	$7F_0$	0.00	3.4
Gd	$4f^7$	$8S_{7/2}$	7.94	8.0
Tb	$4f^8$	$7F_6$	9.72	9.3
Dy	$4f^9$	$6H_{13/2}$	10.63	10.6
Ho	$4f^{10}$	$5I_8$	10.60	10.4
Er	$4f^{11}$	$4I_{15/2}$	9.59	9.5
Tm	$4f^{12}$	$3H_4$	7.57	7.3
Yb	$4f^{13}$	$2F_{7/2}$	4.54	4.5
Lu	$4f^{14}$	$1S$	0.00	diamagnetic

الجدول (4-9) القيم المحسوبة والقيم المقاسة لمغنيط بور الفعلي لايونات مجموعة الحديد

ELEMENT (AND IONIZATION)	BASIC ELECTRON CONFIGURATION	GROUND- STATE TERM	CALCULATED P (J = S) (J = L ± S)		MEASURED P
Ti ³⁺	3d ¹	² D _{3/2}	1.73	1.55	—
V ³⁺	3d ¹	² D _{3/2}	1.73	1.55	1.8
V ³⁺	3d ²	³ F ₂	2.83	1.63	2.8
V ²⁺	3d ³	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	3.8
Cr ³⁺	3d ³	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	3.7
Mn ³⁺	3d ³	⁴ F _{3/2}	3.87	0.77	4.0
Cr ²⁺	3d ⁴	⁵ D ₀	4.90	0	4.8
Mn ²⁺	3d ⁵	⁵ D ₀	4.90	0	5.0
Mn ²⁺	3d ⁵	⁶ S _{5/2}	5.92	5.92	5.9
Fe ³⁺	3d ⁵	⁶ S _{5/2}	5.92	5.92	5.9
Fe ²⁺	3d ⁶	⁵ D ₄	4.90	6.70	5.4
Co ²⁺	3d ⁷	⁴ F _{9/2}	3.87	6.54	4.8
Ni ²⁺	3d ⁸	³ F ₄	2.83	5.99	3.2
Cu ²⁺	3d ⁹	² D _{3/2}	1.73	3.55	1.9

7-9 التأثيرية البارامغناطيسية للكترونات التوصيل :

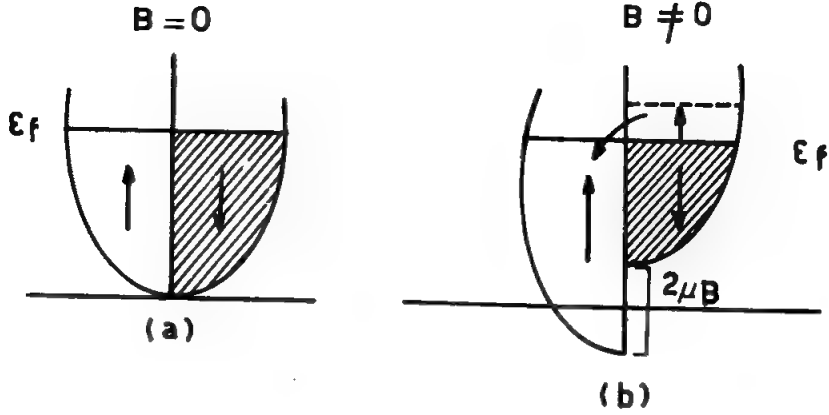
لم تفلح النظرية الكلاسيكية للالكترونات الحرة في تفسير منشأ البارامغناطيسية للمعادن . ان الكترونات التوصيل لها عزم مغناطيسي برمي يساوي مغنيط بور واحد ويحاول هذا العزم ان ياخذ اتجاه المجال المغناطيسي المسلط . وعليه وللموهلة الاولى عند حساب التأثيرية المغناطيسية للمعادن سوف نستخدم المعادلة (34-9) وبالتعويض عن $s = 1/2$ نحصل على

$$\chi = \frac{N \mu_B^2}{K_B T} \quad \dots (9-37)$$

حيث χ تعتمد على درجة الحرارة . ان التجارب العملية تشير الى ان التأثيرية المغناطيسية الناتجة عن بوم الكترونات التوصيل في المعادن لا تعتمد على درجة الحرارة وان قيمتها اقل مما هو متوقع من المعادلة (37-9) ان السبب في هذا الاختلاف هو ان المعادلة (37-9) تم اشتقاقها على اساس ان الالكترونات موضعية (localized) وتتبع توزيع ماكسويل - بولتزمان ، الا ان الكترونات التوصيل في المعادن لا تكون متمركزة وتتبع قانون فيرمي - ديراك . ان الشكل (7-9) يوضح الطريقة المستخدمة في حساب التأثيرية البارامغناطيسية للمعادن ، حيث في حالة عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي فان نصف عدد الالكترونات لها بوماً باتجاه محور z الموجب والنصف الاخر ياخذ اتجاه z السالب وبذلك فان محصلة التمغنط للمعدن يساوي صفراً (الشكل 7a-9) . وعند تسليط مجال مغناطيسي خارجي باتجاه محور z فان طاقة الالكترونات ذات البرم الموازي لاتجاه المجال تقل بمقدار $\mu_B B$ بينما تزداد طاقة الالكترونات ذات البرم المعاكس لاتجاه المجال بنفس المقدار (الشكل 7b-9) .

ان معظم الكترونات التوصيل في المعدن ليست لها الفرصة لتغيير اتجاه بومها عند تسليط المجال المغناطيسي حيث مدارات الالكترونات داخل سطح فيرمي ذات البرم الموازي للمجال تكون مشبعة وعليه لا تستطيع تغيير البرم وحسب مبدأ الانفراد . بينما جزء قليل فقط من الالكترونات والتي تقع قرب سطح فيرمي تمتلك طاقة بحدود $K_B T$ تكون لها الفرصة لتغيير اتجاه بومها وتستطيع بذلك ان تساهم في البارامغناطيسية للمعادن . ولحساب التأثيرية المغناطيسية لابد من معرفة عدد الالكترونات المؤثرة والتي تساهم في تمغنط المادة والتي تساوي

$$N_{eff} = \frac{1}{2} D(\epsilon_f) \mu_B B \quad \dots (9-38)$$



شكل (9-7)

حيث $D(\epsilon_f)$ هي كثافة الحالة عند سطح فيرمي (ادخل العدد $1/2$ في المعادلة (9-38) لتأخذ بنظر الاعتبار اتجاه واحد للبرم). ان تغير اتجاه برم الالكترون يزيد تمغنت المادة بمقدار $2\mu_B$ (من μ_B الى $-\mu_B$ كما هو موضح في الشكل (9-7) وعليه فان محصلة التمعنت تساوي

$$M = N_{eff} 2\mu_B = \mu_B^2 D(\epsilon_f) B \quad \dots (9-39)$$

ومنها نحصل على التأثيرية المغناطيسية χ_{C-E} لالكترونات التوصيل

$$\chi_{C-E} = \mu_B^2 D(\epsilon_f) \quad \dots (9-40)$$

وبذلك فان التأثيرية المغناطيسية تتحدد بكثافة الحالة والتي تلعب دوراً مهماً في الخواص الكهربائية للالكترونات. ان χ_{C-E} لا تعتمد على درجة الحرارة نتيجة الى كون توزيع فيرمي - ديراك للالكترونات لا يتأثر كثيراً بارتفاع درجة الحرارة. عندما

$$D(\epsilon_f) = \frac{3N}{2\epsilon_f}$$

فان

$$\chi_{C-E} = \frac{3}{2} \chi_p \frac{T}{T_f} \quad \dots (9-41)$$

حيث χ_p التأثيرية المغناطيسية للمواد البارامغناطيسية (المعادلة 37-9) وان T_f درجة حرارة فيرمي ($\epsilon_f = K_B T_f$). ولما كانت درجة حرارة فيرمي كبيرة جداً وغالباً ما تساوي 3×10^5 كيلفن او اكبر فان

$$\chi_{C.E} < \chi_p$$

اشار لاندאו (Landau) بان الالكترونات الحرة تحمل عزمًا دايامغناطيسياً يساوي ثلث العزم البارامغناطيسي ، وعليه

$$\chi_{dia} = - \frac{1}{2} \chi_p \frac{T}{T_f} \quad \dots (9-42)$$

وعليه فان التأثيرية الكلية لالالكترونات التوصيل تساوي

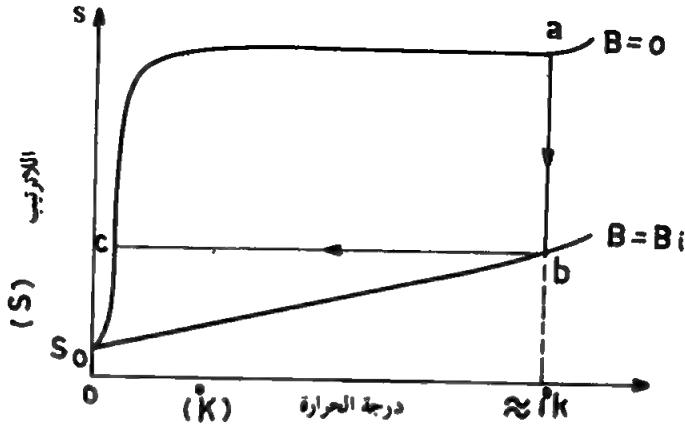
$$\begin{aligned} \chi_{total} &= \chi_{C.E} + \chi_{dia} \\ &= \frac{3}{2} \chi_p \frac{T}{T_f} - \frac{1}{2} \chi_p \frac{T}{T_f} \\ &= \chi_p \frac{T}{T_f} \end{aligned}$$

وعليه

$$\chi_{total} = \frac{N \mu_B^2}{K_B T_f} \quad \dots (9-43)$$

8 - 9 التبريد باستخدام الاملاح البارامغناطيسية

تبين اغلب خواص المادة تغيرات مثيرة او اختلافات في مدى درجات الحرارة الاقل من 20 كيلفن . ويمكن ببساطة الحصول على درجة حرارة واطنة حتى حوالي واحد كيلفن وذلك بتبخير سائل الهليوم ^4He بسرعة . اما اذا استعمل غاز هليوم ^3He فيمكن الوصول الى درجة حرارة 0.3 كيلفن . يمكن الوصول لدرجات حرارة واطنة جداً (حوالي 3-10 كيلفن) وذلك باستعمال الاملاح البارامغناطيسية . ومبدأ هذه الطريقة موضح بالشكل 8-9 وذلك بتغيير اللاترتيب S لنظام من الايونات المغناطيسية مع درجات الحرارة لقيمتين للمجال الخارجي هما $B = B_0$ و $B = 0$.



الشكل (8-9) يتناقص اللاتريب عندما يزداد المجال المغناطيسي بثبات درجة الحرارة من $a \rightarrow b$ وتتناقص درجة الحرارة عندما يقلل المجال المغناطيسي دون تبادل حراري من $b \rightarrow c$ (حتى المجال صفر)

يتمنط الملح بثبات درجة الحرارة (isothermally) عندما $a \rightarrow b$ بالقرب من درجة حرارة واحد كيلفن حيث تكون السعة الحرارية للجسيمات غير المغناطيسية صغيرة الى حد الاهمال . لهذه المنطقة ($a \rightarrow b$) فان المعادلة

$$T \frac{dS}{dT} = \frac{dU}{dT} + \mu_0 T \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB$$

تاخذ الصيغة التالية

$$T dS = 0 + \mu_0 T \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB$$

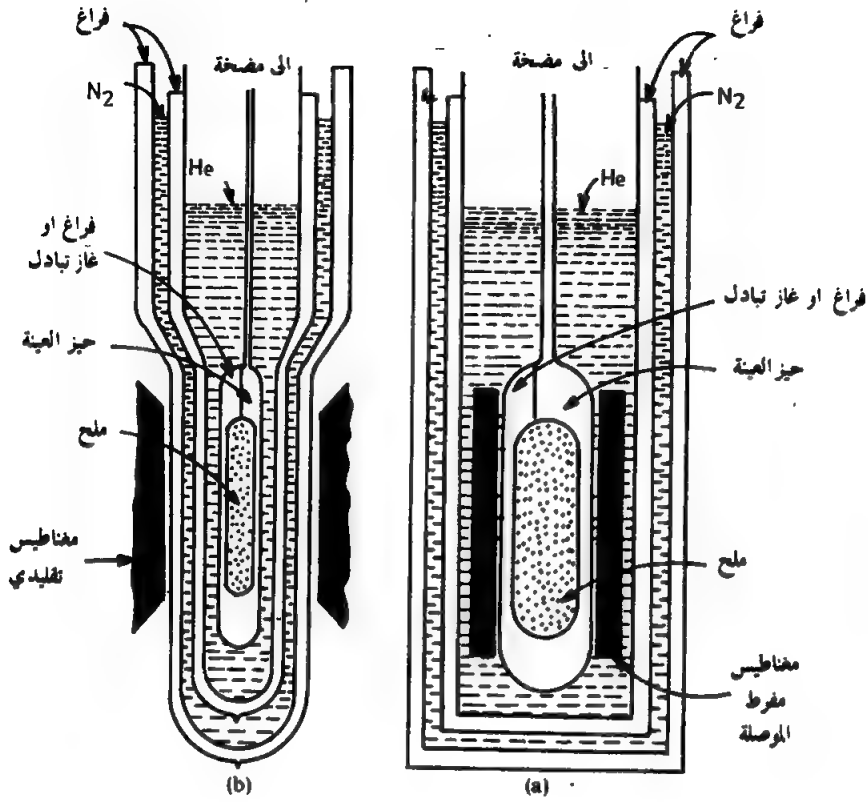
ويعبر التفاضل $(\partial M / \partial T)_B$ مقياساً في تغير اصطفااف برم الايونات المصاحبة لارتفاع درجة الحرارة (تأثير لانتريبي) حينما يحفظ المجال الخارجي ثابتاً . لذا فقيمة هذا التفاضل سالبة للاملاح البارامغناطيسية . وحيث ان $(\partial M / \partial T)_B$ سالب فتنساب الحرارة الى الخارج اثناء المغنطة عند ثبات درجة الحرارة . ان الخطوة التالية $b \rightarrow c$ هي عبارة عن نقص دون تبادل حراري (adiabatically) انعكاسي في قيمة B يكون فيه

$$0 = \left(\frac{dU}{dT} \right)_B dT + \mu_0 T \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_B dB$$

وحيث كل من $(\partial M / \partial T)_B$ و dB مقدار سالب اذن dT مقدار سالب . يسمى هذا التغير في درجة الحرارة (بالتأثير الحراري المغناطيسي) واول من أجرى تجارب من هذا النوع هو جيوك بأمريكا ثم تبعة كيرتي وسايمون في انكلترا ودي هاز في هولندا . في هذه التجارب يبرد ملح المواد البارامغناطيسية الى اقل درجة حرارية ممكنة بالاستعانة بالهليوم السائل . بعد ذلك يستعمل مجال مغناطيسي قوى ينتج ارتفاعاً في درجة حرارة المادة يتلوها انسياب للحرارة الى الهليوم المحيط والذي يتبخربعض منه . وبعد فترة تتمغنط المادة مغنطة قوية وتبرد لاقبل ما يمكن . عند هذه اللحظة يفرغ الحيز المحيط بالمادة ويخفض عندئذ المجال المغناطيسي الى الصفر وتخفض درجة حرارة الملح البارامغناطيسي الى قيمة منخفضة .

إن الاملاح البارامغناطيسية اما ان تكون بلورة واحدة أو مسحوق مضغوط أو خليط من البلورات الصغيرة على شكل كرة أو اسطوانة وتوضع في حيز يمكن توصيله في وقت ما بمضخة وفي وقت اخر بمصدر غاز . يحاط هذا الحيز بالهليوم السائل الذي

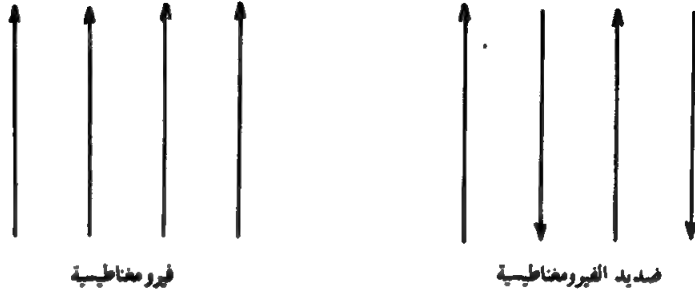
يمكن التحكم في ضغطه (وبالتالي في درجة حرارته) ويحيط بالهليوم السائل نايروجين سائل ويفرغ الحيز بينهما . يدخل غاز الهليوم للحيز المحتوى على ملح بارامغناطيسي قبل تسليط المجال المغناطيسي . تتسرب درجة الحرارة الناتجة عن تسليط المجال من خلال غاز الهليوم الى الهليوم السائل . وبعبارة أخرى نقول اننا قد استعملنا غاز الهليوم كموصل للحرارة ويمكن الملح البارامغناطيسي من الوصول الى درجة حرارة الاتزان بسرعة . لذا يسمى هذا الغاز بغاز التبادل والذي يطرد بمجرد الوصول الى درجة حرارة الاتزان ويترك الملح معزولاً حرارياً . استخدام سابقاً مغناطيس كهربائي ضخيم لتوليد المجال المطلوب أما حديثاً فقد صنعت ملفات لولبية مكونة من عدة آلاف من الملفات المكونة من سلك مصنوع من مادة ذو توصيلية مفرطة يمكن أن يمر خلالها تياراً تتراوح قيمته من 100 - 10 أمبير لا تتبدد أي طاقة في الملف طالما انه محفوظ عند درجة حرارة اقل من تلك التي يصبح عندها السلك مفرط التوصيلية . من محاسن استخدام مغناطيس مفرط التوصيلية (1) يمكن جعل حيز العينة أكبر و (2) يمكن جعل المجال المغناطيسي اقوى و (3) نقصان في تكاليف تصنيعه و (4) القدرة المطلوبة قليلة جدا حيث لا يوجد تبديد فيها . ان الشكل (9 - 9) يوضح الجهاز الحديث والجهاز التقليدي في تجربة التبريد بواسطة الاملاح البارامغناطيسية



الشكل (9-9) جهاز التبريد بواسطة الاملاح البارامغناطيسية (a) باستخدام مغناطيس مفرط الموصلية (b) باستخدام مغناطيس تقليدي

9-9 المواد الفيرومغناطيسية وخصائصها الفيزيائية

إن المواد المغناطيسية من نوع فيرومغناطيسية أو صلبة الفيرومغناطيسية تمتلك عزم ثنائي القطب حتى في حالة غياب المجال المغناطيسي وهذه المواد تختلف عن المواد البارامغناطيسية التي لا تظهر صفاتها المغناطيسية إلا بتسليط مجال مغناطيسي خارجي. إن التأثير المتبادل بين الأيونات المغناطيسية هو السبب في ترتيب عزمها المغناطيسية. ويجب أن يكون كبيراً لكي يغطي على الاهتزازات الحرارية التي تسبب عدم الترتيب في اصناف العزوم المغناطيسية. إن الشكل 9-10 يوضح ترتيب يوم الألكترونات عندما تكون المادة فيرومغناطيسية أو صلبة الفيرومغناطيسية.



الشكل (9 - 10) ترتيب العزوم المغناطيسية في المواد الفيرومغناطيسية وصدبة الفيرومغناطيسية

1 - 9 - 9 خواص المواد الفيرومغناطيسية

إن التأثير المتبادل بين برم الالكترونات المتجاورة يميل الى تراصف عزومها المغناطيسية باتجاه يوازي بعضها البعض الاخر وبذلك تصبح المادة فيرومغناطيسية. هذا النوع من التأثير المتبادل يولد ما يسمى بالمجال المتبادل (exchange field) . ان زيادة درجة تراصف العزوم المغناطيسية يعني زيادة المجال الداخلي والذي بدوره يؤدي الى زيادة في ترتيب العزوم . افترض وايز (weiss) بأن المجال الداخلي B_i يتناسب مع التمغنط μ ، أي أن

$$B_i = \lambda M \quad \dots (9 - 43)$$

حيث λ ثابت المجال الداخلي والتي تحدد قوة التأثير المتبادل بين العزوم المغناطيسية في المادة . وعلى فأن المجال الكلي المؤثر على المادة عند تسليط مجال مغناطيسي B_o خارجي يصبح

$$B_{tot} = B_o + \lambda M \quad \dots (9 - 44)$$

وباستخدام معادلة كوري (9 - 34) نحصل على

$$M = \frac{C}{T} (B_o + \lambda M)$$

$$M = \frac{C}{T - \lambda C} B_o \quad \dots (9 - 45)$$

من المعادلة (9-45) يمكن ان نحصل على التأثيرية المغناطيسية χ

$$\chi = \frac{M}{B_a} = \frac{C}{T - \lambda C}$$

$$= \frac{C}{T - T_c} \quad \dots (9-46)$$

حيث $T_c = \lambda C$ يطلق على المعادلة (6-46) بقانون كوري - وايز (Curie-weiss law). عند درجة حرارة $T = T_c$ فإن الاهتزازات الحرارية تكون عالية وبذلك فإن المجال الداخلي غير كاف لترتيب العزوم المغناطيسية وعلية فإن المادة تسلك سلوك المواد البارامغناطيسية . لابد من الإشارة هنا بأن المجال الداخلي هو ليس مجالاً مغناطيسياً بالمعنى الحقيقي ولكنه قوة تحاول ترتيب العزوم المغناطيسية وشدة هذه القوة تعتمد على درجة التراصف لان المجال الداخلي يتناسب مع التمغظ .

عند درجة حرارة $T \leq T_c$ فإن التأثيرية المغناطيسية χ تكون سالبة وهذا يعني عدم امكانية تطبيق قانون كوري ووايز (المعادلة 9-46) عند هذه الدرجات الحرارية . وعندما $T = T_c$ فإن التأثيرية المغناطيسية تصبح مالانهاية (الشكل 9-11) وهذا يعني وجود تمغظ تلقائي (Spontaneous Magnetization) حتى لو لم يسلط مجال مغناطيسي خارجي لحساب كمية التمغظ . يمكن استخدام المعادلة (9-28) وتعويض المجال المغناطيسي بـ $(B_a + \lambda M)$. أي أن :

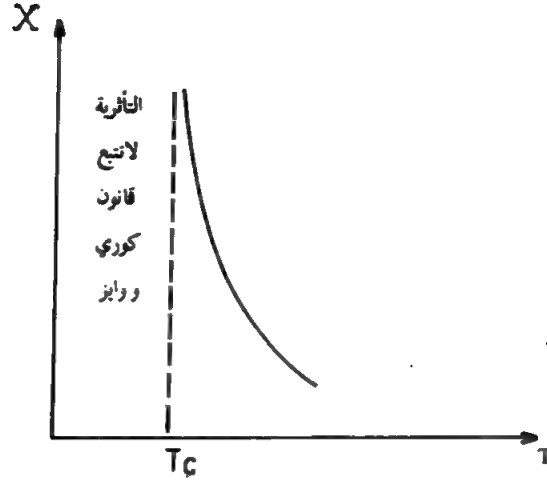
$$M = N\mu \tanh \left[\frac{\mu}{K_B T} (B_a + \lambda M) \right] \quad \dots (9-47)$$

وعندما $B_a = 0$ فإن المعادلة (9-47) تصبح

$$M = N\mu \tanh \left(\frac{\mu \lambda M}{K_B T} \right)$$

او

$$\frac{M}{N\mu} = \frac{M}{M_{sat}} = \tanh \alpha \quad \dots (9-48)$$



الشكل (11 - 9) اعتماد التأثرية المغناطيسية للمواد الفيرومغناطيسية على درجة الحرارة

حيث $\alpha = \frac{\mu \lambda M}{K_B T}$, $M_{sat} = N\mu$ وتمثل حالة الاشباع للمتمغنط أو بمعنى اخر تمثل اقصى قيمة للتمغنط عندما تتراصف جميع العزوم المغناطيسية بصورة موازية لبعضها الاخر . يمكن اعادة كتابة المعادلة (48 - 9) لتصبح

$$\frac{M}{M_{sat}} = \tanh \left(\frac{N\mu^2 \lambda M}{N\mu K_B T} \right) = \tanh \left(\frac{M}{M_{sat}} \cdot \frac{T_c}{T} \right) \quad \dots (49 - 9)$$

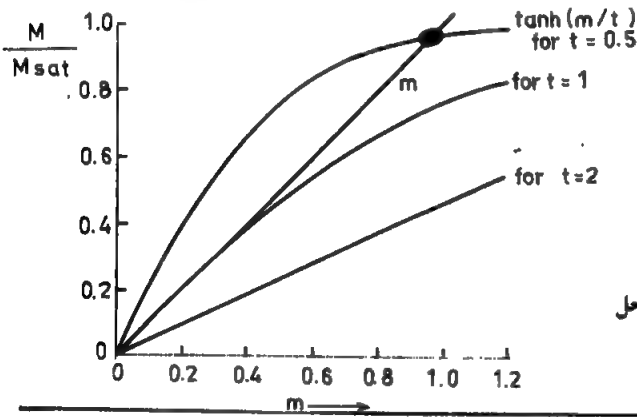
حيث $T_c = \lambda C$ و $M_{sat} = N\mu$

وبالتعويض عن $t = \frac{T}{T_c}$ و $m = \frac{M}{M_{sat}}$ في المعادلة (49 - 9) نحصل على

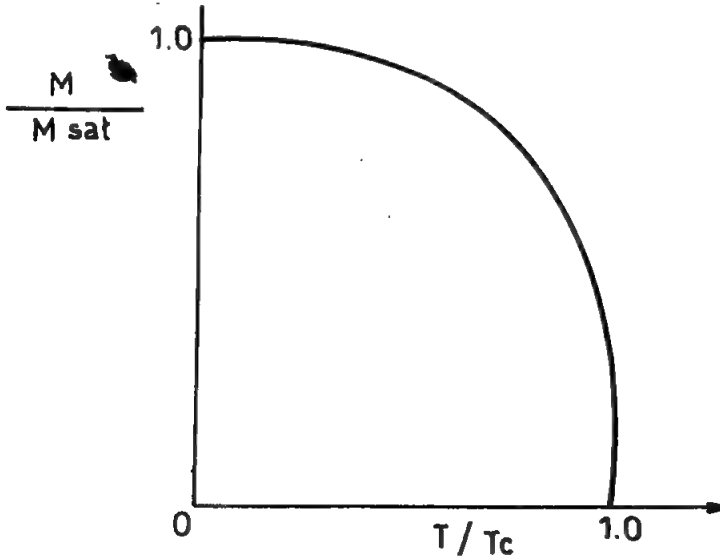
$$\underline{m} = \tanh (m / t) \quad \dots (50 - 9)$$

ولحل هذه المعادلة . نرسم الطرف الايسر من المعادلة (50 - 9) والطرف الايمن منها كدالة لـ m كل على انفراد (لاحظ الشكل 12 - 9) . وعندما $t = 0.5$ ($T < T_c$) فان المنحنيان يتقاطعان عند $m = 0.94 N\mu$ وبذلك فان المادة تقع

ضمن منطقة الفيرومغناطيسية ولها عزم تلقائي مقداره $0.94N\mu$. وعندما $t \rightarrow 0$ فان $m = 1$ وبذلك فان تمغط المادة يصل حد الاشباع وان جميع العزوم المغناطيسية ترتب نفسها بشكل يوازي بعضها البعض الاخر عند درجة الصفر المطلق . وعندما $(T = T_c) t = 1$ فان المنحني $\tanh(m/t)$ يمس الخط المستقيم m عند نقطة الاصل وبذلك تشير الى بداية ظهور الخاصية الفيرومغناطيسية للمادة . ولكن عند $t = 2 (T > T_c)$ فان المنحني يلتقيان عند نقطة الاصل فقط وتكون المادة في منطقة البارامغناطيسية . ومما تقدم يمكننا رسم منحنى التمغط كدالة لدرجات الحرارة كما هو موضح في الشكل (9 - 13)



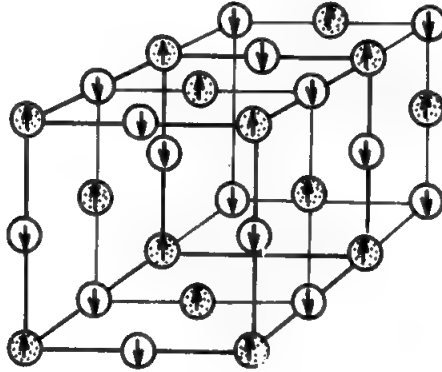
الشكل (9 - 12) رسم بياني لحل
المعادلة (9 - 50)



الشكل (9 - 13) منحنى التمغط في المواد الفيرومغناطيسية كدالة لدرجات الحرارة

2- 9- 9 خواص المواد صديدة الفيرومغناطيسية

يطلق على المواد التي ترتب عزومها المغناطيسية بصورة يعاكس بعضها البعض الاخر بصديد الفيرومغناطيسية ويطلق على درجة الحرارة التي عندها يحدث هذا لنوع من التراصف بدرجة حرارة نايل (Nee'l temperature) T_N ويمكن اعتبار هذه العزوم موزعة على شبيكتين فرعيتين (Sub-lattices) متشابهتين حيث العزوم المغناطيسية متوازية مع بعضها الاخر للشبيكة الواحدة ولكنها معاكسة للشبيكة الفرعية الاخرى . وعليه عندما تتشابه هذه الشبيكات مغناطيسيا فان العزم المغناطيسي الكلي للبلورة يساوي صفرا كما هو موضح في الشكل (9 - 14)



الشبيكة الفرعية X لها برم موجب
الشبيكة الفرعية Y لها برم سالب

الشكل (9 - 14) التركيب المغناطيسي للمواد الفيرومغناطيسية

وعندما لا تتشابه مغناطيسيا فهناك عزم مغناطيسي كلي وبذلك يطلق على المادة فيرمغناطيسية (ferrimagnetic) . ولدراسة سلوك المواد صديدة الفيرومغناطيسية نفترض ان العزم المغناطيسي للأيون التابع للشبيكة الفرعية X يتفاعل مع العزم المغناطيسي للأيون التابع للشبيكة الفرعية Y بواسطة المجال الداخلي B_{iY} . لنفترض ان M_Y تمثل تمغنط الشبيكة Y وان B_a يمثل المجال المغناطيسي الخارجي المسلط وعليه فان المجال المغناطيسي الكلي B_x والمؤثر على الشبيكة X هو

$$B_x = B_a + B_{iY} = B_a - \lambda M_Y \quad \dots (9-51)$$

وينفس الطريقة نحصل على

$$B_y = B_a + B_{ix} = B_a - \lambda M_x \quad \dots (9-52)$$

ان الإشارة السالبة تعني محاولة العزوم المغناطيسية التابعة للشبيكة X بترتيب نفسها باتجاه معاكس لتلك التابعة للشبيكة Y والعكس صحيح . يمكن حساب تمغنت كل شبيكة على انفراد وذلك باستخدام المعادلتين (9 - 51) , (9 - 52) لنحصل على :

$$M_x = \frac{1}{2} \frac{C}{T} (B_a - \lambda M_y)$$

و

$$M_y = \frac{1}{2} \frac{C}{T} (B_a - \lambda M_x)$$

بذلك

$$M = M_x + M_y = \frac{1}{2} \frac{C}{T} \{ 2 B_a - \lambda (M_x + M_y) \}$$

وعليه فان التأثيرة المغناطيسية χ تساوي

$$\chi = \frac{M}{B_a} = C \{ 1 - \lambda (M_x + M_y) / 2B \} / T$$

$$\chi = \frac{C}{T + T_N} \quad \dots (9-53)$$

حيث

$$T_N = \frac{\lambda C}{2}$$

ان المعادلة (9 - 53) هي قانون كوري -وايز للمواد صديدة الفيرومغناطيسية ويكون ساري المفعول عندما $T > T_N$ فقط . وعليه يمكن تعريف درجة الحرارة T_N بانها الدرجة الحرارية التي عندها تتحول المادة من حالة البارامغناطيسية الى صديد الفيرومغناطيسية .

10-9 الرنين النووي المغناطيسي

إذا وضعت نواة عزمها المغناطيسي μ_N وزخمها الزاوي الكلي \hbar في مجال مغناطيسي B_0 فإن مقدار طاقة التبادل (exchange energy) مع هذا المجال هي :

$$E_m = - \mu_N B_0 \quad \dots (9-54)$$

ان مستويات الطاقة وبوجود المجال المغناطيسي الخارجي تنقسم الى مستويات ثانوية (sub - levels) وعددها يعتمد على قيمة الزخم الزاوي الكلي ويساوي $(2I + 1)$. ان فرق الطاقة بين اي مستويين ثانويين متجاورين يساوي

$$\Delta E = B_0 \gamma \hbar \quad \dots (9-55)$$

حيث γ تسمى بنسبة العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي . يمكننا اثاره مستويات الطاقة المكتملة هذه لنوى بعض الذرات بوجود المجال المغناطيسي وذلك بتسليط مجال كهرومغناطيسي ذي ترددات عالية . حيث يحدث الرنين المغناطيسي النووي (nuclear magnetic resonance) عندما تساوي الطاقة الممتصة $\hbar \omega_0$ فرق الطاقة بين المستويات التانوية . وعليه فان :

$$\begin{aligned} \hbar \omega_0 &= B_0 \gamma \hbar \\ \omega_0 &= \gamma B_0 \end{aligned} \quad \dots (9-56)$$

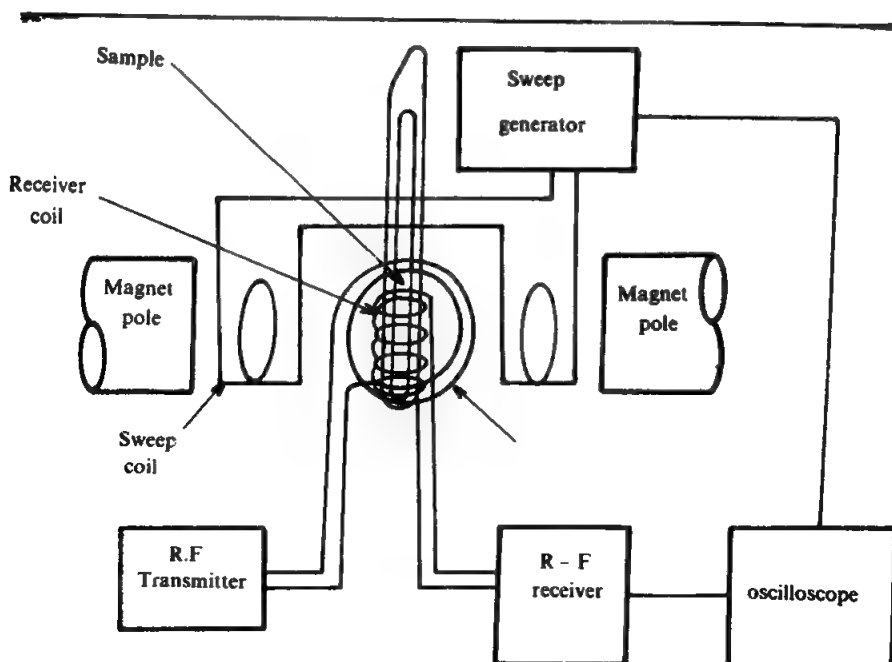
حيث ω_0 تمثل التردد الزاوي للاشعة الكهرومغناطيسية وان الجدول (5-9) يوضح قيم γ لبعض النوى .

الجدول (5-9) قيم γ لبعض النوى

النواة	$\gamma (T^{-1} S^{-1})$
1H (proton)	2.6753×10^8
2D (deuteron)	4.1064×10^7
7Li	1.0396×10^8

ان من اهم تطبيقات الرنين النووي المغناطيسي هو استخدامه كمجس حساس (sensitive probe) لايجاد المجال المغناطيسي الداخلي (internal field) والكشف عن نوعية تمتص المادة .

ان الشكل (15 - 9) يوضح احدى الطرق المستخدمة في قياس قيمة ذلك المجال . هناك ثلاثة ملفات متعامدة مع بعضها هي ملفا تضمين المجال (field - modulating coil) وملف الارسال (transmitter coil) وملف الاستلام (receiver coil) . ان ملف الارسال يغذى عن طريق مولد ترددات راديوية لتوظيفه في تكوين مجال عمودي على المجال المراد قياسه . ان النوى المراد اثارها لاجراء القياسات تحفظ في انبوب داخل مجموعة الملفات الثلاثة ، واذا كانت النوى هي البروتونات فيستخدم بذلك الماء . نبدأ بتغير تردد الاشارة الراديوية حتى نحصل على الرنين وملتقط عن طريق ملف الاستلام ويظهر على شاشة راسم الذبذبات (oscilloscope) لتحديد قيمة التردد الذي حصل عنده الرنين المغناطيسي . وتعتبر هذه الطريقة من اكثر الطرق دقة وحساسية ، في حساب قيمة المجال المغناطيسي . حيث يمكن التحسس بتغير مقداره 2×10^{-7} تسلا في مجال قدره 0.8 تسلا



الشكل (15 - 9) مخطط جهاز الرنين النووي المغناطيسي لايجاد المجال

الاسئلة

1- 9 جد الحالات الدركية (ground states) للايونات السيريوم Ce^{3+} و البروميثيوم Pm^{3+} واليوروبيوم Eu^{3+} وذلك باستخدام قواعد هوند .

2- 9 برهن على ان النسبة بين التأثيرية المغناطيسية للبارامغناطيسية χ_{par} (حسب قانون كوري) والتأثيرية المغناطيسية للدايامغناطيسية χ_{dia} (حسب قانون لنجفان) كما يلي :

$$\frac{\chi_{par}}{\chi_{dia}} = - \frac{2J(J+1)}{ZK_B T} \frac{\hbar^2}{m < r^2 >}$$

3- 9 اذا علمت ان طاقة فيرمي (ϵ_f) للبتاسيوم تساوي 2.1 إلكترون - فولت . احسب مقدار التأثيرية البارامغناطيسية لتركيب من البوتاسيوم .

4- 9 اذا علمت ان أيون الكروم Cr^{2+} يمتلك اربعة الكترونات في القشرة 3d . احسب مقدار التأثيرية المغناطيسية عند درجة حرارة 300 كلفن للملح يحتوي على غرام - مول من ايونات الكروم Cr^{2+} .

5- 9 اذا علمت ان أيون الديسبروسيوم Dy^{3+} يمتلك تسعة الكترونات في القشرة 4f . اوجد قيمة J, S, L لهذا الايون ثم احسب التأثيرية المغناطيسية عند درجة حرارة 4 كيلفن للملح يحتوي على غرام - مول من ايونات الديسبروسيوم Dy^{3+} .

6- 9 اذا علمت ان غاز بارامغناطيسي يحتوي على N من الذرات في كل 1 سم³ وان $S = 1/2, L = 0$. احسب (أ) عدد الذرات في المستويين 2,1 عند درجة حرارة T وبوجود مجال مغناطيسي فيضه B . (ب) مقدار تمغنط الغاز البارامغناطيسي (ج) تعداد (population) المستويين عند درجة حرارة 300 كيلفن و 4 كيلفن . اذا علمت ان N تساوي 10^{22} لكل سم³ و B تساوي 25 كيلوكاوس . .

7- 9 اشتق العلاقة التي تربط بين المجال الداخلي B_i ودرجة حرارة كوري T_c للمواد الفيرومغناطيسية . جد قيمة B_i لمادة الحديد ، اذا علمت ان درجة حرارة كوري للحديد تساوي 1043 كيلفن وان العزم المغناطيسي الفعلي لكل ايون يساوي 2.2 مغنيط بور.

8- 9 اذا علمت ان درجة حرارة كوري لأكسيد البرويوم EuO تساوي 70 كيلفن . استخدم نموذج « المجال الداخلي » لحساب النسبة بين التماغنط M عند درجة حرارة 300 كيلفن وبوجود مجال مقداره 10^{-2} تسلا والتماغنط M_{sat} عند درجة الصفر المطلق . علماً ان $g = 2, J = 7/2$ لأيون البرويوم Eu^{+3}

الخواص البصرية للمواد الصلبة

1 - 10 المقدمة :

عند اضاءة المواد باسقاط الضوء عليها فان عدداً من العمليات يمكن ان تحدث بسبب التفاعل الذي يحدث بين الضوء الساقط وهذه المواد . ذلك ان جزءاً من هذا الضوء سوف يفقد ويتحول الى حرارة ، اي يمتص (absorbed) اما البعض الاخر فسوف يمر بدون فقدان اي ينفذ (transmitted) والقسم الاخر يتشتت (scattered) من سطح المادة اي ينعكس (reflected)

ان التفاعل الاساس الذي يؤدي الى ظهور الخواص البصرية للمواد ، هو الذي يحدث بين المجال المرافق للاشعة الكهرومغناطيسية (وعلى وجه الخصوص متجه المجال الكهربائي) والشحنات التي تحتويها هذه المواد . هذه هي العملية الرئيسية الا ان صيغة التفاعل الحقيقية تعتمد كثيراً على طبيعة الشحنات وطريقة توزيعها : اي فيما اذا كانت الكترونية . او ايونية او فيما اذا كانت حرة كما في الفلزات او مقيدة كما في اشباه الموصلات والعوازل .

مما تقدم يتضح لنا انه يلزم لكي نعرف على الاسباب الكامنة وراء الخصائص البصرية للمواد ، ان نعرف ليس فقط على كيفية توزيع الشحنات في المواد وانما يلزمنا ايضا التعرف على ماهية الضوء .

لا توجد هناك طريقة وحيدة لتمثيل الضوء بحيث نستطيع من خلالها الوصول الى التفسير الصحيح للخواص البصرية المراد دراستها وبالتالي فاننا نجد اننا ملزمون بالاخذ بالصفة الثنائية لضوء . ففي حالة النفاذ والانتقال خلال المواد الشفافة فان العامل الاكثر اهمية للتعرف عليه هو الطول الموجي اي اننا نتعامل مع الضوء على اساس انه موجات كهرومغناطيسية مستعرضة بطول موجي λ وسرعة c . من جهة اخرى وفي حالة الامتصاص فانه من الضروري تبني المفهوم الكمي للضوء اي نتعامل مع الضوء على اساس انه يتكون من جسيمات منفردة : فوتونات يمتلك كل منها مقدارا من الطاقة مساويا لـ

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \dots (10-1)$$

حيث يمثل تردد الضوء h ثابت بلانك .

2-10 معامل الانكسار

ذكرنا نوا ان الشحنات المختلفة والتي تدخل ضمن تركيب المادة الصلبة ، سوف تستجيب بعض الشيء للاشعة الكهرومغناطيسية الساقطة وان المتجه الكهربائي لهذه الاشعة سوف يزيح قليلا الشحنات من موقعها الاصلي مولدة بذلك ثنائي قطب (ذرة في مجال كهربائي تعاني استقطابا كهربائيا ذلك لان الالكترونات السالبة والنواة الموجبة تتأثران بقوى صغيرة نسبيا ولكن باتجاهين متعاكسين ونتيجة لهذا تتحور الذرة مكونة بذلك ثنائي قطب كهربائي) . ان الالكترونات المرتبطة بقوة الى ذراتها والتي تشكل قلب الايونات ، سوف يكون استقطابها ضعيفا بينما تكون مساهمة الالكترونات الحرة والمرتبطة بشكل ضعيف الى الذرات ، في الاستقطاب النهائي اكبر بكثير من غيرها .

اذا كان المجال الكهربائي المتناوب والتابع للموجة الكهرومغناطيسية ذا تردد ν فان الاستقطاب الكهربائي للذرة سوف يتذبذب هو الآخر ، بنفس التردد ν وبالتالي فان جزءاً من طاقة الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة سوف تتحول الى طاقة اهتزازية

لثنائي القطب الكهربائي المتولد وبذلك تنقص سعة الموجة الساقطة . ان ثنائي القطب المهتز سوف يبعث بدوره اشعة كهرومغناطيسية بنفس التردد ν في جميع الاتجاهات ماعدا اتجاه محور الاستقطاب ، عندما تتعرض مجموعة ذرات لموجة كهرومغناطيسية مستوية ولكن غير مستقطبة نجد ان الاشعة الثانوية تنبعث بصورة متناظرة (isotropic) في جميع الاتجاهات ذلك لان تأثير الذرات المختلفة هو عشوائي ووفق اصطلاحات علم البصريات تكون الموجات الثانوية ذات جبهات كروية (spherical front) بدلا من جبهات مستوية للموجات الساقطة ولذلك فان عملية التشتت هذه تتضمن امتصاص موجات مستوية ساقطة ثم اعادة اشعاعها على شكل موجات كروية بنفس التردد) .

على الرغم من ان الثنائيات القطبية المحتنة سوف تكون متذبذبة بفعل المجال الكهربائي المتذبذب كما ذكرنا اعلاه ، الا انه يجب التذكار ان الايونات ولكونها ثقيلة فانها لا تستطيع ان تجاري المجال المتذبذب الا عند الترددات التي تقع دون ترددات الاشعة تحت الحمراء ومن ثم فان مساهمة الايونات في الاستقطاب الكلي يكون ضعيفا في المنطقة المرئية (Visible region) من جهة اخرى تستطيع الالكترونات الاستجابة بصورة جيدة مع المجال حتى عند الترددات فوق البنفسجية ultra-violet من الطيف المرئي .

وعلى فرض ان الفقدان في الطاقة بسبب تذبذب الثنائيات القطبية (الاحتكاك) هو قليل او بكلمة اخرى ان تفاعل الاشعة الكهرومغناطيسية مع الشحنات لا يسبب اي فقدان في الطاقة ولكن يسبب من حالة اعادة الاشعاع فان المادة سوف تظهر شفافية (transparency) لهذه الاشعة الا ان فعل التأخير الحاصل في اعادة الاشعاع سوف يقلل من السرعة الفاعلة للضوء ومن ثم فانه يقال عندئذ ان المادة تمتلك معامل انكسار (n) (retractive index) اي ان

$$n = \frac{c}{v} \quad \dots (10 - 2)$$

حيث c سرعة الضوء في الفراغ ، v سرعة الضوء في المادة .

مما تقدم اعلاه يتضح لنا ان الاستقطاب في المادة بفعل سقوط الاشعة الكهرومغناطيسية عليها يكون مقياساً لمعامل الانكسار لهذه المادة فكلما كان الاستقطاب كبير كان فعل التأخير اكبر وكلما كانت سرعة الضوء في المادة اصغر كان معامل

الانكسار اكبر (المعادلة 2 - 10) . هذا وتشير النظرية الكهرومغناطيسية للضوء الى ان

$$n = (\epsilon_r)^{\frac{1}{2}} \quad \dots (10-3)$$

للمواد غير المغناطيسية (non-magnetic materials)

المعادلة (3 - 10) يمكن اعادة كتابتها بالصيغة

$$\epsilon_r = n^2 \quad \dots (10-4)$$

وبالتالي فان معادلة كلاوس - موسا (المعادلة 66 - 8) في الفصل (8) والخاصة بالعوازل ، سوف تتحول الى

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} \sum n_i \alpha_i \quad \dots (10-5)$$

تدعى المعادلة (5 - 10) بمعادلة لورنتز - لورنتز (Lorenz - Lorentz)

عندما تكون n مساوية للواحد فان $n^2 + 2 = 3$ وبهذا فان المعادلة (5 - 10)

تتحول الى :

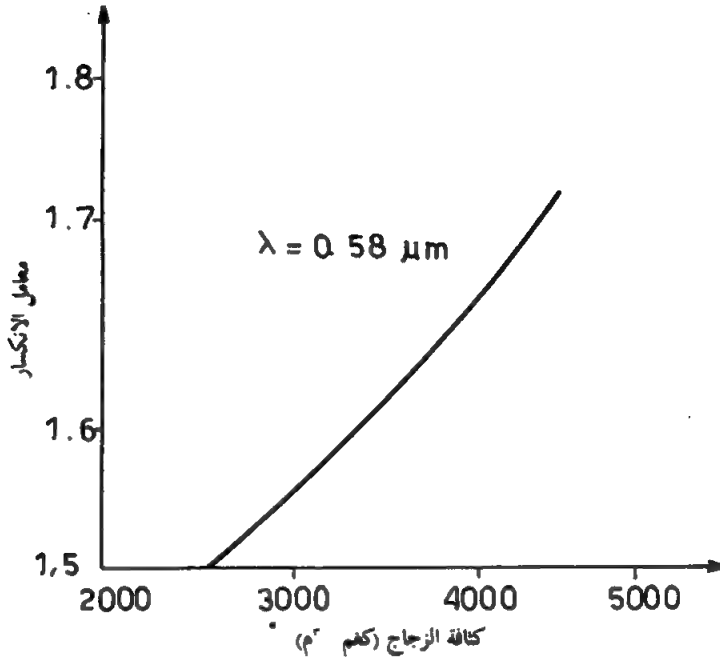
$$n^2 = \epsilon_r = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} \sum n_i \alpha_i \quad \dots (10-6)$$

عندما تكون $\alpha = 0$ اي عندما لا تمتلك المادة اي استقطابية ، فان المعادلة

(6 - 10) سوف تتحول الى

$$n^2 = \epsilon_r = 1 \quad \dots (10-7)$$

يتضح من المعادلة (7 - 10) ان المادة التي لا تمتلك اي استقطابية لا تمتلك اي تأخير في اعادة اشعاع الضوء وبالتالي فان معامل انكسارها يكون مساويا لـ 1 وبالتالي فانه يمكن القول انه كلما كانت كثافة التناييات القطبية في المادة اكبر كلما كانت ϵ_r اكبر ومن ثم تردد اقبة n . ففي الذرات ذات العدد الذري الاكبر تكون كثافة الالكترونات كبيرة ومن ثم فانه من المتوقع ان تمتلك معامل انكسار اكبر ويبين الشكل 1 - 10 تغير معامل الانكسار مع تغير الكثافة لمادة الزجاج



الشكل (1-10) تغير معامل الانكسار للزجاج مع الكثافة

3-10 الانكسار المزدوج

قبل ان نتكلم عن الانكسار المزدوج (Birefringence) او الانكسار المضاعف (double refraction) يحسن بنا التعرف على بعض من المصطلحات التي سوف ترد في هذا البند ومنها

1- 3-10 المحور البصري . فيما عدا البلورات المكعبة فان جميع البلورات تكون غير متماثلة وتختلف خصائصها الفيزيائية باختلاف الاتجاه ضمن البلورة . ان الكلسايت (بلورات ثالث كاربونات الكالسيوم) والكوارتز (بلورات ثاني اوكسيد السليكون SiO_2) ينتميان لنوع من البلورات تدعى بالبلورات الاحادية المحور (uniaxial) . في هذا النوع من البلورات يوجد اتجاه خاص يدعى بالمحور البصري (optic axis) وهو في الواقع محور تناظر بالنسبة للبلورة ولترتيب الذرات فيها فاذا قمنا بقياس اية خاصية فيزيائية كال توصيلية الحرارية مثلا فاننا سوف نجد انها متساوية اذا قيست باتجاهات عمودية على المحور البصري وتتغير بتغير الزاوية لتصل الى نهاية عظمى او صغرى على طول المحور .

2 - 3 - 10 الانكسار المزدوج

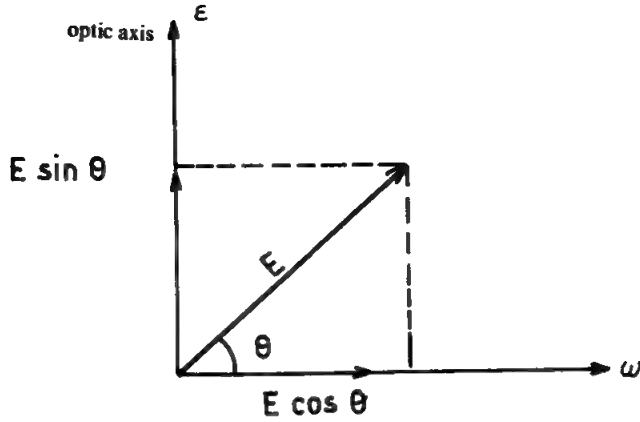
من المعروف ان المتجه الكهربائي للاشعاع الكهرومغناطيسي يكون عموديا على اتجاه انتشار الموجة ومن ثم فان الازاحة الكهربائية والثنائيات القطبية الناتجة هي الاخرى تكون عمودية على اتجاه الانتشار .

عند دراسة خواص البلورات فانه من الضروري استخدام ضوء مستقطب استوائيا (Plane-Polarized) أي ذلك الضوء الذي يكون مجاله الكهربائي متغيرا ومقتصرا في حركته على مستوى واحد يحتوي اتجاه انتشاره على اتجاه الاستقطاب عادة باتجاه الاهتزاز للضوء .

فعندما يقطع شعاع مستقطب استوائيا بلورة احادية المحور بصورة موازية للمحور البصري فان معامل الانكسار يكون واحدا لهذا الشعاع في جميع اجزاء البلورة ويعرف عادة بـ ω بالعرف اللاتيني ومن جهة اخرى اذا كان الشعاع المستقطب استوائيا ويقطع البلورة بصورة عمودية على المحور البصري فان معامل الانكسار سوف يعتمد على اتجاه الاهتزاز للمجال الكهربائي للشعاع المستقطب : فاذا كان اتجاه الاهتزاز عموديا على المحور البصري هو الاخر فان معامل الانكسار يكون كالسابق ويعرف كذلك بـ ϵ اما في حالة كون الاهتزاز موازيا للمحور البصري فان معامل الانكسار سيكون مختلفا عن السابق ويعرف بـ ϵ . الحالة الاخيرة هي عندما يكون اتجاه الاهتزاز واقعا بين الاتجاهين (العمودي على المحور البصري والموازي له) فان الشعاع سوف ينشطر الى مركبتين ويكون المجال الكهربائي التابع لهما موازيا وعموديا على المحور البصري - انظر الشكل (2 - 10) حيث تكون المركبة الموازية لاتجاه المحور البصري مساوية لـ $E \sin \theta$ بينما تكون العمودية عليه مساوية لـ $E \cos \theta$

تدعى معاملات الانكسار ω و ϵ بالمعامل الاساسية للانكسار (principle indices) وعندما تكون $\epsilon > \omega$ فان البلورة تدعى بالبلورة الاحادية المحور الموجب (positive uniaxial) اما اذا كانت $\omega > \epsilon$ فان البلورة تعرف بالبلورة الاحادية المحور السالب (negative oniaxial)

من الشكل (2 - 10) يمكن الاستنتاج بان سرعة الانتشار لكلا المركبتين مختلفة ومن ثم فان هاتين المركبتين سوف تنفذان من البلورة بفرق طور تعتمد قيمته ليس فقط على السرعة النسبية للانتشار (معامل الانكسار) وانما ايضا على سمك البلورة .



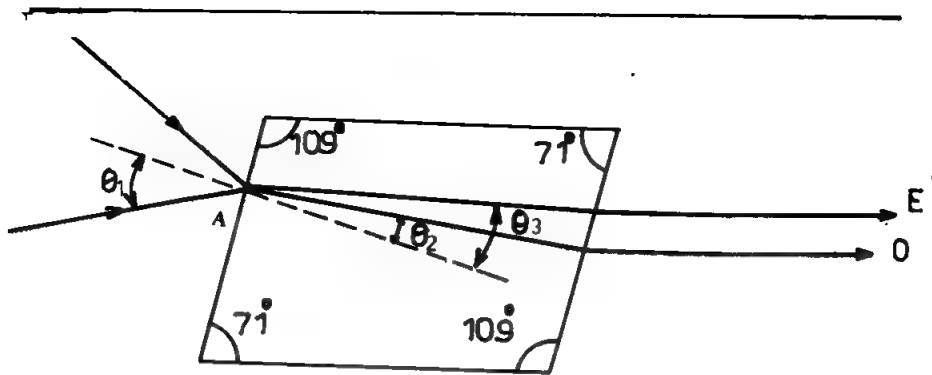
الشكل (10 - 2) مركبات المجال الكهربائي

لنفرض ان الشعاع الساقط ليس موازيا او عموديا على المحور الضوئي - انظر الشعاع الساقط عند النقطة A بالاتجاه العمودي لبلورة الكالسيت المعينية (rhombohedron) في الشكل 3 - 10 وعليه فان هذا الشعاع الساقط سوف ينشطر الى شعاعين . هذه الظاهرة تدعى بالانكسار المضاعف (double refraction) ويعرف الشعاع الاول بالشعاع العادي (الشعاع O في الشكل 3 - 10) ويقع عادة في مستوى المحور البصري ويقطع هذا الشعاع البلورة دون انكسار طبقا لقانون سنيل (Snell's law) بحيث ان

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n \quad \dots (10 - 8)$$

اما الشعاع الثاني من الانكسار فيعاني من الانكسار ولا يحقق قانون سنيل . هذا الشعاع يدعى بالشعاع الغريب او الفوق عادي (الشعاع E في الشكل 3 - 10) ويقع في المستوى العمودي على المحور البصري . ان السرعة النسبية للشعاعين يمكن تحديدهما بواسطة معامل الانكسار وان الفرق بين عاملي الانكسار هو مقياس للانكسار المضاعف في البلورة

واخيرا لا بد لنا من الاشارة الى ان البلورات ذات الانكسار المزدوج تنقسم الى بلورات احادية المحور وبلورات ثنائية المحور (تمتلك البلورات ذات النظام المتعامد الواجه والبلورات الاحادية الميل وثلاثية الميل ، محورين بصريين وتدعى بالبلورات الثنائية المحور ومن ثم فانها تمتلك ثلاثة اتجاهات اهتزازية وثلاثة معامل انكسار تعرف بـ γ, β, α)



الشكل (3 - 10) الانكسار المزدوج

في البلورات الاحادية المحور تكون معاملات الانكسار ومن ثم السرعة بالاتجاهات E, O متساوية في اتجاه واحد هو ما يسمى بالمحور الضوئي . ومن جهة اخرى يوجد في البلورات الثنائية المحور اتجاهان لا تتوقف فيهما سرعة الامواج المستوية على اتجاه الاهتزازات الساقطة ويصنع هذان المحوران الضوئيان احدهما مع الاخر زاوية معينة تكون خاصة بالبلورة وتتوقف الى حد ما على الطول الموجي للشعاع ويمكن النظر الى البلورات احادية المحور كحالة خاصة للبلورات الثنائية المحور حيث تنعدم فيها الزاوية بين المحورين .

4 - 10 الامتصاص

ينتج طيف الامتصاص من ظاهرة فقدان في الطاقة الناتجة عن التفاعل الحاصل بين الضوء والشحنات التي تحتويها المادة . ان عمليات الامتصاص تكون عادة على ثلاثة انواع وليس من الضروري حدوثها في وقت واحد وفي كل مادة . ان حدوث اي نوع من الامتصاص يعتمد على التفاعل بين الضوء الساقط ونوع الشحنات المشاركة في هذا التفاعل . ويوجد عادة ثلاثة انواع من الشحنات التي تشارك في التفاعل وهي :

- a - الكترولونات القشرة الداخلية لايونات الشبكة ، المرتبطة بقوة الى هذه الايونات
- b - الكترولونات القشرة الخارجية السائبة
- c - الكترولونات التوصيل الحرة في المعادن او اشباه الموصلات

ان النوع الاول من الامتصاص يؤدي الى عملية التبدد البصري (optical dispersion) ويتم حدوثه عند الترددات الرنينية اي عندما يتساوى تردد الضوء الساقط مع التردد الطبيعي للالكترونات او الايون اما بالنسبة للنوع الثاني فان هذا الامتصاص يحدث بواسطة الالكترونات ويعمل على تهيجها : اي نقلها من مستويات الطاقة المملوءة نسبيا الى المستويات الفارغة نسبيا . فاذا كان الفرق في الطاقة بين المستويين هو ΔE فان الامتصاص سوف يحدث اذا كانت طاقة الفوتون مساوية ايضا لـ ΔE بحيث ان

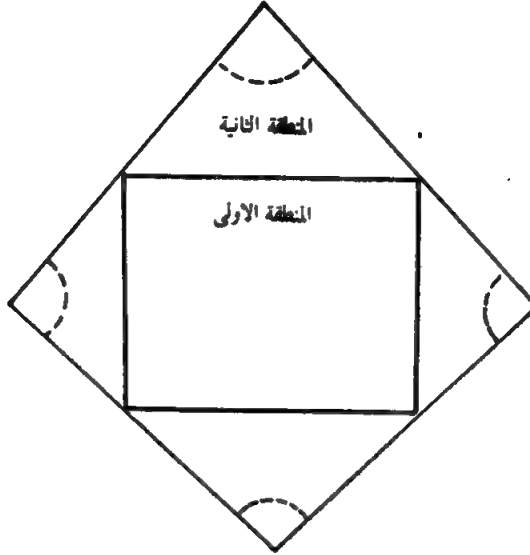
$$v = \frac{\Delta E}{h} \quad \dots (10 - 9)$$

هذا النوع من الامتصاص يعتبر اساسيا ويتميز بطيفه العريض وذلك لان عرض حزم الطاقة وتعدد المستويات سوف يعطي عدداً كبيراً من الخيارات . ان اهم الانتقالات بالنسبة للمواد شبه الموصلة والعازلة هي تلك التي تحدث بين حزم التكافؤ والتوصيل .

من المعروف ان كل مادة من هذه المواد تتميز بفجوة طاقة E_g وعليه فان اقل طاقة لازمة للفوتون كي تؤدي الى حدوث الامتصاص ثم التهيج يجب ان تساوي E_g وبذلك فان

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} \quad \dots (10 - 10)$$

وبالنسبة للالكترونات الحرة فان امتصاص الطاقة بواسطة هذه الالكترونات يكون مشابها الى الاصطدام مع متذبذب حر وبذلك يتبع النظريات التقليدية ومن ثم فان الالكترون الحر بامتصاصه للطاقة سوف ينتقل من حالة كمية الى حالة كمية اخرى مسموحة . وطبقا لميكانيك الكم فان هذه الانتقالات تكون مسموحة اذا كانت واقعة في مناطق او حزم مختلفة . او بكلمة اخرى ان الانتقال يظهر بين المنطقتين فقط اذا كان المنحى الموجي k في كلا المنطقتين يمتلكان الاتجاه نفسه بحيث ان الزخم يبقى محفوظا اثناء الانتقال . افرض ان سطح فيرمي في منطقة بريلوين الاولى يبدو كما في الشكل 4 - 10 وان الحالات المطابقة لهذا السطح في منطقة بريلوين الثانية تقع عند الاقواس المنقطة اصف الى ذلك ان الانتقالات المتشابهة هي ممكنة ايضا بين الحالات المشغولة في المنطقة الاولى والحالات المناظرة في المنطقة الثانية . ان الذي يحدث هنا لا يختلف كثيراً عما يحدث في الظاهرة الكهروضوئية الا ان الالكترون في هذه الحالة لا يغادر البلورة ومن ثم فانها تدعى بالظاهرة الكهروضوئية الداخلية (internal photoelectic effect) .



الشكل (4 - 10) مناطق بريلوين في المعادن

لنفرض ان طاقة الحالة هي

$$E = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m} \quad \dots (10 - 11)$$

وكذلك على فرض ان المنطقة الاولى متاخمة للمنطقة الثانية بحيث ان الطاقة تبقى مستمرة - حسب نموذج الالكترون الحر - لذا فان الطاقة الدنيا اللازمة للانتقال ستكون مساوية لـ

$$h\nu_{min} = \frac{[(2K_{hkl} - k_0)^2 - k_0^2]}{8\pi^2 m} \quad \dots (10 - 12)$$

حيث k هو العدد الموجي للحالة عند سطح فيرمي k_{hkl} هو العدد الموجي لمنطقة بريلوين الاولى عند الحدود .

لا بد لنا هنا من التنويه الى ان تواجد الالكترون الحريك غالبا في المعادن وبالتالي فان هذا النوع من الامتصاص (الثالث) يكون خاصا الى حد كبير بهذه المواد في حين انه لا يعتبر اساسيا في المواد الشبه الموصلة على الرغم من امكانية حدوثه .

ان اكثر عمليات الامتصاص اهمية في اشباه الموصلات ، هي تلك التي تؤدي الى انتقال الالكترون من حزمة التكافؤ الى حزمة التوصيل . وبسبب من اهمية هذه العملية فانها تدعى عادة بعملية لامتصاص الاساسية . في هذه العملية يقوم الالكترون بامتصاص فوتون (من الحزمة الساقطة) ويقفز من حزمة التكافؤ الى حزمة التوصيل . وكما ذكرنا فان تردد الفوتون الساقط يجب ان يكون مساويا لـ (E_g / h) لكي يحدث الامتصاص . في عملية الامتصاص هذه تكون الطاقة الكلية محفوظة والزخم الكلي كذلك . اي ان

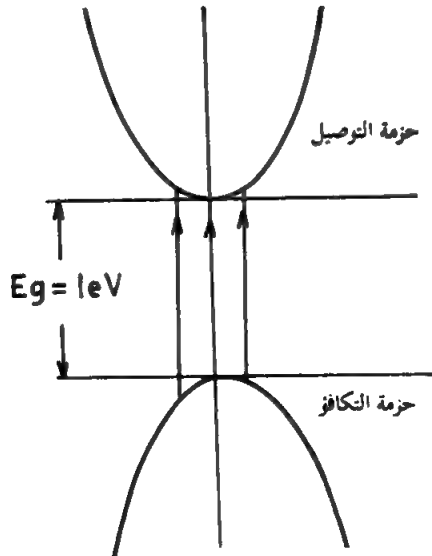
$$E_f = E_i + h\nu \quad \dots (10 - 13)$$

$$k_f = k_i + q \quad \dots (10 - 14)$$

حيث تمثل E_f, E_i طاقة الالكترون الابتدائية والنهائية في حزمتي التكافؤ والتوصيل على التوالي . كذلك تمثل k_f و k_i زخم الالكترون في كلا الحزمتين . والمتجه q هو المتجه الموجي للفوتون الممتص وعادة مايكون صغيرا بحيث يمكن اهماله اي ان

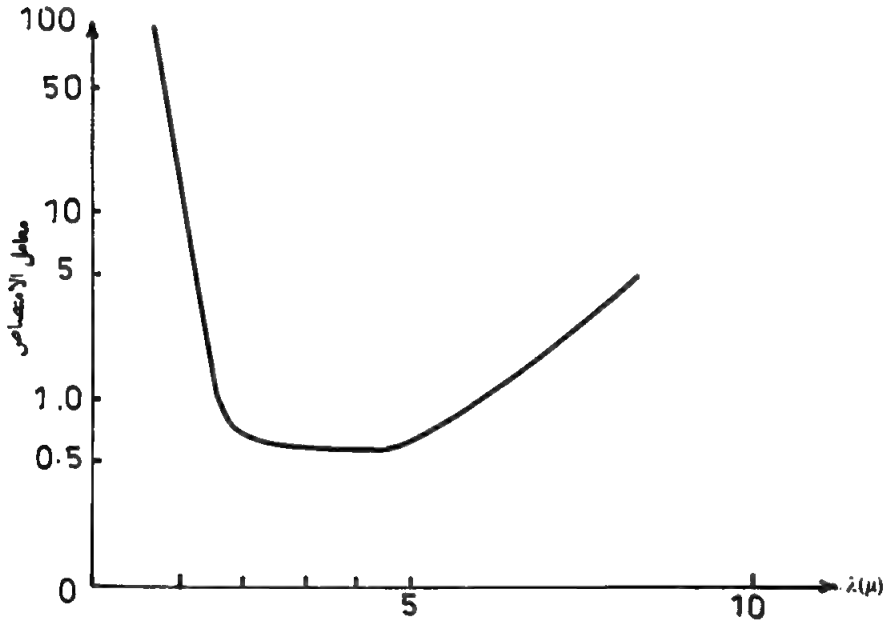
$$k_f = k_i \quad \dots (10 - 15)$$

بمعنى ان الزخم محفوظ . ان قاعدة الاختيار هذه تشير الى ان الانتقال بين حزمتي التكافؤ والتوصيل لا يحدث في فضاء k الا عموديا فقط . اي لا يحدث بصورة مائلة مثلا - انظر الشكل (5 - 10)



الشكل (5 - 10) حزم الطاقة في اشباه الموصلات

تكون فجوة الطاقة في اشباه الموصلات صغيرة عادة - في حدود واحد الكترون فولت او اقل - ومن ثم فان اشباه الموصلات تكون شفافة الى حد كبير ، للاشعاعات ذات الاطوال الموجبة القصيرة ، اما عند الطول الموجي 2 ما يكرون فان معامل الامتصاص يبدأ بالزيادة ويستمر حتى 1.7 ما يكرون تقريبا . عندها يكون معامل الامتصاص قد وصل الى اقصى قيمة له - انظر الشكل (6 - 10) - متفقا بذلك مع مضمون المعادلة (10 - 10) ذلك ان الطول الموجي 1.7 ما يكرون يكافيء 1.15×10^{-19} جول او 0.72 الكترون - فولت والتي تساوي عرض فجوة الطاقة في الجرمانيوم .

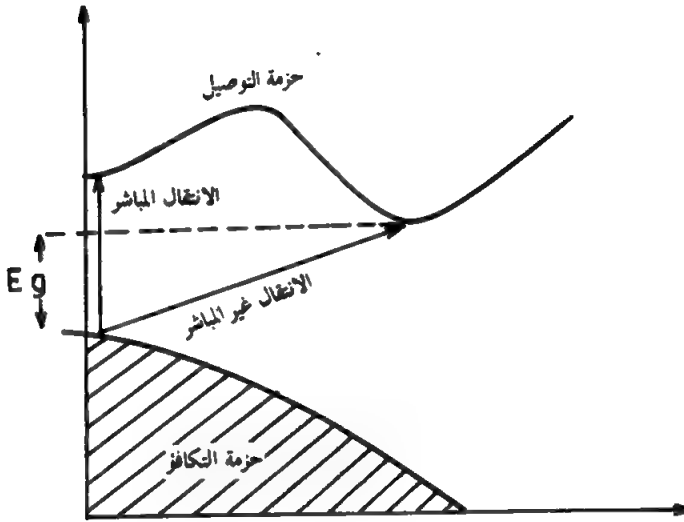


الشكل (6-10) تغير معامل الامتصاص مع الطول الموجي لاشباه الموصلات

على الرغم مما جاء اعلاه فان حافة الامتصاص لاشباه الموصلات تعتمد بشكل كبير على نوعية شبه الموصل ولا تظهر بالضرورة عند القيمة المكافئة لفجوة الطاقة E_g ان السبب الكامن وراء ذلك يعود الى حقيقة ان قمة حزمة التكافؤ في بعض الموصلات لا تقع بشكل مباشر تحت منخفض حزمة التوصيل - انظر الشكل (7 - 10) وبالتالي فان لدينا نوعين من الانتقال بين حزم اشباه الموصلات :-

a - الانتقال المباشر (direct-transition)

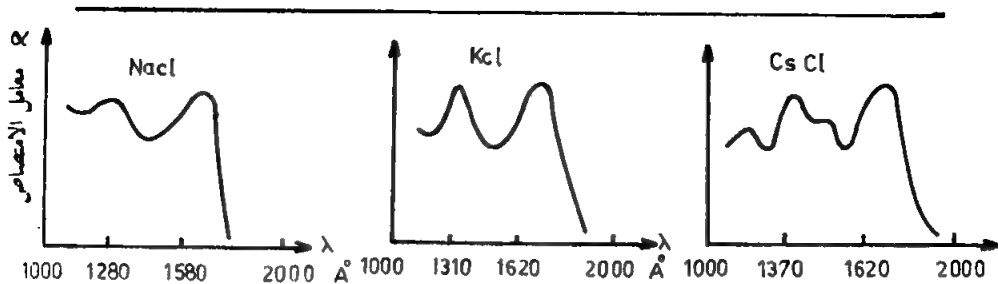
b - الانتقال غير المباشر (indirect-transition)



الشكل (7 - 10) الانتقال المباشر وغير المباشر

ومن جهة أخرى تمتلك العوازل فجوة طاقة كبيرة وتكون الخواص البصرية لها مشابهة للخواص البصرية لأشباه الموصلات عند المنطقة تحت الحمراء من طيف الأشعة الكهرومغناطيسية وتكون شفافة للضوء المرئي وبين الشكل (8 - 10) تغير معامل الامتصاص لبعض العوازل كدالة للطول الموجي . يلاحظ في هذه المنحنيات ان الامتصاص يظهر في المنطقة فوق البنفسجية (عند الطاقات العالية) كذلك يلاحظ وجود ذرى (peaks) في هذه المنحنيات مما يشير الى ان عملية الامتصاص هذه لا تعود فقط الى الاستقطابية وانما هي اكثر تعقيدا من ذلك .

ان اول من عالج وشرح الية الامتصاص في القواعد القلوية هو فرانكل (Frenkel) في عام 1931 حيث اشار الى ان امتصاص الفوتون يؤدي الى توليد زوج الكترون - فجوة . ان الالكترن المتولد على اية حال . سوف لن ينتقل الى حزمة التوصيل والا لكان هناك امكانية حدوث ظاهرة التوصيلية الكهربائية وانما يبقى

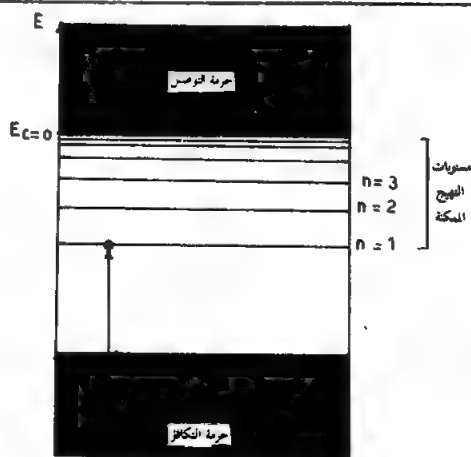


الشكل (8 - 10) تغير معامل الانعصاص مع الطول الموجي لبعض العوازل

قريبا من الفجوة . ومثل هذا الزوج (الكترن-فجوة) يدعى بالاكزيتون (exciton)
ان طاقة الترابط لمثل هذا الزوج الكترن - فجوة تكون مساوية لـ

$$E_n = - \frac{m_0^* e^4}{8\epsilon_f^2 \epsilon_0^2 h^2 n^2} \quad \dots (10 - 16)$$

حيث ان $m_0^* = m_e^* m_h^* / (m_e^* + m_h^*)$ وان ϵ_0 تمثل ثابت العازل عند الترددات العالية والناجمة عن وجود الاستقطابية الالكترونية عند هذه الترددات .
عودا الى الشكل (8 - 10) فان ظهور الذيل في هذه المنحنيات يشير الى وجود الشوائب في البلورات بينما يكافيء ظهور الذرى ، مستويات الطاقة المبينة في الشكل (9 - 10) ، والتي تكون متقاربة بشكل اكبر كلما كان العازل اكبر .



الشكل (9 - 10) مستويات التهج المحتملة للعوازل

5 - 10 الليزر

بعد الليزر (Laser) من الناحية التاريخية ثمرة الميزر (Maser) الذي هو عبارة عن جهاز يستخدم الامواج الراديوية القصيرة جدا (الامواج الدقيقة) بدلا من امواج الضوء المرئي المستخدم في انتاج الليزر. ولقد بني اول ميزر بنجاح على يد ش. ه. تاوونز (Townes) بين عام 1951 وعام 1954.

في عام 1958 اعلن أ. ه. شاولو (Schalow) وش. ه. تاوونز (Townes) اسس الميزر الضوئي او الليزر وفي عام 1960 قام ميمان (Maiman) ببناء اول ليزر بنجاح مستخدما تلك الاسس التي وضعها في عام 1958.

ان مصطلح الليزر مشتق من الاحرف الاولى لعدة كلمات في اللغة الانكليزية وهي :

“Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation”

والتي تعني تضخيم الضوء بواسطة الانبعاث المحفز للاشعة .

ان لليزر خواصا لا يمكن ان تتوفر في اي مصدر ضوئي اخر : فهو عبارة عن حزمة من ضوء شديد مركز بالغ الترابط (Coherence) متوازية الى الحد الذي يجعل حزمة من ضوء ليزر مرئي قطرها 10 سم لا يزيد اتساعها عند سطح القمر - الذي يبعد عنا 384 الف كيلو متر - عن 5 كيلو متر .

1 - 5 - 10 الانبعاث الانبي والمحفز :

من المعروف ان الانظمة الذرية - كالذرات والايونات والجزيئات - يمكن ان تتواجد في حالات مستقرة معينة يناظر كل منها قيمة محددة من الطاقة وتميز هذه الحالات بارقام كمية (quantum numbers). اما قيم الطاقة العددية فتدعى بمستويات المنظومة الذرية . وفي حالة الذرات المعزولة توصف الحالات (states) بالارقام الكمية التي تميز المدارات (orbits) والبرم (spin) للالكترونات المتواجدة خارج الغلاف الالكتروني المغلق . اما في حالة الجزيئات فان وصف الحالة يتضمن الارقام الكمية المقترنة بالحركات الدورانية والاهتزازية للجزيئة اضافة الى الارقام الكمية التي تصف الحركات الالكترونية .

يطلق على مستوى المنظومة الذرية الذي يمتلك اقل طاقة بمستوى الحالة الدركية (ground level) بينما يدعى اي مستوى اخر بمستوى تهيج (excited level) ويجري عادة ترقيم المستويات مبتدئين بمستوى الدركي وحسب الزيادة في درجة طاقة المستوى .

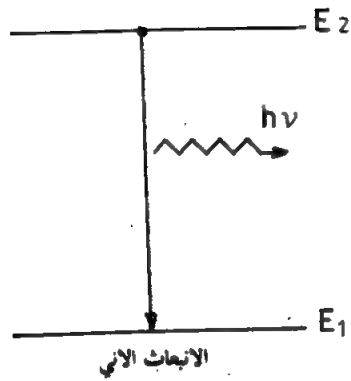
عندما تمتلك اثنان او اكثر من الحالات مستوى الطاقة نفسها فان ذلك يدعى بمستوى منحل (degenerate) وتكون عدد الحالات التي تمتلك نفس الطاقة بمثابة حالة تضاعف المستوى multiplicity . أن جميع الحالات التي تمتلك الطاقة نفسها تعتبر متطابقة ويمكن ان تحدث الانتقالات بين الحالات لمستقرة مصحوبة بانبعثات او امتصاص الطاقة على شكل اشعة او بانتقال الطاقة من او الى منظومة ذرية اخرى . واذا كان الانتقال اشعاعيا فان تردد الاشعة المنبعثة او الممتصة من قبل المنظومة تعطى وفقاً لعلاقة بور Bohr التالية

$$E_2 - E_1 = h\nu \quad \dots (10 - 13)$$

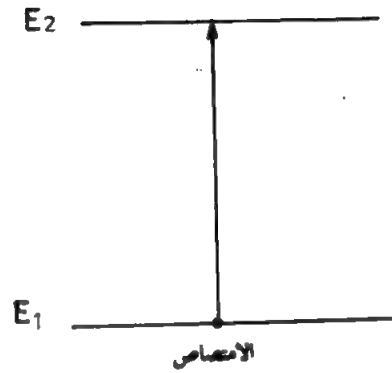
حيث تمثل E_2, E_1 طاقتي الحالتين التي حدث بينهما الانتقال بينما يمثل h ثابت بلانك .

مما تقدم يتضح لنا انه اذا لم تكن المنظومة الذرية في المستوى الدركي فانه يمكن لهذه المنظومة ان تغير حالتها الى مستوى طاقة اوطأ مع بعث اشعة ومن دون اية مسببات خارجية وتدعى هذه الظاهرة بالانبعاث الانّي - انظر الشكل (10 - 10a) كما تدعى الاحتمالية لكي تغير الذرة الموجودة في المستوى n حالتها انيا الى المستوى الادنى m في فترة وحدة الزمن باحتمالية الانتقال الانّي وتعرف بـ A_{nm} . فاذا كان هناك عدد كبير من المنظومات الذرية وكان N_n يمثل عدد المنظومات المتواجدة في المستوى n فسيكون العدد الكلي للانتقالات التي تحدث في الثانية الواحدة من المستوى n الى المستوى m يساوي $N_n A_{nm}$ ويكون انبعثات الاشعة الانية من ذرات المنظومة بطور عشوائي وبالتالي فان هذا التجمع من المنظومة الذرية يمثل مصدرا ضوئيا غير مترابط (non coherent)

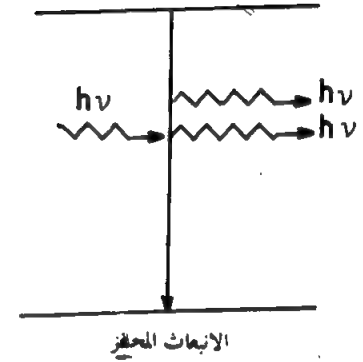
ويوجد نوع من الانتقالات فيما بين مستويات الطاقة الذرية او الجزيئية . لاتحدث بصورة انية وانما تحدث عن طريق التحفيز (stimulation) بواسطة اشعة كهرومغناطيسية ذات تردد مناسب (عندما تكون طاقة الفوتون الساقط مساوية بالضبط لفرق الطاقة بين



(a)



(b)



(c)

الشكل (10 - 10) الانبعاث الانبعاث والمحفز والامتصاص عند سقوط الفوتونات

المستويين تكون احتمالية تغير حالة المنظومة الذرية خلال وحدة الزمن من المستوى n الى المستوى m - انظر الشكل (10 - 10b) - هي

$$P_{nm} = A_{nm} + \mu B_{nm} \quad \dots (10 - 17)$$

حيث تمثل μ الكثافة الاشعاعية عند التردد الذي يعود الى فرق الطاقة بين المستويين A_{nm} و B_{nm} هما ثوابت تحددها المنظومة نفسها .

بالاضافة الى ما ذكر اعلاه فان وجود الاشعة ذات التردد الملائم سوف يعمل ايضا على نقل المنظومة الذرية من مستوى طاقة منخفض الى مستوى طاقة اعلى وتكون احتمالية حصول الامتصاص هي :

$$P_{mn} = \mu B_{mn} \quad \dots (10 - 18)$$

مما تقدم يتبين لنا ان الاشعة المنبعثة من منظومة ذرية معرضة لمجال اشعاعي خارجي تكون على نوعين : الاول تتناسب شدته طرديا مع A_{nm} وهي الاشعة الانية ويكون طورها غير معتمد على طور الاشعة الخارجية والنوع الثاني : وهو الجزء الذي تتناسب شدته طرديا مع μB_{nm} ويدعى بالاشعة المحفزة (المستثارة) التي يكون طورها هو طور الاشعة الخارجية .

2 - 5 - 10 علاقتا اينشتاين

ان احتمالية انتقال الذرة من مستوى طاقة اعلى (n) الى مستوى طاقة اوطا (m) (اشعاع) ، تكون مساوية لـ $A_{nm} + \mu B_{nm}$ بينما تكون احتمالية انتقال الذرة من المستوى (m) الى المستوى (n) (امتصاص) ، مساوية لـ μB_{mn} .

افترضنا ان لدينا منظومة ذرية تحتوي على المستويات 1, 2, 3, ... ذات الطاقات E_1, E_2, E_3, \dots وهكذا على التوالي فان عدد الذرات لكل وحدة حجم الموجودة في هذه المستويات هي N_1, N_2, N_3, \dots تكون - حسب قانون التوزيع لبولتزمان - مساوية لـ .

$$N_1 = A e^{-E_1 / K_B T} \quad \dots (10 - 19A)$$

$$N_2 = A e^{-E_2 / K_B T}$$

و
(10-19B)

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2 - E_1) / K_B T}$$

او ان
... (10-20)

فاذا كان $E_2 > E_1$ فان $N_1 > N_2$

طبقا لما جاء اعلاه فان عدد الانتقالات
من المستوى n الى المستوى m $N_2 P_{nm}$ او ان

$$I = N_2 A_{nm} + N_2 \mu B_{nm} \quad \dots (10-21)$$

كذلك فان عدد الانتقالات من المستوى m الى المستوى n سيكون مساويا لـ
او ان

$$N_1 P_{mn} = N_1 \mu B_{mn} \quad \dots (10-22)$$

لكي تكون المنظومة الذرية في حالة توازن حراري فانه يجب ان تتحقق العلاقة الحالية :

$$N_m P_{mn} = N_n P_{nm} \quad \dots (10-23)$$

او ان

$$N_m B_{mn} \mu = N_n \{ A_{nm} + B_{nm} \mu \} \quad \dots (10-24)$$

وبحل المعادلة الاخيرة نجد ان

$$\mu = \frac{A_{nm} / B_{nm}}{\left(\frac{N_m}{N_n} \right) \left(\frac{B_{mn}}{B_{nm}} \right) - 1} \quad \dots (10-25)$$

الا انه وفقا لاحصاء بولتزمان نجد ان نسبة عدد الذرات في المستوي m الى عددها
في المستوى n تكون مساوية لـ

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{(E_n - E_m) / K_B T} = e^{h\nu / K_B T} \quad \dots (10-26)$$

حيث ان $E_n - E_m = h\nu$ وبذلك فان

$$\mu = \frac{A_{nm} / B_{nm}}{\left(\frac{B_{mn}}{B_{nm}} \right) e^{h\nu / K_B T} - 1} \quad \dots (10-27)$$

هذه المعادلة تعطي كثافة الفوتونات ذات التردد ν وفي حالة التوازن الحراري لدينا من علاقة بلانك للاشعاع الحراري ان

$$\mu(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/K_B T} - 1} \quad \dots (10 - 28)$$

وعند التعويض عن μ من (المعادلة (26) في المعادلة (27) نحصل على

$$B_{nm} = B_{mn} \quad \dots (10 - 29)$$

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \quad \dots (10 - 30)$$

ان اول من قام باستنتاج هاتين العلاقتين هو انشتاين عام (1917) ولذلك عرفنا باسمه وتشير هاتان العلاقتان الى امكانية حدوث الانبعاث المحفز بالاشعاع وان معامل الانتقال بين حالتين هو نفسه في حالتي الاشعاع والامتصاص (المعادلة (10 - 23) . كذلك فان المعادلة (10 - 25) توضح ان النسبة بين معدل الانبعاث الآني الى الانبعاث المحفز تحت شرط التوازن هي .

$$R = \frac{A_{nm}}{\mu B_{nm}} = \exp(h\nu/K_B T) - 1 \quad \dots (10 - 31)$$

فاذا كانت ν للون الاخضر هي 5×10^{14} هيرتز في درجة حرارة الغرفة فان $R = e^{82}$ ومنه يتبين بأن حدوث انبعاث محفز يكون مهملا بالنسبة لحدوث انبعاث آني . يلاحظ ان معدل الانبعاث الآني يكون مساويا الى معدل الانتقال المحفز ($R = 1$) عند الطول الموجي 60 مايكرون اي في المنطقة تحت الحمراء البعيدة . ومن هنا يتضح صعوبة احداث الانبعاث المحفز في المنطقة المرئية من الطيف مع افتراض وجود شرط التوازن الحراري ، لذلك فكر العلماء بوجود احداث الانقلاب الاسكاني (التوزيع العكسي) (inverse population) الذي ينعدم فيه شرط التوازن الحراري وعندئذ يصبح الانبعاث المحفز في المنطقة المرئية ممكنا .

3-5-10 الانقلاب الاسكاني

على الرغم من اننا وجدنا ان الاحتمالية لامتنصاص الاشعة تكون مساوية لاحتمالية حدوث الاشعاع المحفز الا انه في الاحوال الاعتيادية نجد ان $h\nu$ للذرات او الجزيئات التي هي في حالة توازن حراري اكبر من $K_B T$ ومن ثم فان تعداد الذرات في مستويات الطاقة العالية يكون اصغر بكثير من تعدادها في مستويات الطاقة الواطئة . وبالنسبة لغاز الهيدروجين في درجة حرارة الغرفة تصبح العلاقة بين N_1, N_2 بالصورة :

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp \left\{ - \left(\frac{-3.39 - (13.9)e}{K_B \times 293} \right) \right\}$$

حيث عبرنا عن مستويات الطاقة بوحدة الالكتران فولت وعند درجة حرارة الغرفة 20 درجة مئوية تعادل 293 كيلفن وبما ان e تساوي 1.6×10^{-19} كولوم وثابتت بولتزمان K_B يساوي 1.38×10^{-23} جول / كيلفن ، لذا فان المعادلة تصبح

$$\begin{aligned} \frac{N_2}{N_1} &= \exp \left\{ - \left(\frac{10.2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23} \times 293} \right) \right\} \\ &= e^{-404} = 10^{-176} \end{aligned}$$

هذا العدد صغير للغاية وهكذا يمكن القول بان اغلب ذرات الهيدروجين تعيش في الحالة الدركية للطاقة ولكن اذا كانت درجات الحرارة عالية (كحرارة جوالشمس 6000 كيلفن) فعندئذ ستكون نسبة عدد الذرات المثيجة ذات اعتبار $= 10^{-8.6}$ كذلك فان نسبة عدد الذرات المثيجة سيكون كبيرا ايضا في درجة حرارة الغرفة عندما يكون الفرق بين مستويات الطاقة صغيرا جدا

افترض الان اننا سلطنا ضوءا تردده ν على نظام ذري فرق الطاقة بين حالته الدركية وحالته المثيجة يساوي $h\nu$ نتيجة لكون الحالات العالية فارغة نسبيا يكون الانبعاث المحتث معدوما تقريبا فاغلب الحوادث تتضمن امتصاص فوتونات ساقطة من قبل ذرات في الحالة الدركية وانتقالها الى حالات مثيجة .

ان هذه الذرات المثيجة سيكون بإمكانها الرجوع بصورة مباشرة الى الحالة الدركية اما عن طريق الاشعة الانية او المستحثة او بإمكانهم اتباع مسار اخر ليغيروا حالتها الى مستوى واطىء اخر غير المستوى الدركي وبهذه الطريقة يمكن للذرات ان تتدرج الى

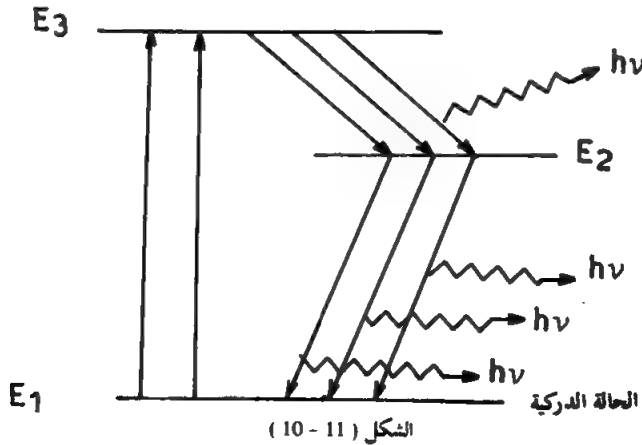
اسفل مقياس الطاقة باعثة عند كل مرحلة ، اشعة تختلف في تردداتها عن تردد تلك الاشعة التي رفعتهم اصلا من الحالة الدركية واستنادا الى علاقة بور فان الاشعة المحفزة في العملية التعاقبية والتي تدعى بالفلورة ستمتلك ترددا اوطأ من تردد الاشعة المهيجة .

ان احدهم السمات المهمة التي تميز اشعة الليزر عن غيرها هو امتلاكها لصفة الترابط : ترابط مكاني والذي يعني ان الاشعة المستحثة لها نفس التردد والاتجاه والاستقطاب كالفوتون الاصلي وكذلك لها نفس الطور والسرعة (ترابط زمني) . وكما هو متوقع فان الاشعاعات المنبعثة في الانبعاث الانبي لها اطوار عشوائية بالنسبة لبعضها الاخر اذ ليس هناك اي تنسيق بين الذرات المعنية وبالتالي فان المطلوب هو رفع الذرات من المستوى m الى المستوى n وهذا ما يدعى بالانقلاب الاسكاني :

يمكن الحصول على الانقلاب الاسكاني بعدة طرق - ضخ الضوئي (pumping optical) والتفريغ الكهربائي (electrical discharge) والطرق الكيميائية وسنحاول هنا التركيز على النوع الاول

4 - 5 - 10 الضخ الضوئي

في هذه الحالة يتم تسليط ضوء متألق احادي الطول الموجي بحيث ان طاقته ($h\nu$) تكون كافية لاثارة الالكترونات من الحالة الدركية الى مستوى الحالة العالية (2) انظر الشكل (10 - 11) .



من المعروف ان متوسط زمن بقاء الالكترون في اكثر المناسيب اثاره هو 10^{-8} ثانية لذا فان الذرات المنهيجة سوف تهبط الى الحالة شبه مستقرة او الى الحالة الدركية بصورة انية تقريبا . وحيث ان متوسط بقاء الذرات في المستوي شبه المستقر اكبر من ثانية واحدة لذا فان الاستمرار برفع الذرات للحالة (2) حتى يكون انشغال هذه الحالة اكبر من انشغال الحالة (1)

في هذه الحالة اذا سلطنا اشعاعا على النظام يتردد $\nu = (E_2 - E_1) / h$ فان الانبعاث المحث سيزيد كثيرا على امتصاص الفوتونات وذلك لان معظم الذرات تكون موجودة في الحالة (2) وهذا يعني ان الاشعاعات الخارجة تكون اشد من الاشعاعات الداخلة ولكنها تمتلك التردد نفسه وتكون كذلك بالطور نفسه . ان هذه العملية هي اساس عمل الليزر (تضخيم الضوء بالاشعاع المستحث) .

5 - 5 - 10 توليد الليزر

ان وجود معظم الذرات في الحالة (2) - الشكل (11 - 10) سيؤدي الى تعاظم حدوث الانبعاث المحث وزيادته كثيرا على ظاهرة امتصاص الفوتونات الساقطة . ان رجوع الالكترون من احد المستويات شبه المستقرة الى المستوى الدركي . كما يحدث اخيرا سيؤدي الى اشعاع فوتون تكون طاقته $h\nu$ مساوية لفجوة الطاقة $(E_2 - E_1)$

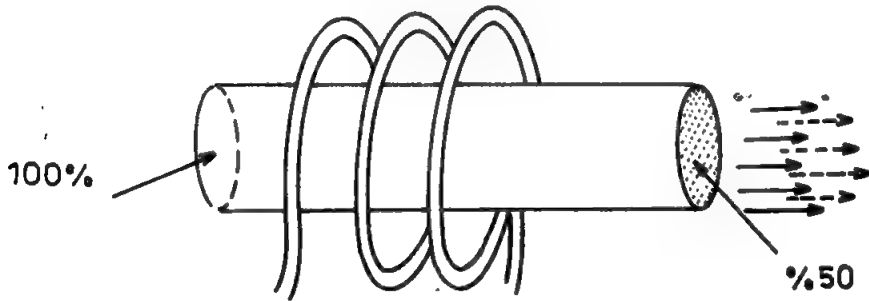
ان مرور هذا الفوتون المنبعث بذرة اخرى في المستوى شبه المستقر نفسه يمكن على الفور وتبعاً لمبدأ الرنين . ان يشجع تلك الذرة على اشعاع فوتون له نفس التردد بالضبط ويعيدها الى المستوى الارضي ومن المدهش الى حد كبير . ان يكون لكل من الفوتون السابق واللاحق نفس التردد والاتجاه والاستقطاب كالفوتون الاصلي تماما (ترابط ماني) وكذلك نفس الطور والسرعة (ترابط مكاني) .

يمكن الان اعتبار كل من هذين الفوتونين بمثابة امواج اولية . وبمرورها بذرات اخرى في مناسيبها شبه المستقرة . فانها تشجعها على اشعاع في نفس الاتجاه بنفس الطور ومع ذلك . يمكن ايضا تشجيع الانتقالات من المنسوب الارضي الى المناسيب المثارة وذلك بامتصاص الموجة الاولى وبالتالي ينشأ تفاعل متسلسل نتيجة اشعاع مترابط عالي الشدة .

ولانتاج الليزر ينبغي جعل الانبعاث المشجع متوازيا ويتم عمل هذا بتصميم تجويف ملائم يمكن فيه استخدام الامواج من جديد مرات عديدة .

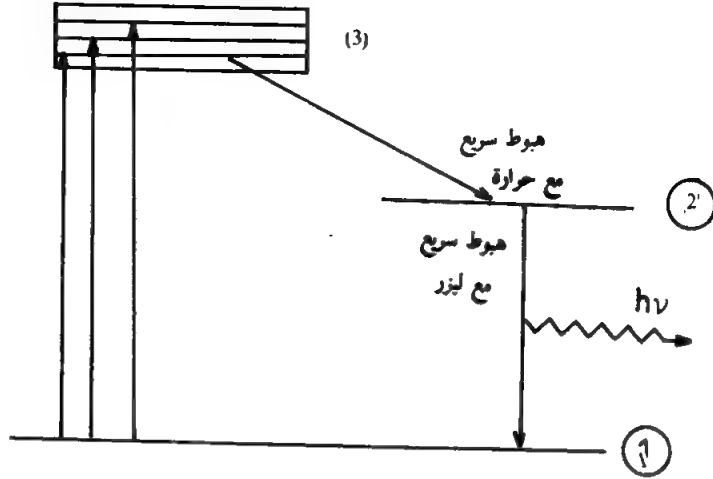
طبقاً لما جاء اعلاه استخدم ميمان بلورة عقيق احادية اصطناعية وردية اللون كتجويف رنان لبناء اول ليزر بنجاح في عام 1960 . والعقيق اساسا بلورة شفافة من ثالث اوكسيد الألمنيوم (Al_2O_3) مطعمة بحوالي 0.05 بايونات كروم ثلاثية التكافؤ على شكل Cr_2O_3 والأخير هو المسؤول عن لونها الوردي . وتكون ذرات الألمنيوم والاكسجين في (Al_2O_3) خاملة في حين ان أيونات الكروم هي المقومات الفعالة (الوسط الذي يتفاعل مع الاشعاع الكهرومغناطيسي : يقوم بامتصاصه وتكبيره) .

يعد ليزر العقيق اكثر اهمية من بين انواع ليزرات الحالة الصلبة ويتم اثارة المقومات الفعالة (ذرات الكروم) عن طريق تشيعها من مصباح وميض (flash lamp) لولبي عالي الشدة يمدّها بالضخ الضوئي المناسب لاحداث الانقلاب الاسكاني ويوضح الشكل (10 - 12) الهيئة العامة لمثل هذا الليزر : - وهو عبارة عن اسطوانة من العقيق ويتراوح طولها ما بين 12 الى 10 سم محاطة بلفات المصباح الوميضي وقد قطعت وصقلت نهايتها بحيث اصبحت مستويتين ومتوازيتين وفي ليزر عقيق نموذجي تكون احدي نهايته عالية الانعكاسية (حوالي 96 /) والاخرى منخفضة الانعكاسية (حوالي 50 /)



الشكل (10 - 12)

عند قدح المصباح الوميضي فإنه يبعث ضوءاً أبيض غير ان الامتصاص يحدث في الجزء الأزرق - الأخضر من الطيف بواسطة أيونات الكروم من خلال حزم الامتصاص العريضة (broad absorption bands) التابعة لها - انظر الشكل (10 - 13) وبهذا يرتفع عدد من الالكترونات من الحالة الدركية - المستوى (1) الى داخل العديد من مستويات الطاقة العريضة - المستوى (3) - الواقعة فوق المستوى الدركي . من هذه



الشكل (10 - 13) مستويات الطاقة لايونات الكروم في العقيق

المستويات يمكن لهذه الالكترونات ان تغير حالتها انيا الى مستويات ادنى - المستوى (2) حيث تتجمع فيها الى درجة بحيث تصبح هذه المستويات ذات كثافة سكانية اعلى من الكثافة السكانية للمستوى الدركي وتحت مثل هذه الشروط يصبح العقيق مكبرا عند الطول الموجي 6943 انكستروم .

بقي ان نذكر اخيرا . ان انتقالات الالكترونات من المستوى (3) الى المستوى الوسطي (2) تكون سريعة وغير اشعاعية واما الفرق في الطاقة فانه يمنح الى الشبكة البلورية كطاقة حرارة الامر الذي يؤدي بالتالي . الى تسخين اسطوانة الياقوت الى الحد الذي يمكن ان يفتتها ومن هنا فان جهاز التبريد المرافق لاجهزة الليزر . يلعب دورا رئيسيا في خفض درجة الحرارة الى الحد الذي يحافظ على اسطوانة العقيق ويسمح في الوقت نفسه باستمرار توليد الاشعة . كذلك يفسر ارتفاع درجة حرارة جهاز الليزر السبب الكامن وراء استخدام المصباح الوميضي بدلا من المصباح الدائم الازضاء .

الاسئلة

- 1- 10 ما اذا يحدث عند سقوط الضوء على المواد الصلبة ؟ وضح ذلك
- 2- 10 ما المقصود بالصفة الثنائية للضوء ؟ اشرح بالتفصيل
- 3- 10 كيف تستجيب الشحنات التي تدخل ضمن تركيب المواد الصلبة للاشعة الكهرومغناطيسية ؟ وضح ذلك .
- 4- 10 ما المقصود بالشفافية ؟ اشرح بالتفصيل
- 5- 10 كيف يتشأ معامل الانكسار للمواد ؟ وما علاقة ذلك بالاستقطاب وضح ذلك .
- 6- 10 عرف ما يأتي
 - a- المحور البصري
 - b- الانكسار المزدوج
 - c- بلورية احادية المحور الموجب
 - d- الشعاع الغريب
- 7- 10 كيف يحدث الامتصاص في المواد للاشعة الكهروضوئية ؟ وضح بالتفصيل
- 8- 10 اشتق المعادلة (10 - 11)
- 9- 10 عرف ما يأتي
 - a- الظاهرة الكهروضوئية الداخلية
 - b- الامتصاص الاساس
 - c- الانتقال المباشر وغير المباشر
 - d- الاكزيتون
- 10- 10 ما الفرق بين الانبعاث الانني والمحفز
- 11- 10 ما هي الشروط الواجب توفرها لحدوث الانبعاث المحفز ؟
- 12- 10 اشرح بالتفصيل عملية توليد الليزر . ثم اذكر خصائصه
- 13- 10 لماذا يفضل العقيق على غيره في توليد الليزر ؟

العيوب البلورية

1 - 11 المقدمة :

إذا كان بالإمكان الحصول على بلورة خالية من العيوب أو التشويه (defects) تماماً فإن هذا يعني أن الذرات التي تتألف منها البلورة سوف تتواجد فقط في مواقع الشبكة وأن أيًا من هذه المواقع سوف يحتل من قبل ذرة واحدة . كذلك فإن هذه الذرات سوف تحتوي على الأعداد اللازمة من الإلكترونات وعند أوطأ مستوى للطاقة مما يعني استقرارها .

ولكن الذرات وكما هو معلوم، دائمة الاهتزاز حول مواقع الشبكة . والإلكترونات يمكن أن تهيج وتنتقل إلى مستويات طاقات أعلى . أن الاهتزاز الذري أو التهيج الإلكتروني يمكن اعتبارهما قياساً إلى البلورة المثالية (perfect crystal) ، كعيوب في البلورة تعرف بالعيوب الذرية الثانوية . أما العيوب الأخرى التي يمكن تقسيمها وترتيب تصاعدي حسب حجمها فهي :

Point Defects	1 - العيوب النقطية
Line Defects	2 - العيوب الخطية
Surface Defects	3 - العيوب السطحية

ان شدة التركيز لنوع معين من هذه الاختلالات في البلورة يعتمد على نوع الشبيكة البلورية والطاقة الرابطة للشبيكة وكذلك على مدى التعقيد في هذا الاختلال . فبينما نجد ان أقصى بعد للاختلال النقطي في اي اتجاه لا يمكن ان يتجاوز اكثر من عدد قليل من المسافات البينية بين الذرات فان الاختلال الخطي او السطحي يمكن ان يمتد ليشمل الملايين من الابعاد البينية الذرية في اتجاه واحد او اكثر من اتجاه .

ان الاختلالات ليست مهمة فقط في تحديد خواص المواد الصلبة لكنها تلعب ايضا دورا رئيسيا في تكوين الحالة الصلبة للمواد خلال عملية النمو البلوري وكذلك في تعيين درجة انصهارها وفي مقدار تحمل المواد الصلبة للاجهادات المسلطة . ذلك ان الشدة الميكانيكية للبلورات النقية لاتحدد فقط بواسطة القوى بين الذرات ولكنها تتحدد ايضا بواسطة العيوب في البناء البلوري

هذا وعلى الرغم من التغير (النقصان او الزيادة) الحاصل في الشدة الميكانيكية للمواد الصلبة وكذلك الانخفاض في درجة حرارة انصهارها بسبب وجود عيوب الشبيكة فان وجود مثل هذه العيوب يكون في بعض الاحيان ضروريا جدا في بعض الاجهزة ومن الامثلة على ذلك يكون وجود الشوائب المانعة او المتقبلة في اشباه الموصلات ضروريا جدا لتحديد الخواص الكهربائية لهذه المواد كما ان خلط الكاربون مع الحديد يؤدي الى زيادة تحمل هذا الاخير بشكل ملحوظ (الحديد يكون رخوا في حالته النقية) .

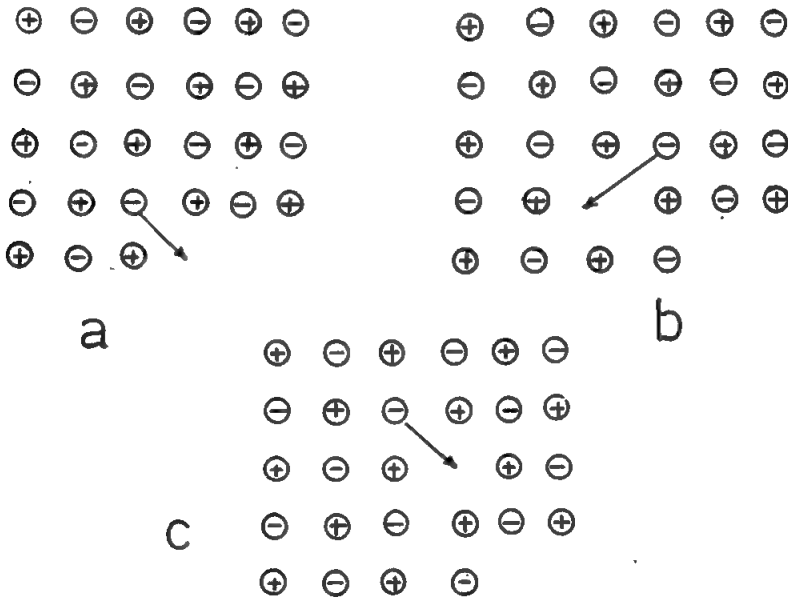
على ضوء ما تقدم وما لمسناه من الاهمية في التعرف على طبيعة ونوع اختلالات الشبيكة في المواد الصلبة لغرض تحديد سلوك هذه المواد الصلبة سنحاول هنا التكلم بشيء من التفصيل عن اهم الخصائص المميزة لهذه الاختلالات وانواعها .

2 - 11 العيوب النقطية :

يعرف الاختلال النقطي بانه عدم انتظام في البناء البلوري ويكون محل تواجده في الشبيكة البلورية ويمتاز بان أقصى بعد له في اي اتجاه لا يتجاوز اكثر من عدد قليل من المسافات البينية بين الذرات . لذا فانه اما ان يكون على شكل فجوات او ذرات اضافية وهذه الاخيرة اما ان تكون ذرات اضافية بينية (interstitial) او ذرات اضافية استبدالية (substitutional)

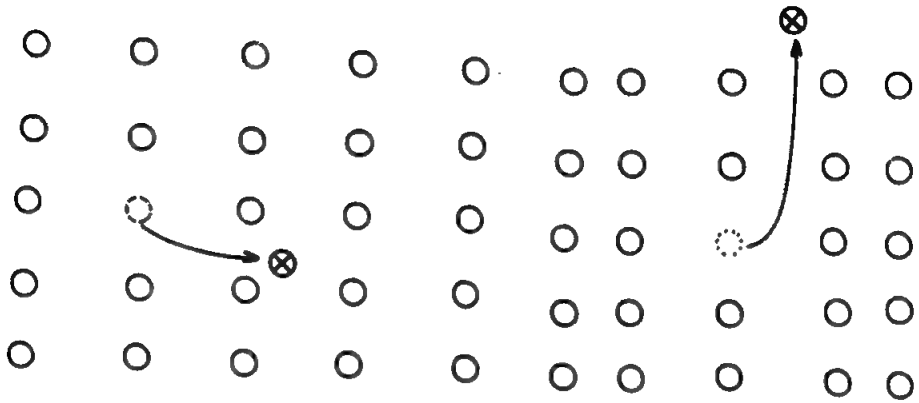
1 - 2 - 11 الفجوات

تتواجد الفجوات Vacancies في كل البلورات بغض النظر عن الطريقة التي يتم فيها تحضير البلورة . ان السبب الكامن وراء ظهور واختفاء هذه الفجوات باستمرار هو التذبذب الحراري للذرات حول مواقعها في الشبكة . ذلك هو انه في كل درجات الحرارة التي هي فوق الصفر المطلق تكون الذرات عرضة للتذبذب الحراري حول مواقع التوازن في الشبكة البلورية بمعدل سعة تزداد بازدياد درجات الحرارة . فاذا كان هناك عند درجة حرارة معينة . عدد كبير من الذرات المختلفة ذات السعات المختلفة فانه يصبح من المحتمل وبشكل كبير ان واحدة من هذه الذرات او اكثر سوف تتزاح عن موقعها الشبكي المنتظم مخلقة بذلك الفجوة - انظر الشكل (1 - 11) .



الشكل (1 - 11) الطريقة التي تتكون فيها الفجوة داخل البلورة

ان الذرة المراحة اما ان تتخذ موقعها في مكان ما في الشبكة بين الذرات كذرة اضافية ذاتية وانذاك يدعى الاختلال الناتج (الفجوة) باختلال فرنكل (Frenkel defect) او ان هذه الذرة المراحة تنتقل الى سطح البلورة وعندئذ يدعى الاختلال الناتج (الفجوة) باختلال شوتكي (Schottky defect) - انظر الشكل (2 - 11)



(a)

اختلال فرنكل

(b)

اختلال شوتكي

الشكل (11 - 2) اختلالات الشبكة

وبسبب الطاقة الإضافية اللازمة لادخال الذرة المراحة بين ذرات الشبكة الأخرى فان اختلال فرنكل يحتاج الى مقدار من الطاقة اكبر مما يحتاجه اختلال شوتكي. لهذا السبب فان اختلال فرنكل لا يتواجد في المعادن الا تحت ظروف خاصة مما يشير الى حقيقة ان الفجوات تتواجد عادة قريبا من السطوح الحرة والحدود الحبيبية grain boundaries وكذلك الانخلاعات dislocations بدلا من ان تتولد داخل البلورة وذلك لعدم الحاجة الى توليد الذرات الإضافية اي عدم الحاجة الى الطاقة الزائدة.

2-2-11 عدد الفجوات في البلورة (اختلال شوتكي)

لدينا من النتائج المعروفة في الديناميكا الحرارية ان طاقة هيلمهولتز الحرة للبلورة F ، تعطى بواسطة Helmholtz free energy

$$F = E - TS \quad \dots (11-1)$$

حيث تمثل E الطاقة الداخلية للبلورة T درجة الحرارة المطلقة S الانتروبي حيث ان

$$S = K_B \ln w \quad \dots (11-2)$$

حيث تمثل K_B ثابت بولتزمان بينما w عدد الطرق التي يمكن ان ترتب فيها الذرات نفسها داخل البلورة

افرض الان ان البلورة تحتوي على عدد N من الذرات وان هناك n من ازواج الفجوات الناتجة عن ازالة n من ال cations و من ال anions من داخل البلورة لذا فان عدد الطرق التي يمكن معها ازالة اي من هذه الايونات تعطى بواسطة

$$\frac{N(N-1)(N-2)\dots(N-n+1)}{n!} = \frac{N!}{(N-n)!n!} \quad \dots (11-3)$$

عليه فان عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها تكون n من ازواج الفجوات يمكن حسابها من تربيع المعادلة (11-3) ذلك لان عدد الايونات السالبة يساوي عدد الايونات الموجبة . ان زيادة عدد الفجوات المتولد سيؤدي طبقا للمعادلة (11-2) الى زيادة الانتروبي للبلورة . حيث ان

$$\Delta S = K_B \ln \left[\frac{N!}{(N-n)!n!} \right]^2 \quad \dots (11-4)$$

والذي يؤدي بدوره الى تغير في طاقة هيلمهولتز الحرة بمقدار

$$\Delta F = \Delta E - T\Delta S \quad \dots (11-5)$$

$$\Delta F = n E_p - K_B T \ln \left[\frac{N!}{(N-n)!n!} \right]^2 \quad \dots (11-6)$$

حيث تمثل E_p الطاقة اللازمة لازالة زوج من الذرات داخل البلورة لذا فان nE_p

تمثل التغير الكلي في طاقة البلورة .
لدينا من تقريب ستيرلنج Stirling's approximation ان

$$\ln x! = x \ln x - x \quad \dots (11-6)$$

$$\ln \left[\frac{N!}{(N-n)! n!} \right]^2 \simeq 2 [\ln N! - \ln (N-n)! - \ln n!] \quad \text{لذا فان}$$

$$\begin{aligned} &\simeq 2 [N \ln N - N - (N-n) \ln (N-n)] \\ &\simeq 2 [N \ln N - (N-n) \ln (N-n) - n \ln n] \end{aligned} \quad \dots (11-7)$$

عند التوازن الحراري تكون طاقة هلمهولتز الحرة للبلورة في ادنى مستوياتها وبالتالي فان المشتقة الاولى لهذه الطاقة تكون مساوية للصفر

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta F)}{dn} = 0 &= E_p - 2K_B T [\ln (N-n) - \ln n] \\ &= E_p - 2K_B T \ln \left(\frac{N-n}{n} \right) \end{aligned} \quad \dots (11-8)$$

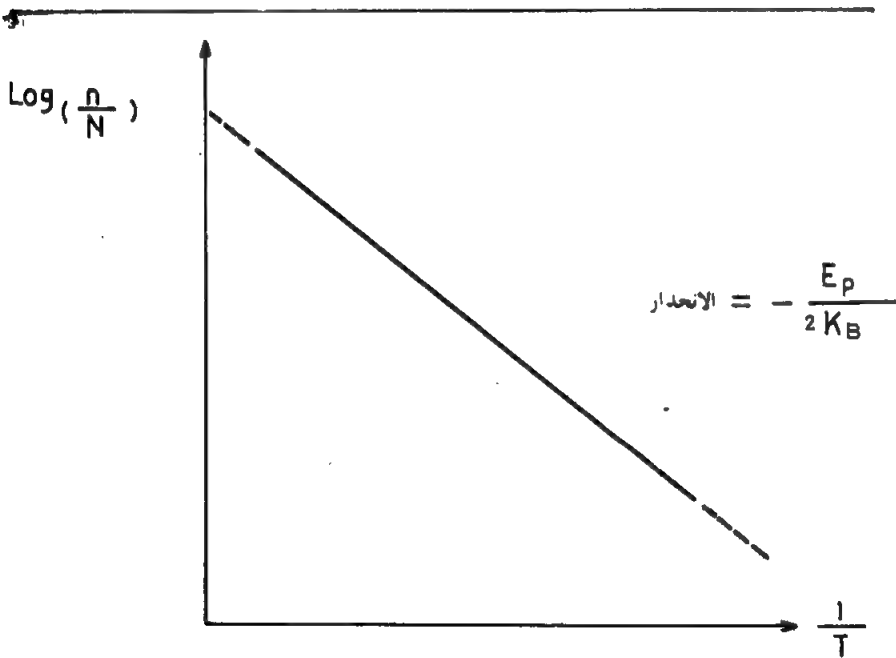
$$E_p = 2K_B T \ln \left(\frac{N-n}{n} \right) \quad \dots (11-9)$$

$$\frac{N-n}{n} = e^{E_p / 2K_B T} \quad \dots (11-10)$$

ان عدد الفجوات في البلورة يكون عادة . اصغر من عدد الذرات في البلورة وعليه
فان $n \ll N$ وبالتالي فان $N-n \approx N$ وبالتالي فان العلاقة (11-10)
اعلاه تختصر الى

$$n = N e^{-E_p / 2K_B T} \quad \dots (11-11)$$

فعلى سبيل المثال . اذا كانت الطاقة اللازمة لازالة زوج الايونات من كلوريد الصوديوم ، هي 2eV لذا فان عدد الفجوات سيكون عند درجة حرارة الغرفة تبعا للمعادلة (11 - 11) . مساويا لـ 10^{12} فجوة / m^3 بينما تكون عدد Na^+ و Cl^- في 1m^3 مساوي لـ 10^{28} لذا فان هناك فجوة واحدة لكل 10^{16} ايون . لذا فان اهمال n مقارنة مع N في المعادلة (10 - 11) يكون معقولا . وعلى الرغم مما جاء اعلاه ، فان عدد الفجوات يزداد بسرعة عند ارتفاع درجة الحرارة فاذا كان عدد الفجوات عند درجة حرارة 300K هو 10^{12} فان عددها سيكون عند 900K هو 10^{22} فجوة - لذا فان رفع درجة الحرارة بعامل قدره 3 يسبب زيادة في عدد الفجوات بمرتبة قدرها 10^{10} وبوضح الشكل (3 - 11) العلاقة الخطية بين $\log\left(\frac{n}{N}\right)$ و $\frac{1}{T}$. حيث ان انحدار المستقيم الناتج هو $\left(- \frac{E_p}{2K_B} \right)$ لذا فانه بالامكان حساب الطاقة الداخلية للبلورة E_p



الشكل (3 - 11) تغير عدد الفجوات (n) مع مقلوس درجة الحرارة

3 - 2 - 11 اختلال فرنكل

مرة اخرى ان التغيير في طاقة هيلمهولتز الحرة للبلورة بسبب خلق n من اختلالات فرنكل ، سيكون مساويا لـ

$$F = n E_i - K_B T \ln \frac{N!}{(N-n)!n!} - \frac{N_i!}{(N_i-n)!n!} \dots (11-12)$$

حيث تمثل E_i الطاقة اللازمة لازاحة الذرة من موقعها الاصلي في البلورة المثالية الى موقعها بين الذرات و N عدد الذرات في البلورة و N_i عدد المواقع البينية التي يمكن للذرات احتلالها
لدينا مر صيغة ستيرلنك ، ان

$$\ln \frac{N!}{(N-n)!n!} + \ln \frac{N_i!}{(N_i-n)!n!} \simeq N \ln N + N_i \ln N_i - (N-n) \ln (N-n) - (N_i-n) \ln (N_i-n) - 2n \ln n \dots (11-13)$$

وعند التعويض عن المعادلة (11-13) في المعادلة (11-12) واخذ التفاضل لها بالنسبة لـ n ، نحصل على

$$\frac{dF}{dn} = E_i - K_B T \ln \frac{(N-n)(N_i-n)}{n^2} \dots (11-14)$$

عند التوازن لدينا ان $\frac{dF}{dn} = 0$ ، وحيث ان $N \gg n$ وكذلك $N_i \gg n$ لذا فان

$$\frac{E_i}{K_B T} \simeq \ln \frac{NN_i}{n^2} = \ln (NN_i) - 2 \ln n \dots (11-15)$$

وبعد الترتيب نحصل على

$$\ln n = \frac{1}{2} \ln (NN_i) - \frac{E_i}{2K_B T} \dots (11-16)$$

او ان

$$n = (NN_i)^{1/2} e^{-E_i / 2K_B T} \dots (11-17)$$

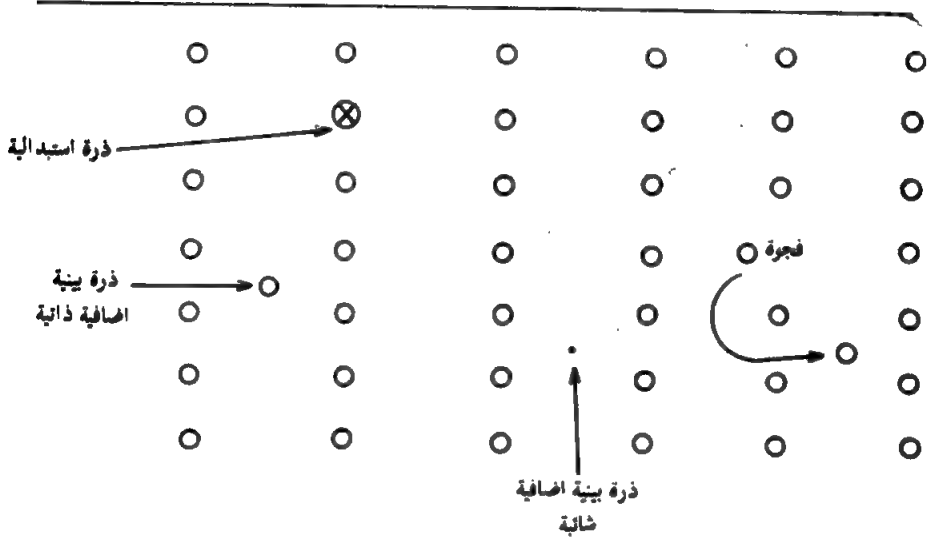
واضح ان المعادلة (17 - 11) لها نفس صيغة المعادلة (11 - 11) وان وجود احتلال فونكل او شوتكي يعتمد اساسا على قيمة كل من E_i , E_p : على اية حال ان تقدير الطاقة اللازمة لخلق الفجوة - طاقة التكوين E_i او E_p - formation energy - يمكن ان يتم عن طريق تصور الذرة عند موقعها في الشبيكة بأنها مرتبطة الى جاراتها بعدد من الأواصر الكيميائية التي تمسكها في موقعها وان ازالة هذه الذرة يعني كسر هذه الأواصر . الأمر الذي يلزم مقدارا من الطاقة مساويا الى حد ما الى عدد الأواصر (عدد الاحداثيات) مضروباً بالطاقة اللازمة لكسر الأصرة الواحدة . وحيث ان الطاقة اللازمة لكسر الأصرة الواحدة هي حوالي 0.5 اليكترون فولت . لذا فاننا نتوقع ان طاقة التكوين سوف تكون مساوية الى اليكترون فولت . وهو ما يتفق مع المشاهدات العملية .

الان وعلى فرض ان البلورة هي في حالة توازن حراري عند الدرجة الحرارية T كل ذرة عندئذ ، سوف تتذبذب جيئة وذهابا حول موقع تعادلها وان معدل الطاقة ، عند درجات الحرارة العالية ، هي $3K_B T$. هذه الطاقة عندما تكون درجة الحرارة 25 درجة مئوية ، تساوي 0.08 اليكترون فولت وهي بذلك اقل من طاقة التكوين للفجوة . لذا فانه لا يمكن خلق الفجوة عند هذه الدرجة الحرارية . ان الكمية $3K_B T$ تمثل فقط ، معدل الطاقة للذرة وليست الطاقة الحقيقية عند كل لحظة خلال تذبذبها .

4 - 2 - 11 الذرات الاضافية

يلاحظ من الشكل (4 - 11) ان الذرة الاضافية باستطاعتها احتلال واحد من موقعين متميزين في البلورة . فاذا كان موقعها في الشبيكة . ياخذ مكان الذرة الاصلية فانها تدعى عندئذ بالذرة الاستبدالية substitutional atom . اما اذا احتلت مكانها بين الذرات الاصلية للبلورة فانها تدعى حينذاك بالذرة البينية interstitial atom - وتكون على نوعين : ذاتية اذا كانت من نفس نوع ذرات المادة او ذرات زائدة تدخل الى شبيكة البلورة اما في اثناء عملية نمو البلورة او يتم ادخالها بواسطة الطرق المعتادة عند تطعيم المواد وتدعى بالذرات البينية الشائبة واذا تساءلنا عن اي الموقعين سوف تتخذه الذرة الاضافية . فهذا يعتمد على

حجم هذه الذرة بالنسبة الى الذرة الاصلية فكما كانت الذرة صغيرة كان احتمال كونها ذرة بينية اكبر . ففي المعادن تكون الذرات البينية هي الكربون والنايتروجين والاكسجين والتي هي ذرات صغيرة يكون نصف قطرها اقل من 0.8 انكستروم الا انه يجب ان نتذكر انه من غير الممكن ادخال ذرة اضافية في المعادن المرصوفة كما هي الحال في النحاس او الخارصين ولكن الامر يصبح مختلفا في الشبيكات المفتوحة نسبيا مثال ذلك الماس حيث ان هناك العديد من الاماكن لهذه الذرات الاضافية والتي يمكن توفيرها باعادة ترتيب بسيط للذرات المجاورة والقريبة .



الشكل (4 - 11) انواع الذرات الاضافية في البلورات

ان طاقة البلورة تزداد عند تكون الذرة اضافية ، ذلك لان هذه الاخيرة سوف تحشر نفسها في منطقة تصبح قوى التنافر بينها وبين جاراتها كبيرة جدا . ان حساب طاقة التكوين للذرات الاضافية بصورة دقيقة لا تبدو مهمة سهلة ، ذلك لان منشأ هذه الطاقة يكون مختلفاً في الشبيكات المختلفة كذلك فان قيمة هذه الطاقة تختلف هي الاخرى باختلاف البلورات ، ففي البلورات المتراسة مثال ذلك بلورات المعادن (fcc) ، (hcp) تكون طاقة التكوين عادة كبيرة وربما تصل الى 3 او الى 5 اليكترون فولت بينما تكون في البناء المفتوح صغيرة ومثال ذلك الجرمانيوم .

وباتباع نفس الخطوات عند حسابنا عدد الفجوات في البلورة ، نجد ان عدد الذرات الاضافية في حالة التوازن الحراري (n_i) في بلورة معينة هي :

$$n_i = AN e^{-E_i / 2 k_B T} \quad \dots (11 - 18)$$

حيث تمثل E طاقة التكوين للذرة الاضافية و A هو عدد صحيح (عادة ما يكون صغيرا) والذي يحدد عدد المواقع المتوفرة للذرات الاضافية في الشبكة .

هذا وكما رأينا ، ان اختلال فرنكل هو نوع من الذرات الاضافية الذاتية وان الشوائب الاضافية تتواجد عادة عندما تتواجد ذرات غريبة داخل الشبكة البلورية وتتخذ مواقعها في الفراغات بين الذرات . ان طاقة التكوين لهذه الشوائب هي نوع من الاجهاد المرن للشبكة وعليه فان دخولها الى الشبكة يكون سهلا ذلك لان E_i للذرات الصغيرة هي اقل مما للذرات الكبيرة . ان الامثلة على الذرات الصغيرة كثيرة ومنها ذرات الهيدروجين والكربون والاكسجين والنيتروجين والتي يمكن ان تكون ذرات اضافية شائبة في المعادن .

3 - 11 العيوب الخطية (الانخلاعات) :-

الانخلاع dislocation نوع من الاختلال الخطي الذي يصيب الشبكة البلورية وهو العامل المسؤول عن الانزلاق الناشيء من الاجهادات الصغيرة . ان الافتراض الاساس لنظرية الانخلاع هو ان الشبكة ليست متماسكة تماما . ذلك لانه في حالة التماسك فان جهد القص shear stress الجهد اللازم لفصم مستويين من الذرات احدهما عن الاخر . يجب ان يحرك الذرات في النهاية البعيدة مسافة مساوية لتلك التي تحركها الذرات في النهاية القريبة

ان لدونة المعادن النقية هي بالضرورة بسبب وجود الانخلاعات التي تقلل من مقاومة المعادن للسيلان المرن . ذلك لان الانخلاعات تكون حرة الحركة اذا ما تم منع مثل هذه الانخلاعات من التحرك فان شدة التحمل لمثل هذه المواد سوف تزداد بشكل كبير .

ان مفهوم الانخلاع يساعدنا كثيرا على فهم الكثير من الظواهر المرافقة لسلوك المعادن وان هناك نوعين من الانخلاعات هما : الانخلاع الحافي edge dislocation والانخلاع البريمي screw dislocation .

على اية حال وقبل التعرض لكلا النوعين من الانخلاعات ، يكون من الضروري ان ندرس اولاً شدة التحمل في البلورات والطريقة التي يتم بها حسابها .

1 - 3 - 11 شدة التحمل في البلورات الاحادية :

تمتلك البلورات الاحادية شدة تحمل اقل بكثير مما هو متوقع من نظرية المرونة البسيطة . ان شدة التحمل عادة ما تقاس بدلالة حدود المرونة elastic limit والذي يعرف بأنه اعلى جهد يمكن للبلورة ان تتحملة قبل الانهيار اي الخروج عن حد المرونة . هذا وقد وجد فرنكل Frenkel طريقة نظرية بسيطة لايجاد شدة القص في البلورات الاحادية . لفهم هذه الطريقة سنعرف قوة القص بالقوة اللازمة لفصل مستويين من الذرات احدهما عن الاخر .

في مناطق الاجهاد الصغيرة يرتبط الجهد τ بالازاحة δ بالمعادلة

$$\tau = \frac{G\delta}{d} \quad \dots (11 - 19)$$

تمثل d المسافة العمودية بين المستويات الذرية - انظر الشكل (11 - 5b) و G عامل القص ويساوي حوالي 10^{11} داین /سم .

الان اذا فرضنا استمرار الازاحة الى الحد الذي تقع فيه الذرة (1) في منتصف المسافة بينها وبين الذرة (3) ، فان توازن المستويات الذرية سوف يختل ويصبح غير مستقر وحينئذ يؤول الجهد الى الصفر - انظر الشكل (11 - 5a) - وكقريب اولي يمكن التعبير عن الجهد τ والازاحة δ بدالة جيبية . اي ان :

$$\tau = G \frac{a}{d} \left(\frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\delta}{a} \right) \quad \dots (11 - 20)$$

حيث يمثل المسافة البينية بين الذرات

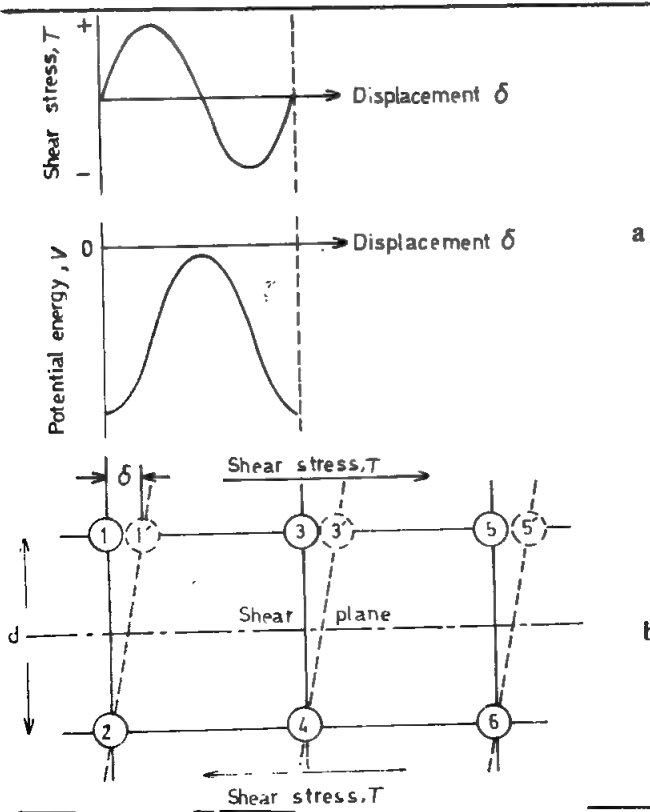
يلاحظ ان المعادلة (11 - 20) اعلاه تؤول الى المعادلة (11 - 9) لقيم δ الصغيرة . اما عند جهد القص الحرج τ_c فان الشبكة تصبح في حالة غير مستقرة ويعطى جهد القص الحرج بالقيمة العظمى لـ τ اي ان

$$\tau_c = \frac{Ga}{2\pi d} \quad \dots (11 - 21)$$

عندما تكون $\delta = \frac{a}{4}$ او ان $\theta = \frac{2\pi\delta}{G} = \frac{\pi}{2}$ الان اذا كانت $a = d$ فعندها يكون τ_c مساويا لـ

$$\tau_c = \frac{G}{2\pi} \approx \frac{G}{6} \quad \dots (11 - 22)$$

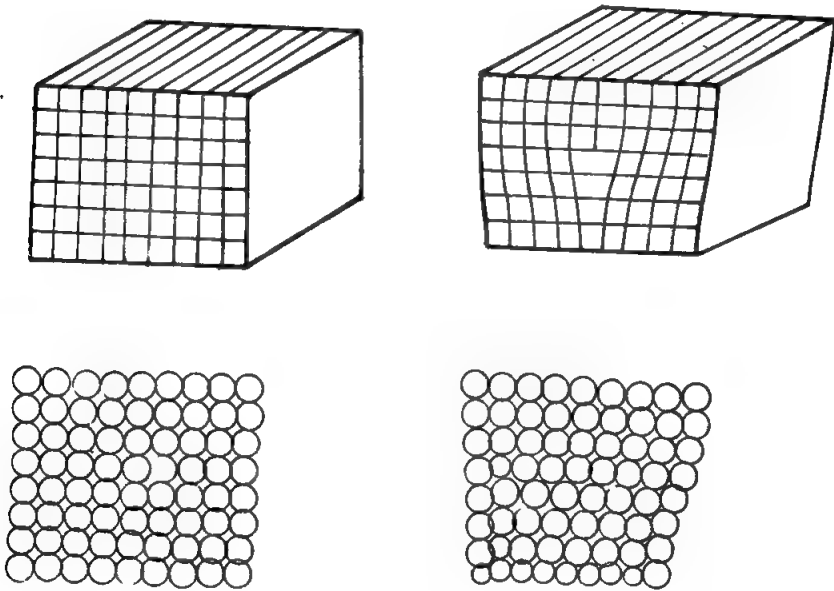
اي ان جهد القص الحرج يساوي تقريبا $\frac{1}{6}$ معامل القص على اية حال ، عند مقارنة النتائج التجريبية مع القيم المحسوبة من المعادلة (11 - 22) وجد ان القيم المشاهدة للحد المرن هي اقل بكثير من القيم التي حسبت باستعمال المعادلة اعلاه . ومع هذا فانه بالامكان تصحيح المعادلة النظرية لتتفق مع التجربة لو اخذنا في الاعتبار القوى الداخلية المؤثرة بين جزيئات البلورة وكذلك التراكيب ذات الاستقرار الميكانيكي التي يمكن ان تأخذها الشبكة في حالة قصها . وبأخذ هذين العاملين اثبت ماكنتزي (Mackenzie) ان القيمة النظرية لشدة القص تنخفض الى $\frac{G}{30}$ وتناظر هذه القيمة اجهاد قص حرج قدره درجتان تقريبا .



الشكل (11 - 5) تغير جهد القص τ لازاحة δ

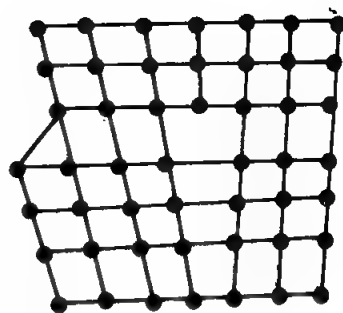
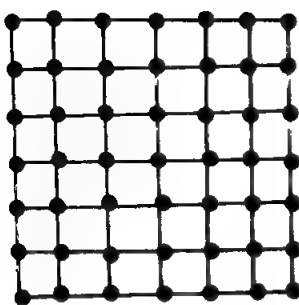
2-3-11 الانخلاع الحافى :

يعرف الانخلاع الحافى edge dislocation بأنه نوع من الانخلاع الخطي ويكون محل حدوثه الشبكة البلورية وان أبسط أنواعه هو الذي يكون فيه خط الانخلاع مستقيماً . يتحدد موضع هذا الخط بمستوى رأسي تزداد كثافة الذرات في الجزء العلوي منه ويمتد انخلاع الحافة البسيط بغير حدود في مستوى الانزلاق وفي اتجاه عمودي على اتجاه الانزلاق - انظر الشكل (6 - 11) .



الشكل (6 - 11) الانخلاع الحافى في البلورات

ان تكون الانخلاع الحافى في البلورات يمكن ان يتم تصوره عن طريق عملية الانزلاق في البلورة فاذا ما سلط جهد قص على النصف الاعلى من البلورة ومن احد الجهات مع الحفاظ على الجانب الاخر متماسكا . فان الانزلاق سوف يحدث في تلك الجهة ويوضح الشكل (7 - 11) ان الجانب اليسرى قد انزلق مسافة تساوي ثابت الشبكة نتيجة لتسليط الجهد على النصف الاعلى من هذه البلورة ومن الجهة اليسرى .

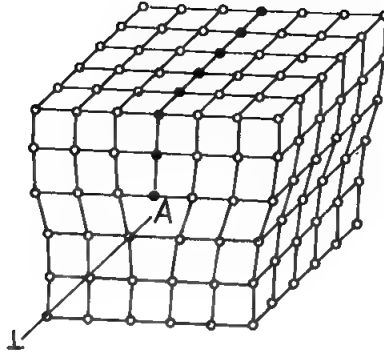


الشكل (7 - 11) حركة احد الانخلاعات بتأثير قس يعمل على تحريك السطح العلوي للجنة

ان الجهد الخارجي اللازم لتحريك الانخلاع وحدوث الانزلاق ، يكون في العادة صغيراً وقد اثبتت الحسابات التي اجريت : ان الجهد اللازم لتحريك الانخلاع في بلورة غير مثالية يكون صغيراً في قيمته وقد لا يتجاوز 10^5 دابن / سم² . لذلك يمكن القول ان الانخلاعات تزيد من لدونة البلورات وتحرك انخلاع واحد خلال البلورة يكافيء انزلاقاً طوله يساوي طول وحدة الخلية . ان حركة انخلاع الحافة في البلورة يشبه انتقال انشاء صغير عبر سجادة ، وفي هذه الحالة ينتقل الانشاء من ناحية الى الناحية المقابلة والوضع النهائي يكافيء انزلاق السجادة وحركة الانشاء أسهل وأيسر من احداث الانزلاق في السجادة

على اية حال ، ان النتيجة النهائية لهذه العملية هي انه في مكان ما في منتصف الجزء العلوي من البلورة سينشأ نصف مستوى إضافي من الذرات يمثل الخط - لكون الرسم في بعدين - المؤشر بالنقاط الدائرية - انظر الشكل (8-11) هذا المستوى الإضافي من الذرات هو الانخلاع ويعرف بالانخلاع الحافي اما الخط الذي يمثل انتهاء نصف المستوى الإضافي والعمودي على الورقة خلال النقطة A فيدعي بخط الانخلاع أو احدثي الانخلاع وهو يمتد بغير حدود في مستوى الانزلاق وباتجاه عمودي على اتجاه الانزلاق .

محمد يوسف الدويهي

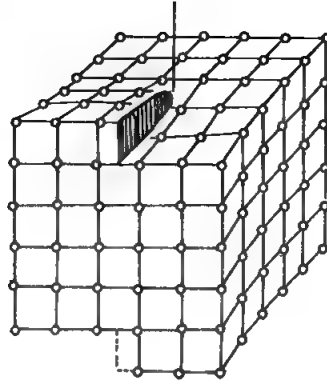


الشكل (8 - 11) خط الانخلاع والمستوى الاضافي من الذرات في انخلاع الحافة

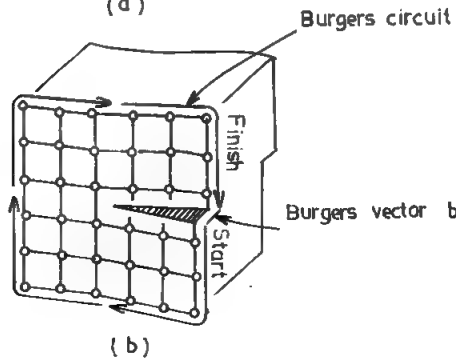
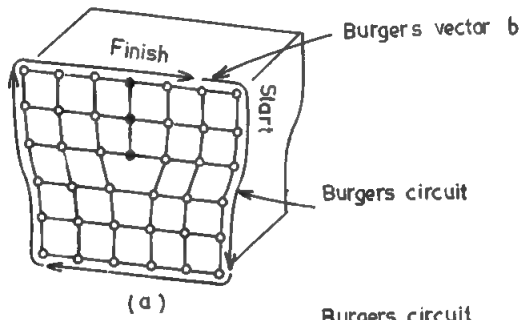
3-3-11 الانخلاع البريمي :

هو النوع الثاني من انواع الانخلاع ويوضحه الشكل (9 - 11) ، ويكون الحد الفاصل بين الجزئين المنزلق وغير المنزلق من البلورة موازيا لاتجاه الانزلاق بدلا من ان يتعامد عليه كما هو الشأن في انخلاع الحافة - انظر الشكل (10 - 11) . فلو تصورنا انه بالامكان قطع البلورة بسكين حادة الى جزئين ثم اعيد الجزآن من جديد بعد ازاحة احدهما الى الاعلى او الى الاسفل . من موضعه الاصلي بمقدار ذرة واحدة فان الشكل الناتج هو نفس الشكل الذي ينشأ من اثر انخلاع بريمي screw dislocation . ان الازاحة المذكورة تعادل قصا قدره ذرة واحدة . ان سبب تسمية هذا النوع من الانخلاع بالبريمي يعود الى انه اذا ما تحركنا في المستويات الذرية المتعاقبة حول الانخلاع ، وكما هو موضح بواسطة الاسهم - الشكل (11 - 11) ، فاننا سنجد ان المستوى الناتج هو بالحقيقة مستوى حلزوني .

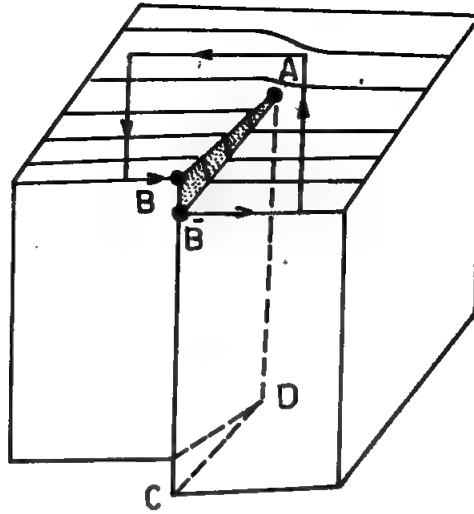
على اية حال ، تعتبر منطقة الانخلاع البريمي منطقة ذات اجهاد كبير كما هو عالية الحال في الانخلاع الحافي - بسبب الانزلاق - إلا أنه اجهاد من نوع قص لا يسبب تغيراً في حجم البلورة كما يحدث في الانخلاع الحافي . كذلك فان طاقة الانخلاع البريمي ، طاقة الاجهاد المرافقة للانخلاع ، هي من نفس مرتبة طاقة الانخلاع الحافي وتكون مساوية الى حوالي 10 الكترون - فولت لوحدة الاطوال الذرية . هذه الطاقة هي كبيرة الى حد ما عند مقارنتها مع الطاقة الحرارية عند درجة حرارة الغرفة وبهذا فان الانخلاعات لا تتولد حراريا وانما بالمعالجة الميكانيكية كاللوي والطرق .



الشكل (9 - 11) الانخلاع البريمي في البلورات



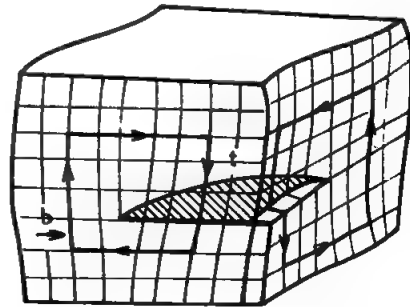
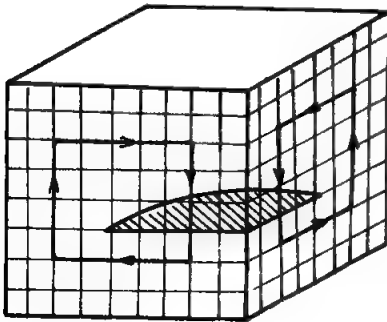
الشكل (10 - 11) دوائر ومتجه برجرز في الانخلاعين (a) الحافى و (b) البريمي



الشكل (11 - 11) المساحة المظلمة تمثل منطقة الانزلاق والخط AD يمثل الانخلاع البريمي اما الخطوط على السطح العلوي فتمثل المستويات الذرية (القطعتان B , B' كانتا متطابقتين قبل حدوث الانزلاق) .

بقي ان نذكر هنا ان اي خط عام للانخلاع هو بالحقيقة انخلاع مركب . نشتمل على كلا النوعين من الانخلاعات :

الانخلاع الحافي والانخلاع البريمي - انظر الشكل (11 - 12) . في هذا الشكل تم تمثيل الانخلاع المركب بالمساحة المضللة والتي يحدها الخط المنحني بينما ظهر الانخلاع الحافي في الجهة الامامية اما الانخلاع البريمي فقد ظهر في الوجه الايمن .



الشكل (11 - 12) الانخلاعات المركبة في البلورات

ان الحصول على مثل هذا الانخلاع يمكن ان يتم عن طريق فصل الذرات الواقعة على جانبي السطح الذي يحدده المنحني السابق وتمثله المساحة المظلمة ومن ثم العمل على ازاحة المادة الواقعة على احد جانبي السطح بمقدار b بالنسبة للسطح الآخر ، حيث يمثل b مقدار الازاحة واتجاهها ويدعى بمنتجة برجرز . ويلاحظ في الشكل انه على الرغم من ان دائرة برجرز قد ظهرت باتجاه عقرب الساعة بالنسبة للانخلاع الحافي ويعكس اتجاه عقرب الساعة بالنسبة للانخلاع البريمي إلا ان b قد ظهروله نفس الاتجاه والقيمة في كلا الانخلاعين .

على اية حال إن الازاحة النسبية لاحد الجوانب اعلاه ، اما ان تحدث فجوة في البلورة او انها تسبب تشابكا في الجزأين معتمدا بذلك على اتجاه الازاحة فاذا ما حدثت الفجوة فانه يلزم اضافة جزء من المادة لملئها أو ان ازالة جزء من المادة لمنع التشابك . حينئذ تتحرك المادة لتحصل على توازنها الداخلي وبذلك نحصل على شكل من الاجهاد هو يعينه ما ينشأ عن الانخلاع اما خط الانخلاع فيمثله المنحني المرسوم داخل البلورة .

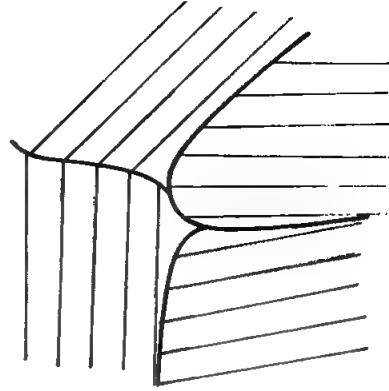
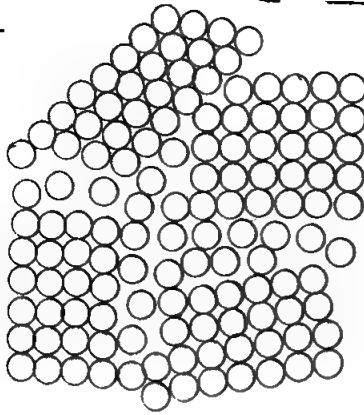
4 - 11 العيوب السطحية :

وهي عيوب مستوية plane defects وهي بذلك تمتد في بعدين ويكون محل حدوثها عند سطوح البلورات الا ان سمكها قد يتجاوز اكثر من قطر ذري واحد داخل البلورة ، وتكون على نوعين :

١ الحدود الحبيبية :

تظهر الحدود الحبيبية grain boundries في المواد العديدة التبلور وهي بذلك تمثل الحدود الفاصلة بين هذه البلورات الداخلة ضمن تركيب المادة (البلورات ذات التركيب الكيميائي نفسه . - انظر الشكل (11 - 13) او بين تلك البلورات ذات التركيب الكيميائي المختلفة.

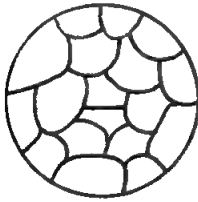
ان وجود ظاهرة تعدد التبلور poly crystalline في المواد ، شيء مألوف فقطعة من الحديد او النحاس لا تكون في العادة بلورة واحدة. ان ظاهرة تعدد التبلور في المواد تحدث اثناء عملية التصلب solidification للمواد او اثناء عملية إعادة التبلور recrystallization



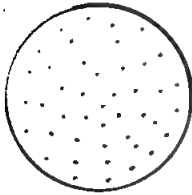
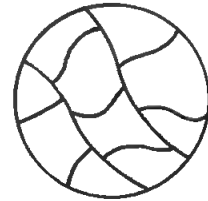
الشكل (13 - 11) ترتيب الذرات عند الحدود الحبيبية في البلورات

مما جاء اعلاه يتبين لنا ان وجود ظاهرة تعدد التبلور ، يشير الى ان هذه البلورات ليست باتجاه واحد وانما تتخذ اتجاهات مختلفة بحيث ن الزوايا التي تعملها البلورات مع بعضها الاخر تكون عادة ، اكبر من 15° - 10° . ولهذا السبب فان الحدود الحبيبية تعرف ايضا بالحدود ذات الزوايا الكبيرة

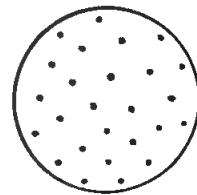
ان الطاقة التي تمتلكها الحدود الحبيبية هي عادة طاقة عالية 1 - 0.2 جول / م² وكنتيجه لذلك فهي عيوب غير متوازنة وبالتالي فان البلورة تعتمد دائما الى التقليل من مساحة الحدود الحبيبية - انظر الشكل (14-11) بغية التقليل من الطاقة الحرة للبلورة .



(a)



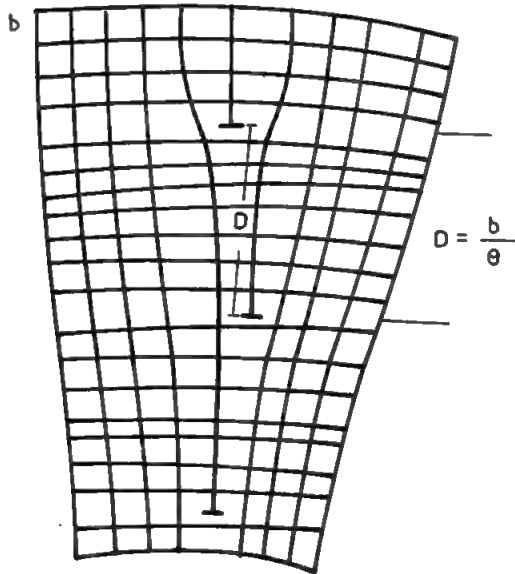
(b)



الشكل (14 - 11) الكيفية التي يتم بها تقليل الطاقة الكلية للحدود الحبيبية في البلورات اثناء (a) نمو الحبيبات الحدودية في المواد احادية التبلور (b) تجمع الحبيبات على بعضها في المواد عديدة التبلور

على اية حال ، ان طاقة الحدود الحبيبية التي تفصل بين البلورات ذات التركيب الكيميائي نفسه ، تعتمد فقط على درجة عدم التوافق بين اتجاه البلورات المتجاورة اما في حالة البلورات ذات التراكيب الكيميائية المختلفة فان الطاقة تعتمد على مدى عدم التشابه الكيميائي .

من جهة اخرى ، عندما يكون عدم التوافق في الاتجاه بين البلورات المتجاورة ذات التركيب الكيميائي المتشابه هو اقل من 10° - انظر الشكل (11-15) - فان الحدود الفاصلة عندها تدعى بحدود الزوايا الصغيرة small angle boundaries ، وهي تنقسم الى نوعين : (1) حدود انحدارية tilt boundaries (2) حدود ملتوية (twist boundaries)



الشكل (11 - 15) حد انحداري يتكون من عدد من انخلاعات الحافة المتصلة عن بعضها بمسافات متساوية

ان الحدود الانحدارية يمكن ان تتولد من عدد من انخلاعات الحافة بينما تنتج الحدود الملتوية من الانخلاعات البريمية . ان زاوية عدم توافق الاتجاه للحدود الانحدارية ، يعطى بواسطة

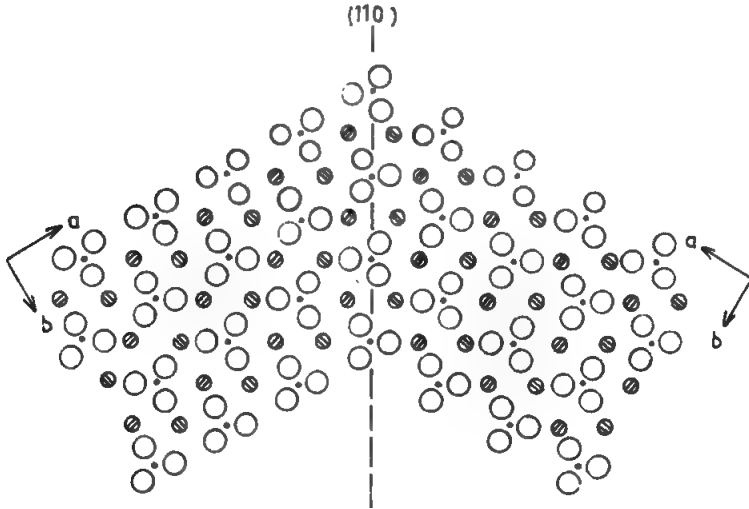
$$\tan \theta = \frac{b}{D} \quad \dots (11 - 23)$$

حيث يمثل b متجه برجرز بينما يمثل D المسافة بين الانخلاعين - الشكل (14 - 11)

- التوائم :-

بالإضافة الى الحدود الحبيبية هناك عدد من العيوب المستوية ، والاكثر شيوعا منها التوائم twins . تعتبر عملية تكوين التوائم نوعا من التغير اللدن للبلورات وتظهر في بعضها وعلى وجه الخصوص في تلك البلورات التي تنتمي الى المواد البلورية المكعبة ذات الالوجه المتمركزة (f.c.c)

عند تكوين التوائم تنشأ كمية صغيرة من الازاحة (اقل من ثابت الشبيكة) على المستويات البلورية المتجاورة ، وجزء البلورة الذي يتغير بهذه الكيفية يرتبط بالبلورة الاصلية كما لو كانت بينهما مرآة مستوية فيصبح احد الجزئين صورة للجزء الاخر . اما المرآة نفسها فتمثل مستوى التوأمة - انظر الشكل (15 - 11)



الشكل (16 - 11) التوائم في البلورات

ان الجهد اللازم لاحداث عملية التوائم في البلورات يكون عادة اكبر من الجهد اللازم لاحداث الانزلاق ، وبهذا فان الانزلاق يعتبر على وجه العموم عملية تشويه اعتيادية في المعادن . فعلى سبيل المثال ، يكون جهد التوأمة اقل حساسية للحرارة مما

هو عليه جهد الانزلاق وبهذا فان التوأمة تكون هي الاكثر حدوثا عند انخفاض درجة الحرارة . هذا ويتم حدوث عملية التوأمة عن طريق : -

1- خلال عملية نمو البلورة ويدعى بالتوائم النامية growth twins او عن طريق

2- التشويه الميكانيكي كالطرق مثلا وتسمى بالتوائم المشوهة deformation twins

3- او بسبب من التغير الذي يطرأ على التركيب البلوري للمواد والناتج من عملية صهر المادة البلورية ثم اعادة تصليبها .

هنا يوسف اللومني

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

الاسئلة

- 1 - 11 ما المقصود بالبلورة المثالية ؟ وضح ذلك
- 2 - 11 ما تأثير وجود الشوائب على سلوك المواد (كهربائيا وميكانيكيا ---) وضح ذلك
- 3 - 11 ما المقصود بالعيوب النقطية ؟ اذكر انواعها
- 4 - 11 اشتق المعادلة (11-11) ثم بين معنى كل رمز فيها
- 5 - 11 هل ان نظرية الانصهار تعتمد على التوليد المستمر للفجوات ام على حدوث الانزلاق ؟ وضح ذلك
- 6 - 11 على فرض ان لديك بلورة مثالية ارسم العلاقة بين الكثافة لهذه البلورة كدالة لـ (a) اختلال فرنكل (b) اختلال شونكي
- 7 - 11 اشتق المعادلة (11 - 17) . ثم بين معنى كل رمز فيها
- 8 - 11 ما المقصود بـ a - الذرات الاضافية
b - العيوب الخطية
c - جهد القص
d - العيوب المركبة .
- 9 - 11 هل ان متجه برجرز يتغير مع تغير حجم دائرة برجرز ؟ وضح ذلك
- 10 - 11 ما المقصود بالعيوب السطحية ؟ وايهما اكثر حدوثا في البلورات ؟ وضح ذلك
- 11 - 11 عند الحدود التوائية تكون الزاوية بين البلورتين المتجاورتين اكبر مما هي عليه في الحدود الحبيبية على الرغم من ان طاقة التوائم تكون في حدود 0.01 الى 0.05 جول / م² مقارنة مع طاقة الحدود الحبيبية التي تقع ما بين 0.2-0.6 جول / م² - ما سبب هذا الفرق في الطاقة ؟
- 12 - 11 احسب المسافة الفاصلة بين الانخلاعات المولدة للحدود الانحدارية اذا كانت الزاوية هي 2° في النيكل (fcc)

الموصلية المفرطة

1 - 2 المقدمة

ان معظم العناصر المعدنية والمركبات والسبائك لها خاصية التوصيل المفرط عندما تنخفض درجة الحرارة لتقترب من الصفر المطلق . ان خواص المواد في حالة التوصيل المفرط (superconducting state) تختلف كثيرا عن الحالة الاعتيادية (normal state) وذلك بسبب التغير الحاصل في سلوك الالكترونات التوصيل . ولكي نفهم سبب ظهور خاصية التوصيل المفرط لابد من معرفة الموصلية الكهربائية للمواد عند درجات الحرارة الواطئة . اي دراسة تصادم الالكترونات بالفونونات وتأثيرها على عملية التوصيل الكهربائي عند درجة حرارة الصفر المطلق . ان هذه الدراسة ستؤدي الى اكتشاف ظاهرة انعدام المقاومة النوعية والتي تمثل احدى خواص الموصلات المفرطة ثم ندرس سلوك هذه الموصلات بوجود المجال المغناطيسي لتضيف خاصية اخرى تتميز بها الموصلات المفرطة هي الدايا مغناطيسية المثالية (perfect diamagnetism) .
ان الموصلات المفرطة تستخدم في المجالات التالية :

1- في صناعة الاجهزة الالكترونية ذات القدرة الواطئة ومنها مقياس شدة المجال المغناطيسي (magnetometer) والدوائر الرقمية (digital circuit) وقواطع الدائرة الكهربائية

2- في صناعة الاجهزة ذات القدرة العالية ومنها المغنايط ذات الموصلية المفرطة والتي تستخدم كثيراً في مجال البحوث بدلاً من المغنايط التقليدية وكذلك تستخدم في صناعة المولدات (generator) وفي المحركات الكهربائية.

2 - 12 درجة الحرارة الحرجة

إن من أهم مزايا الموصل المفرط هو تلاشي المقاومة النوعية لتصبح قيمتها صفراً عند درجة حرارة معينة T_c تدعى درجة الحرارة الحرجة (critical temperature) وهذه تختلف من معدن إلى آخر. إن أول من أكتشف هذه الظاهرة هو العالم الفيزيائي الهولندي أونس (Onnes) عام 1911 من خلال تجاربه على التوصيل الكهربائي لبعض المعادن عند درجات الحرارة الواطئة . لقد لاحظ العالم أونس أنه يتعامل مع حالة جديدة للمادة تسمى حالة التوصيل المفرط تحدث عند درجة الحرارة الحرجة T_c . عند زيادة درجة الحرارة إلى درجة أعلى من T_c فإن المادة تعود إلى الحالة الاعتيادية .

إن ظاهرة التوصيل المفرط لا تقتصر على معادن قليلة . فهناك أكثر من 20 معدناً ذات توصيلية كهربائية مفرطة عند درجات حرارة مختلفة (لاحظ الجدول 1 - 12) .

إن بعض اشباه الموصلات لها خاصية التوصيل المفرط عند ظروف خاصة مثلاً عند تسليط ضغط عال أو عند تحفيز العينة على شكل غشاء رقيق (thin film) . نلاحظ من الجدول (2 - 12) أن أعلى درجة حرارة حرجة هي 9.2 كلفن وتعود لعنصر النيوبيوم Nb بينما أقل درجة حرجة سجلت لعنصر التنكستين W هي 0.01 كلفن بينما ثبت أن أعلى درجة حرارة حرجة سجلت لبعض السبائك أو المركبات هي 20 كلفن مثال ذلك Nb_3Ge وله درجة حرارة حرجة تساوي 23 كلفن . .

الجدول (1 - 12) العناصر ذات التوصيل المفرط

H																			He
Li	Be													B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg													Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr		
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe		
Cs	Ba	Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn		
Fr	Ra																		

La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu								

Al

عناصر مفرطة التوصيل

Si

عناصر مفرطة التوصيلية تحت ضغط عالي او عندما تكون على شكل اشبية رقيقة

Li

معادن لم تكتشف بعد انها موصلات مفرطة

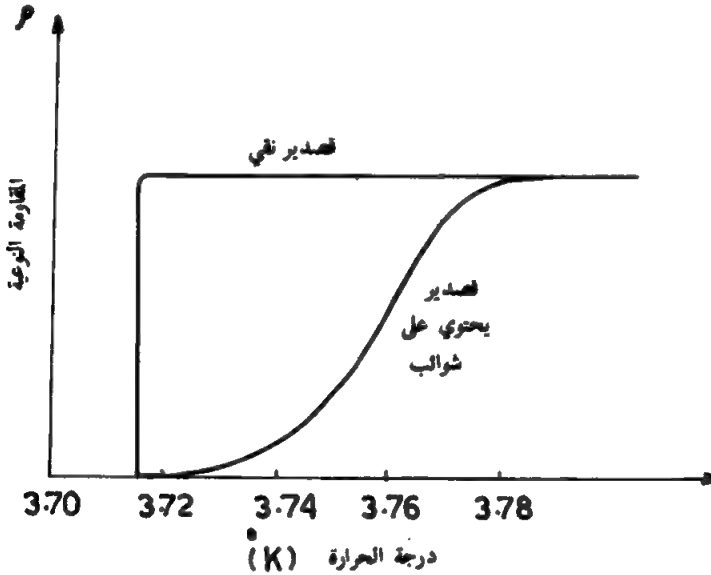
B

عناصر غير معدنية

Fe

عناصر معدنية ذات ترتيب مغناطيسي

إن عملية الانتقال من الحالة الاعتيادية الى حالة التوصيل المفرط لا تكون دائماً شديدة الانحدار ولكن تعتمد على نقاوة المعدن . ففي حالة كون المعدن نقياً واحادي البلور فإن مدى درجات الحرارة التي عندها تهبط قيمة المقاومة الى الصفر قليلة جداً . الشكل (1 - 12) يوضح العلاقة بين المقاومة النوعية ودرجات الحرارة لعنصر القصدير Sn . نلاحظ ان مدى درجة حرارة الانتقال هي 10^{-3} كيلفن عندما يكون عنصر القصدير نقياً جداً واحادي البلور ، بينما يصبح المدى 10^{-1} كيلفن بل أكثر من ذلك عندما يكون المعدن كثير الشوائب . ولعمرة ما اذا كانت قيمة المقاومة لموصل مفرط تساوي صفراً أو ذات قيمة صغيرة جداً ، لابد من إجراء التجارب التي من خلالها يمكن قياس التيار مع الزمن . من الممكن اجراء هذه التجربة عن طريق مرور التيار .



الشكل (1 - 12) تأثير الشوائب على درجة حرارة الانتقال في عنصر القصدير

بواسطة الحث المغناطيسي (magnetic induction) ، خلال حلقة مغلقة من معدن مفرط التوصيلية . ولو كانت الحلقة في الحالة الاعتيادية فإن قيمة التيار تتلاشى بصورة سريعة بعد قطع مصدر التيار وذلك بسبب مقاومة الحلقة . عندما تنخفض درجة حرارة الحلقة الى درجة حرارة اقل من درجة الحرارة الحرجة T_c

فان التيار يبقى بنفس قيمته الاولى طول فترة التجربة وحتى لفترة تزيد على السنة .
لقد لوحظ من هذه التجربة ان اعلى قيمة للمقاومة هي اقل من 10^{-25} أوم - متر
ولكي يتم اثبات ان المقاومة تساوي صفراً ، لابد من إطالة فترة القياس الى زمن غير
محدود .

3 - 12 المجال الحرج

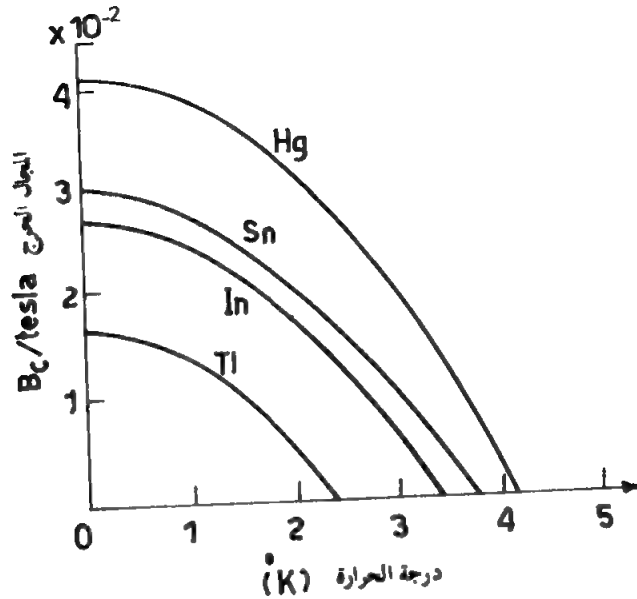
يتميز الموصل المفرط بخاصية اخرى ، إضافة الى كون مقاومته تساوي صفراً بالنسبة
للتيار المستمر ، هي تحوله من حالة التوصيل المفرط الى الحالة الاعتيادية وذلك بتسليط
مجال مغناطيسي عالي يسمى المجال الحرج (critical field) . إن المجال الحرج B_c
يعتمد على نوعية المادة المصنوع منها الموصل ودرجة الحرارة . إن قيمة المجال الحرج B_c
تصبح صفراً عند درجة الحرارة الحرجة T_c وتزداد قيمة B_c بأنخفاض درجة الحرارة .
لقد وجد عملياً ان تغير B_c مع درجات الحرارة يتبع العلاقة التالية

$$B_c = B_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad \dots (12 - 1)$$

إن قيمة المجال الحرج B_c تزداد لتصبح قيمته ثابتة وتساوي B_0 عندما تصل
درجة الحرارة الصفر المطلق $T=0K$ كما هو موضح في الشكل (2 - 12) .
نلاحظ من الشكل (2 - 12) ان قيمة B_c تزداد بأرتفاع درجة الحرارة الحرجة T_c .
ان الجدول (2 - 12) يمثل درجات الحرارة الحرجة T_c والمجال الحرج B_c لبعض
العناصر ذات توصيلية مفرطة . في بعض الأحيان ليس من الضروري ان نسلط مجالاً
مغناطيسياً خارجياً لفرض إزالة خاصية التوصيل المفرط ولكن عندما تتجاوز قيمة التيار
المار في حلقة مصنوعة من مادة ذات توصيلية مفرطة قيمة التيار الحرج (critical
current) فإن المادة تتحول الى الحالة الاعتيادية . إن قيمة التيار الحرج
(يمكن ان يكون 100 أمبير في سلك سمكه 1 ميلتر) ويعتمد ذلك على طبيعة المادة
وشكلها الهندسي وكذلك على قيمة المجال المغناطيسي الناتج عن مرور التيار . فإذا
تجاوزت قيمة المجال الناتج عن مرور تيار في موصل مفرط القيمة الحرجة للمجال
 B_c ، فإن المادة تكون في الحالة لأعتيادية . إن تحديد قيمة التيار المار في موصل مفرط
تعد من احدى المشاكل الصناعية في توليد مجال مغناطيسي عال .

الجدول (2 12) قيم T_c و H_c للعناصر ذات التوصيلية المفرطة .

ELEMENT		T_c (K)	H_c (GAUSS)
Al		1. 196	99
Cd		0. 56	30
Ga		1. 091	51
Hf		0. 09	—
Hg	α (rhomb)	4.15	411
	β	3. 95	339
In		3. 40	293
Ir		0. 14	19
La	α (hcp)	4. 9	798
	β (fcc)	6. 06	1096
Mo		0. 92	98
Nb		9. 62	1980
Os		0. 655	65
Pa		1. 4	—
Pb		7. 19	803
Re		1. 698	198
Ru		0. 49	66
Sn		3. 72	305
Ta		4. 48	830
Tc		7. 77	1410
Th		1. 368	162
Ti		0. 39	100
Tl		2. 39	171
U	α	0. 68	—
	γ	1. 80	—
V		5. 30	1020
W		0. 012	1
Zn		0. 875	53
Zr		0. 65	47



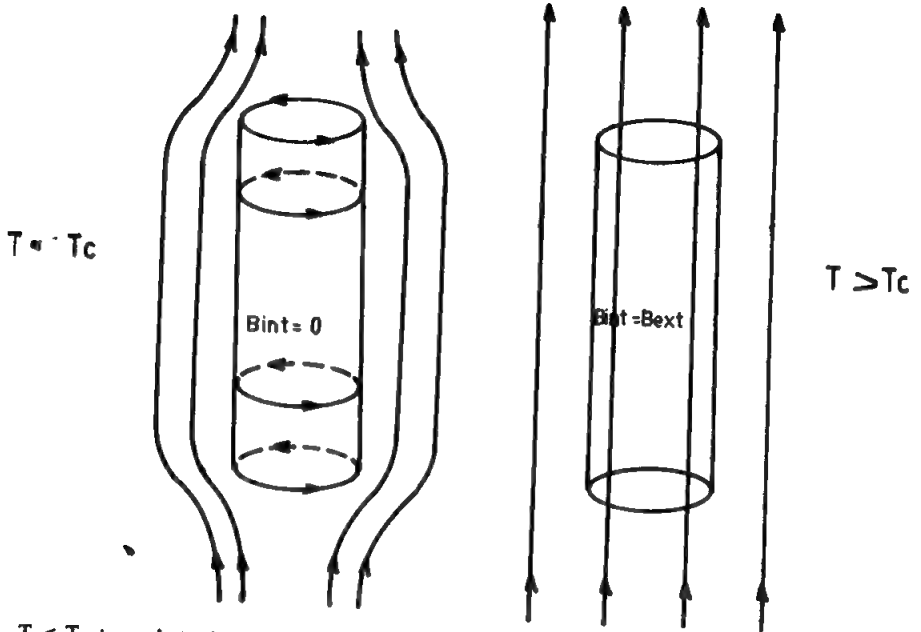
الشكل (2 - 12) العلاقة بين المجال الحرج B_c ودرجة الحرارة لبعض العناصر .

4 - 12 ظاهرة مازنر

لقد لاحظ العالم الفيزيائي الألماني مازنر Messinger انه عندما تكون المادة ذات التوصيل المفرط في مجال مغناطيسي فان خطوط الفيض المغناطيسي (magnetic flux) تبعد كلياً عن الموصل عند تبريد المادة الى درجة حرارة اقل من T_c وتدعى هذه الظاهرة بظاهرة مازنر (Messinger effect) . يمكن فهم هذه الظاهرة على اساس ان عملية التحول (بوجود المجال المغناطيسي) من الحالة الاعتيادية الى حالة التوصيل المفرط تكون مصحوبة بتوليد تيارات سطحية كافية لالغاء المجال المغناطيسي داخل العينة كما هو موضح في الشكل (3 - 12) ان المجال المغناطيسي داخل المادة في الحالة الاعتيادية يمكن كتابته على الشكل التالي

$$B_{int} = \mu_0 B + \mu_0 m_i \quad \dots (12 - 2)$$

$$B_{int} = B_{ext} + \mu_0 m_i \quad \dots (12 - 3)$$



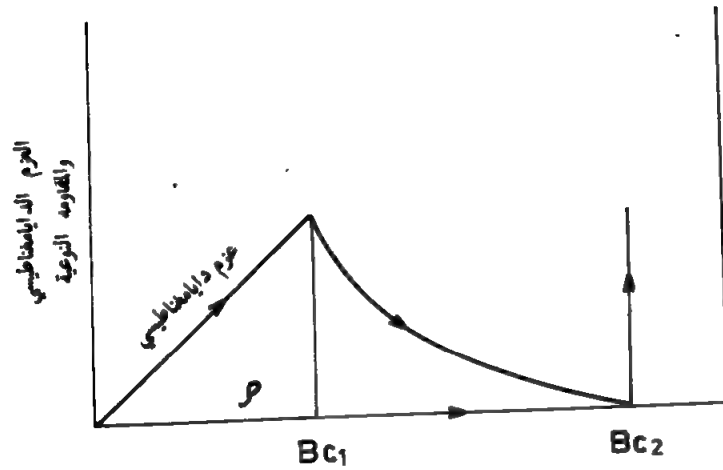
الشكل (3 - 12) ظاهرة مازنر . اعتماد خطوط الفيض المغناطيسي عن موصل مفرط عندما $T < T_c$

حيث B_{ext} المجال المغناطيسي الخارجي المسلط على الموصل ، m_p العزم المغناطيسي لوحدة الحجم . لما كانت $B_{int} = 0$ لموصل مفرط ، فإن

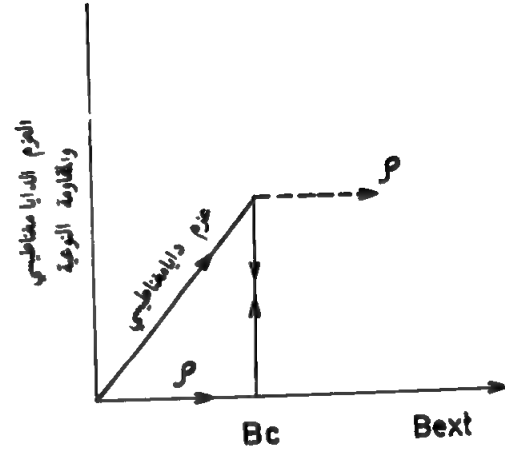
$$m_p = - B_{ext} / \mu_0 \quad \dots (12 - 4)$$

وعليه فإن الموصل المفرط له تأثير كما لو كان لديه عزم مغناطيسي معاكس الى المجال المغناطيسي المسلط ولهذا فيمكن اعتبار ان المادة ذات دايا مغناطيسية مثالية .

هناك نوعان من التوصيلات ذات التوصيلية المفرطة يعتمدان على الطريقة التي يحدث بها الانتقال من حالة التوصيل المفرط الى الحالة الاعتيادية عندما تكون قيمة المجال المسلط اكبر من قيمة المجال الحرج B_c . فالنوع الاول يدعى موصل مفرط من نوع I (type I) ، فعندما تتجاوز قيمة المجال المسلط المجال الحرج B_c فإن الموصل يتحول كلياً الى الحالة الاعتيادية وبذلك يتمكن المجال الخارجي من اختراق الموصل وتصبح قيمة العزم المغناطيسي صفراً ، اي $B_{int} = B_{ext}$ كما هو موضح في الشكل (4a - 12) .



(b)



(a)

الشكل (4-12) (a) منحنى التمثيل لموصل من نوع I
 (b) منحنى التمثيل لموصل من نوع II

ان معظم المعادن ذات الموصلية المفرطة هي من نوع I . اما النوع الثاني فيدعى موصل مفرط من نوع II (type II) ويتميز بوجود قيمتين للمجال الحرج B_{c2} ، وتمثل اعلى قيمة للمجال و B_{c1} اقل قيمة له . فعندما تتجاوز قيمة المجال المسلط اعلى قيمة للمجال الحرج B_{c2} ($B_{c2} > B_{c1}$) فان الموصل يتحول كلياً الى الحالة الاعتيادية وبذلك يتمكن المجال الخارجي من اختراق الموصل . اما اذا كانت قيمة المجال المسلط اعلى من B_{c1} واقل من B_{c2} فهناك اختراق جزئي للموصل وبذلك يكون الموصل في حالة جديدة تسمى الحالة المختلطة (mixed state) كما هو موضح في الشكل (4b - 12) . ان معظم السبائك هي من نوع II وكذلك بعض المعادن . مثل النيوبيوم والتكنيتوم والفاديوم . ان القيمة النموذجية للمجال الحرج في موصل من نوع I حوالي 10^2 كاوس بينما قيمة المجال الحرج في موصل من نوع II حوالي 10^5 كاوس وهذا يجعل استعمال موصل من نوع II مفضلاً في صناعة المغنايط ذات المجال العالي .

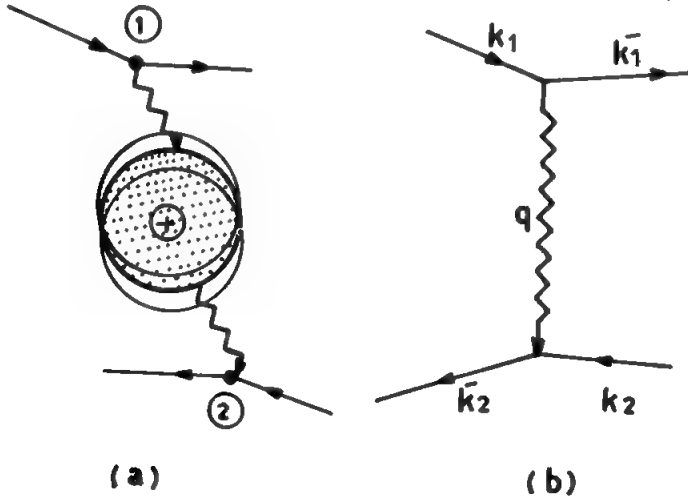
5 - 12 نظرية التوصيل المفرط

ان النظرية الحديثة للتوصيل المفرط وضعت من قبل كل من الفيزيائيين باردن (Bardeen) وكوبر (Cooper) وشريفر (Schrieffer) عام 1957 وقد سميت بنظرية BCS نسبة الى الحروف الاولى من اسماء هؤلاء العلماء . لقد لاقت هذه النظرية نجاحاً كبيراً لانها استطاعت تفسير كثير من الظواهر التي تتميز بها الموصلات المفرطة مثال ذلك انعدام المقاومة وظاهرة مازنر - الخ . ان هذه النظرية بنيت على اساس النظرية لكمية ولغرض مناقشتها لابد من استخدام ميكانيك كم متقدم ورياضيات عالية خارج نطاق هذا الكتاب ولذلك سوف نكتفي بذكر الشرح المبسط لهذه النظرية .

ان مقاومة المعادن في درجات الحرارة الواطئة وكما هو معلوم ، هي نتيجة لتصادم الالكترونات التوصيل مع ذرات الشوائب . وليس هناك وسيلة يمكن بواسطتها تحويل نظرية الالكترونات الحرة لكي نقلل هذا التصادم مع ذرات الشوائب لتصبح قيمة المقاومة صفراً وذلك لان الشوائب موجودة دائماً وبذلك تصادم بها الالكترونات المسؤولة عن التوصيل الكهربائي . وعليه لابد من استخدام نظرية اخرى تفسر سبب انعدام المقاومة في الموصلات المفرطة . ان هذه النظرية مبنية على اساس تجمع الالكترونات على شكل ازواج (pairs) بواسطة قوة جذب من نوع خاص وبذلك

يمكن تفسير ظاهرة انعدام المقاومة على اساس ان هذه الازواج من الالكترونات يمكن ان تتصادم بعد تزويدها بطاقة كافية لفصلها عن بعضها وتوليد الكترونين منفردين . ولكن عند درجات الحرارة الواطئة لا يمكن تزويد هذه الالكترونات بمثل هذه الطاقة وبذلك تمر هذه المجاميع من ازواج الالكترونات دون ان تتصادم مع الشوائب .

ان الالكترونات تتنافر بعضها مع البعض الاخر نتيجة للقوى الكهروستاتيكية فلا بد من وجود طريقة غير مباشرة لفهم التأثير المتبادل بين الالكترونات والذي ينتج عنه قوة جذب بدلاً من قوة تنافر . يمكن فهم هذه الطريقة على اساس استجابة الأيونات الموجبة في البلورة للالكترونات المارة من قريبا . هناك قوة جذب ولفترة وجيزة جداً بين الايون الموجب والالكترون المار من قربه (الالكترون 1 في الشكل 5a - 12) والذي ربما يحدث عنه تحويل بسيط في اهتزاز ذلك الايون . ويمكن ان يؤثر هذا الايون على الكترون اخر (الالكترون 2 في الشكل 5a - 12) ماراً من قربه ويجذبه نحوه .



الشكل (5 - 12) (a) التأثير المتبادل بين الكترونين
(b) تكون زوج الكترون

ان نتيجة هذين التفاعلين هو ظهور قوة جذب بين الالكترونين ولا يمكن حدوث مثل هذا التجاذب لولا وجود الايون الموجب . باستخدام نظرية المجال (field theory)

فإن التأثير المتبادل هو نتيجة لتبادل فونون افتراضي (virtual phonon) ذي طول موجي q بين الإلكترونين . يمكن استخدام المعادلة التالية لتوضيح ذلك

$$\vec{k}_1 - \vec{q} = \vec{k}'_1 \quad \dots (12-5)$$

$$\vec{k}_2 + \vec{q} = \vec{k}'_2 \quad \dots (12-6)$$

حيث k_1, k_2 يمثلان متجهات الموجة للإلكترون الأول والثاني على التوالي . وعليه فإن

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}'_1 + \vec{k}'_2 \quad \dots (12-7)$$

وهذا يعني أن المنتج النهائي لزوج الإلكترون يكون محفوظاً (لاحظ الشكل (12-5b))

لقد أشار العالم الفيزيائي كوبر عام 1956 أنه في حالة وجود قوة جذب بين الإلكترونات ، مهما كانت ضعيفة ، فإن الحالة الدركية في درجة حرارة الصفر المطلق تحتوي على الكثرونات متجمعة على شكل أزواج . هذه الأزواج من الإلكترونات يطلق عليها في بعض الأحيان أزواج كوبر (Cooper pairs)

6-12 الخواص الحرارية للموصل المفرط

في هذا البند نشق العلاقة التي تربط تغير اللاتريب (entropy) والحرارة النوعية (specific heat) للحالة الاعتيادية وحالة التوصيل المفرط مع تغير المجال الحرج B_c عند تغير درجات الحرارة . عندما يكون للمادة عزم مغناطيسي m_p لوحدة الحجم فإن الطاقة الحرة لموصل مفرط في مجال مغناطيسي B (عندما $B < B_c$) هي

$$G_s = U - TS - V \int_0^B m_p dB. \quad \dots (12-8)$$

حيث U تمثل الطاقة الداخلية و S حالة اللاتريب . نفترض إن المادة على شكل سلك طويل ورقيق ومحوره باتجاه يوازي المجال المغناطيسي المسلط B وأن نوعية الموصل المفرط من نوع I . وعندما تكون قيمة المجال المسلط B أقل من المجال الحرج B_c فإن العزم المغناطيسي يأخذ شكل المعادلة (4-12) .

$$m_p = - B / \mu_0$$

وبالتعريض عن قيمة m_r في المعادلة (8 - 12) وتكامل المقدار نحصل على :

$$G_s(B_c) = G_s(0) + \frac{1}{2} V B_c^2 / \mu_0 \quad \dots (12-9)$$

حيث $G_s(0)$ هي الطاقة الحرة لموصل مفروط عندما $B=0$ و $G_s(B_c)$ هي الطاقة الحرة للموصل عند الانتقال من حالة التوصيل المفروط الى الحالة الاعتيادية وبذلك فإن الفرق في الطاقة الحرة بين الحالتين هو.

$$\frac{1}{2} V B_c^2 / \mu_0 \quad \dots (12-10)$$

$$S = - \frac{\partial G}{\partial T} \quad \text{يمكن تعريف اللاترتيب من العلاقة}$$

وبذلك فإن الفرق في اللاترتيب بين الحالتين :

$$S_n - S_s = - (V B_c / \mu_0) \left(\frac{dB_c}{dT} \right) \quad \dots (12-11)$$

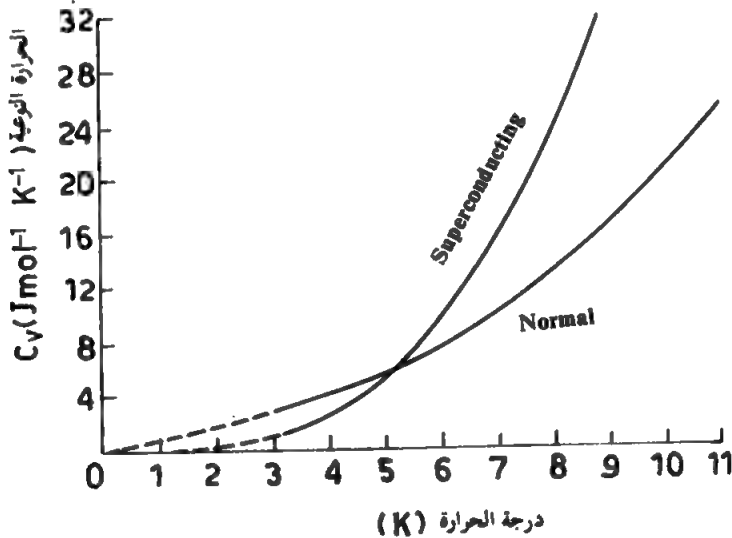
نلاحظ من الشكل (2 - 12) ان $\frac{dB_c}{dT}$ هي دائماً ذات قيمة سالبة وبذلك فإن اللاترتيب للحالة المفرطة هو أقل من الحالة الاعتيادية وهذا يعني ان الترتيب (ordering) في الحالة المفرطة هو أكبر مما عليه في الحالة الاعتيادية . وحسب القانون الثالث للترموديناميك فإن حاصل فرق اللاترتيب للحالتين ($S_n - S_s$) يجب ان يساوي صفراً عند درجة حرارة الصفر المطلق . وبذلك فإن معدل تغير المجال الحرج مع درجات الحرارة dB_c/dT يجب ان يساوي صفراً عند درجات الحرارة الواطئة جداً وهذا ما يوضحه الشكل (2 - 12) . ان الحرارة النوعية للمعادن الاعتيادية عند درجات الحرارة الواطئة تأخذ الشكل .

$$C_p = AT + BT^3 \quad \dots (12-12)$$

حيث AT هو مساهمة الكثرونات التوصيل للحرارة النوعية وتأثيره واضح عند درجات الحرارة الواطئة و BT^3 هو نتيجة اهتزازات البلورة . وعند درجات حرارة أقل من الدرجة الحرجة ($T < T_c$) في الموصلات المفرطة فإن سلوك المعدن يختلف عن سلوكه في الحالة الاعتيادية حيث تردد الحرارة النوعية بشكل مفاجئ (في حالة المجال المغناطيسي يساوي صفراً) لتتجاوز الحرارة النوعية عندما يكون نفس المعدن في الحالة الاعتيادية وبذلك لابد من تبديل الحد الخطي AT الذي تساهم به

الالكترونات للحرارة النوعية بعد آخر هو $\exp(-\Delta/K_B T)$ ليتلاشى بصورة سريعة عند درجات الحرارة الوطئة كما هو موضح في الشكل (6 - 12) . هنا 2Δ تمثل طاقة الفجوة بين الحالة التي تكون فيها الالكترونات متجمعة على شكل ازواج والحالة التي تكون فيها الالكترونات منفردة (unpaired) . ويمكننا ايجاد تعبير رياضي لفرق الحرارة النوعية $C_s - C_n$ لوحدة الحجم بين حالة التوصيل المفرط والحالة الاعتيادية وذلك بأستخدام المعادلة (11 - 12) والتعبير الرياضي للحرارة النوعية $T \frac{dS}{dT}$ وبذلك فان :

$$C_s - C_n = (T/\mu_0) \left[B_c \frac{d^2 B_c}{dT^2} + \left(\frac{dB_c}{dT} \right)^2 \right] \quad \dots (12-13)$$



الشكل (6 - 12) الحرارة النوعية لعنصر النيوبيوم في الحالة الاعتيادية وحالة التوصيل المفرط

وعند الدرجة الحرجة T_c ($B = 0$) هناك انقطاع في منحنى الحرارة النوعية وان المعادلة (12-13) تأخذ الشكل التالي :

$$C_s - C_n = (T_c/\mu_0) (dB_c/dT)^2 \big|_{T_c} \quad \dots (12-14)$$

وهذه كمية موجبة . وعند درجة حرارة $T < T_c$ فإن فرق الحرارة النوعية تصبح سالبة وذلك لان d^2B_c / dT^2 كمية سالبة وان dB_c / dT تقترب من الصفر عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق .

(4 - 12) عمق الاختراق

ان الاخوين لندن (H. London , F. London) اول من استخدم التقدير الكمي لدراسة ظاهرة مازنر حيث المعادن في حالة التوصيل المفرط لا تسمح بنفوذ خطوط الفيض المغناطيسي الى داخلها . ان تحليلهم استند على نموذج السائلين (two - fluid model) لكل من كورنر (Gorter) وكازامير (Gasimir) . ان اهم فرضية في هذا النموذج هو انه في موصل مفرط وعند درجة حرارة $T < T_c$ فان جزءا مقسداً من $n_s(T) / n$ من العدد الكلي لالكترونات التوصيل يستطيع ان يساهم في التيار المفرط (supercurrent) . ان المقدار $n_s(T)$ يدعى كثافة الكترونات التوصيل المفرط ويقترب من الكثافة الالكترونية الكلية n عندما تنخفض درجة الحرارة لتصبح اقل من الدرجة الحرجة T_c . وتنخفض قيمة المقدار $n_s(T)$ الى الصفر عندما ترتفع درجة الحرارة لتساوي T_c . نفترض ان هناك مجالا كهربائياً لحظياً عبر موصل مفرط . ان حركة الالكترونات الخارقة تتمثل بالمعادلة التالية

$$m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = - e\vec{E} \quad \dots (12-15)$$

نلاحظ من هذه المعادلة ان القوة الوحيدة التي تؤثر على هذا النوع من الالكترونات (الكترونات التوصيل المفرط) هي القوة الناتجة عن المجال الكهربائي . اما قوة التصادم فليست ظاهرة في المعادلة اعلاه وذلك لان الكترونات التوصيل المفرط لا تصادم . ان كثافة التيار الناتجة عن الالكترونات التوصيل المفرط هي

$$\vec{J}_s = - e \vec{v}_s n_s \quad \dots (12-16)$$

بدمج المعادلتين (12 - 15) , (12 - 16) نحصل على

$$\frac{d}{dt} \vec{J} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E}$$

أو

$$\vec{j} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad \dots (12-17)$$

يمكننا الآن حساب مقدار اختراق المجال للموصل وحسب الطريقة التالية :
نفترض ان الحالة مستقرة فان $\vec{j}_s = 0$ وبذلك ومن المعادلة (12-17) فان المجال يصبح صفرا او بمعنى اخر فان فرق الجهد عبر موصل مفرط يساوي صفرا . وفي هذه الحالة فان الالكترونات الاعتيادية لاتستطيع ان تمر مطلقا عبر الموصل وان التيار المار هو نتيجة مرور الالكترونات التوصيل المفرط . وباستخدام الحالة اعلاه ($\vec{E} = 0, \vec{j}_s = 0$) مع معادلة ماكسويل

$$\vec{B} = - \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad \dots (12-18)$$

نحصل على

$$\vec{B} = 0 \quad \dots (12-19)$$

ان المعادلة (12-19) تؤكد بان المجال للحالة المستقرة يكون ثابتا وهذا يناقض ظاهرة مازنر . ان المعادلة (12-19) تنص على ان B ثابتة بغض النظر عن درجة الحرارة بينما ظاهرة ما زنر (البند 3-12) تشير الى انه بارتفاع درجة الحرارة فان الفيض المغناطيسي ينفذ من خلال المادة عندما $T = T_c$. وعليه لابد من ادخال بعض التعديلات على المعادلات اعلاه لنحصل على النتيجة المطلوبة . بالتعويض عن قيمة \vec{E} (المعادلة (12-17) في المعادلة (12-18) نحصل على

$$\vec{B} = - \frac{m}{n_s e^2} \vec{\nabla} \times \vec{j}_s \quad \dots (12-20)$$

ان هذه المعادلة لاتعطي نفعا وذلك لان $\vec{B} = 0$ ولتصحيحها فقد اعاد لندن صياغتها لتصبح

$$\vec{B} = - \frac{m}{n_s e^2} \vec{\nabla} \times \vec{j}_s \quad \dots (12-21)$$

وتسمى العلاقة (12-21) بمعادلة لندن

يمكن كتابة معادلة ماكسويل بدلالة \vec{j}_s فقط . حيث

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_s \quad \dots (12-22)$$

وبأخذ دوران (curl) طرفي المعادلة نحصل على

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J}_s \quad \dots (12-23)$$

ونعوض عن $\vec{\nabla} \times \vec{J}_s$ من المعادلة (12 - 21) في المعادلة (12 - 23) لنحصل

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{\mu_0 n_s e^2}{m} \vec{B} \quad \dots (12-24)$$

وبنفس الطريقة نحصل على :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{J}_s = \frac{\mu_0 n_s e^2}{m} \vec{J}_s \quad \dots (12-25)$$

ولحل المعادلتين (12 - 24) , (12 - 25) . نفترض شكلا هندسيا فبسطا شبه غير محدود (semi - infinite) يمتد على طول الجزء الموجب للمحور x . عند تبسيط مجال مغناطيسي خارجي (B_{ext}) يوازي سطح هذا الشكل الهندسي وباتجاه المحور z فإن حل المعادلة (12 - 24) عندما $x > 0$ هو :

$$\vec{B}_z = \vec{B}_{ext} \exp \left(-\frac{x}{\lambda} \right) \quad \dots (12-26)$$

حيث

$$\lambda = \left(\frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \right)^{1/2} \quad \dots (12-27)$$

ان المعادلة (12 - 26) توضح بان المجال يقل اسياً عندما ينتقل من سطح الموصل الى داخله . وعليه فإن المجال يساوي صفراً داخل موصل سميك وهذا يتفق مع ظاهرة مازنر . يمكننا ان نستنتج من المعادلة (12 - 26) ما يلي :

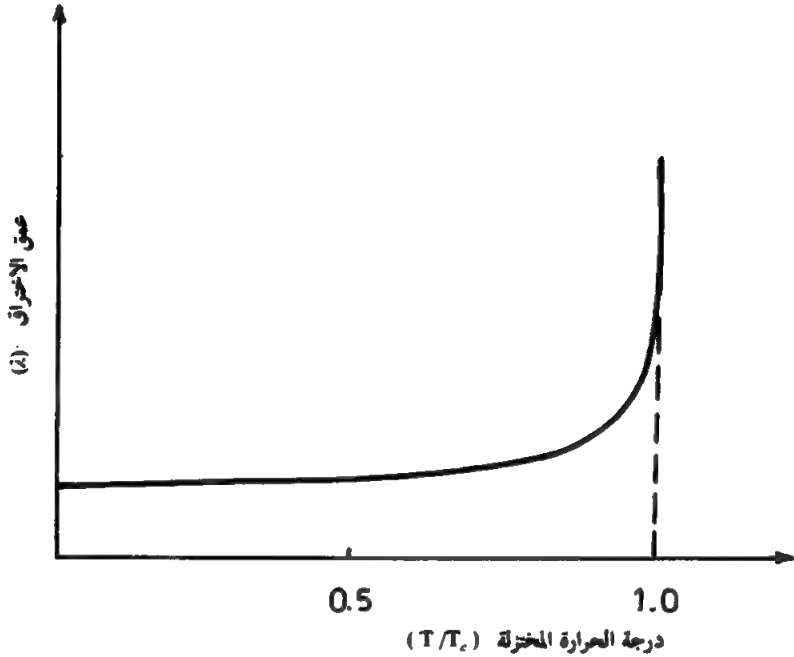
a- ان فيض المجال يستطيع ان ينفذ الى مسافة محدودة عند السطح وتسمى المسافة بعمق الاختراق (penetration depth) وتساوي λ وتتراوح قيمتها بين $10^2 - 10^3$ انكستروم وعليه فإن مقدار نفوذ المجال يزداد عندما تكون المادة على شكل غشاء رقيق سمكه يساوي عمق الاختراق او اقل منه وبذلك لا يتميز الموصل بخاصية الدايامغناطيسية المثالية .

b- ان عمق الاختراق λ يتغير مع درجات الحرارة حيث تزداد قيمة λ بارتفاع درجات الحرارة لتصبح ما لانهاية عندما $T = T_c$ وذلك لان المادة تتحول

الى الحالة الاعتيادية وعليه فان المجال يخترق المادة كلياً كما هو موضح في الشكل (7-12) . لقد وجد عملياً بان λ تأخذ الصيغة التالية :

$$\lambda = \lambda_0 [1 - (T / T_c)^4]^{-1/2}$$

حيث λ_0 عمق الاختراق عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق .



الشكل (7-12) تغير λ مع درجات الحرارة

c- ان الاستنتاج الثالث لنظرية لندن هو ان التيار الكهربائي في موصل مفرط يجري قرب سطح الموصل وليس بداخله . ان حل المعادلة (25-12) للتيار يكون بنفس طريقة حل المعادلة (24-12) للمجال المغناطيسي . ان التيار \vec{J}_z يسري باتجاه المحور z .

$$\vec{J}_z = - \left(\frac{n_s e^2}{\mu_0 m} \right)^{1/2} \vec{B}_z = - \vec{J}_z(0) e^{-z/\lambda} \quad \dots (12-28)$$

وهذا يعني ان التيار يتناقص اسياً عندما تنتقل من سطح الموصل الى داخله ، اي ان التيار محصور قرب سطح الموصل . اذا كان الموصل على شكل اسطواني فان التيار يجري

على سطح الاسطوانة فقط وهذا يختلف عن الموصل الاعتيادي حيث التيار يمر بشكل منتظم خلال العينة كلها . وبذلك فان ظاهرة مازنرهي نتيجة لهذا التيار السطحي الذي يحفظ الموصل من المجال المغناطيسي وبذلك يكون الموصل ذا خاصية دايامغناطيسية مثالية او بمعنى اخر ، ان المجال الناتج عن التيارات السطحية يعاكس كلياً المجال المغناطيسي الذي يتفد الى داخل الموصل .

8 - 12 تكمم الفيض المغناطيسي

نفترض حلقة من مادة مفرطة التوصيلية نصف قطرها الداخلي R ومقدار الفيض المغناطيسي المحصور داخلها يساوي ϕ كما هو موضح في الشكل (8-12). ان هذا الفيض ناتج عن التيار الدائم (persistent current) والذي يسري في السطح الداخلي للحلقة . وبما ان ازواج الالكترونات التوصيل في موصل مفرط لا تتصادم فعليه هناك توافق في الطور في اي نقطة من نقاط المحيط الداخلي للمادة بغض النظر عن عدد المرات التي تدور بها هذه الازواج وعليه فان الطور ثابت في اي نقطة . وبذلك فان تكامل الطور حول المحيط الداخلي يجب ان يساوي (عدد صحيح 2π) و

$$\oint_R \vec{k} \cdot d\vec{l} = 2\pi n \quad \dots (12-29)$$

حيث \vec{k} تمثل متجه الموجة لزوج الالكترون و n عدد صحيح . كما هو معروف ، ان زخم الالكترون الحبر هو حاصل ضرب متجه الموجة وثابت بلانك plank constant اي

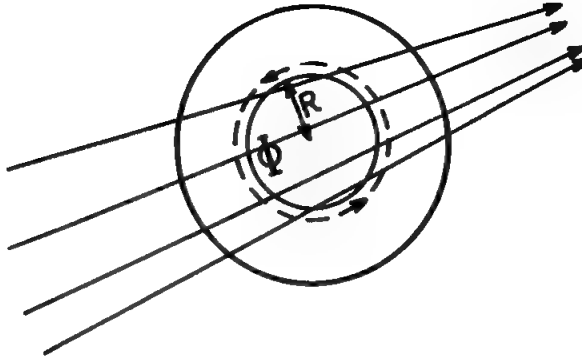
$$\hbar \vec{k} = m \vec{v} \quad \dots (12-30)$$

اما في حالة وجود المجال المغناطيسي فان المعادلة (12-30) تاخذ الصيغة التالية :

$$\hbar \vec{k} = m \vec{v} + e \vec{A}$$

حيث \vec{A} متجه الجهد للمجال \vec{B} ويعرف بالشكل التالي :-

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$



الشكل (8 - 12) تكتم الفيض المغناطيسي

وعند تطبيق المعادلة (12-30) لزوج الالكترون فان

$$\hbar \vec{k} = 2m \vec{v} + 2e \vec{A} \quad \dots (12-31)$$

ان كثافة التيار \vec{J}_s تأخذ الصيغة التالية

$$\vec{J}_s = n_s e \vec{v}$$

حيث n_s كثافة ازواج الالكترونات ، وعليه فان \vec{k} تصبح

$$\vec{k} = \left(\frac{1}{\hbar} \right) \left(\frac{2m\vec{J}_s}{n_s e} \right) + \left(\frac{2e}{\hbar} \right) \vec{A} \quad \dots (12-32)$$

وبتكامل المقدار وباستخدام المعادلة (12 - 29) نحصل على :

$$\oint_R \vec{k} \cdot d\vec{l} = \left(2m / n_s e \hbar \right) \oint_R \vec{J}_s \cdot d\vec{l} + \left(\frac{2e}{\hbar} \right) \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = 2\pi n$$

$$\dots (12-33)$$

وباستخدام نظرية ستوك (Stoke's theorem)

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \phi$$

نحصل على

$$2m / (n_s e \hbar) \oint_R \vec{J}_s \cdot d\vec{l} + \left(\frac{2e}{\hbar} \right) \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 2\pi n \quad \dots (12-34)$$

أو

$$m / (n_s e^2) \oint_R \vec{J}_s \cdot d\vec{l} + \phi = n (h / 2e)$$

وبما ان التيار يسري قرب سطح الموصل فقط (البند 6 - 12)، فان

$$\oint \vec{J}_s \cdot d\vec{l} = 0$$

وعليه فان

$$\phi = \frac{nh}{2e} = n \phi_0$$

اي ان الفيض داخل حلقة من موصل مفرط هي كمية مكتمة بوحدة $\phi_0 = \frac{h}{2e}$ وتساوي 2.07×10^{-15} وبر.

وقد تم تحسس هذا المقدار بواسطة مجسات مغناطيسية حساسة ويشير هذا الرقم الى ان حاملات التيار في موصل مفرط هي ازواج الالكترونات وليست الكترونات مفردة

الاسئلة

- 12-1 اذا كان لديك كتلة من القصدير (Sn) حجمها 1 سم³ جد ما يلي :
- a الفرق في الطاقة الحرة (ΔG) بين الحالة الاعتيادية وحالة التوصيل المفرط عند درجة الصفر المطلق
- b الفرق في الحرارة النوعية بين الحالة الاعتيادية وحالة التوصيل المفرط عند درجة الحرارة الحرجة .
- [ملاحظة : لحل هذه المسألة استخدم الشكل (2 - 12)]

- 12-2 اوضح لماذا تبرد المواد عندما تتلشى خاصية التوصيل المفرط عند تسليط مجال مغناطيسي خارجي
- b عينة من القصدير مغزولة حراريا وعند درجة حرارة 2 كلفن وفي داخل مجال مغناطيسي اكبر من المجال الحرج . احسب الدرجة الحرارية النهائية للعينة (اهمل مساهمة اهتزازات الشبكة للحرارة النوعية) . [استخدم المعلومات التالية للقصدير :-
- الكثافة تساوي 7300 كغم / م³ والحرارة النوعية الالكترونية تساوي γT حيث γ تساوي 1.75×10^{-3} جول غم / مول كلفن والوزن الذري يساوي 119

- 12-3 جد النسبة بين الموصلية الحرارية thermal conductivity للحالة الاعتيادية وحالة التوصيل المفرط عند درجة حرارة 10^{-2} كلفن لشريط من الرصاص الملدن سمكه 0.1 ملم ومقاومته النوعية الكهربائية في الحالة الاعتيادية 2×10^{-9} اوم- متر . [استخدم المعلومات الاتية للرصاص سرعة الصوت = 2000 م / ثا وكثافة الرصاص تساوي 11300 كغم / م³ ودرجة حرارة ديباي تساوي 108 كلفن]

- 12-4 ان الجدول التالي يوضح قيم الحرارة النوعية للحالة الاعتيادية C_n وحالة التوصيل المفرط لعنصر القصدير .

C_n ملي جول / مول - كيلفن C_s ملي جول / مول - كيلفن T (كيلفن)

2.48	10.39	8.29
1.91	5.01	5.10
1.62	3.03	3.89
1.46	2.10	3.31
1.24	1.14	2.62
1.08	0.65	2.18

جد قيم C_{es} الناتجة عن مساهمات الالكترونات للحرارة النوعية لحالة التوصيل المفرط ثم ارسم العلاقة بين $1/T, \log C_{es}$ ما هي المفاهيم التي تستطيع استنتاجها من هذا الرسم ؟

5-12 اذا علمت ان عمق الاختراق λ للزئبق (Hg) يساوي 75 نانومتر عند درجة حرارة 3.5 كيلفن . جد

- a عمق الاختراق عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق .
b كثافة الكترونات التوصيل n_s عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق .

6-17 ملف مصنوع من مادة مفرطة التوصيل للكهربائية ومبرد في درجة حرارة سائل الهليوم طوله 15 سم وقطره 3 سم وعدد لفاته يساوي 20000 لفة . بزيادة قيمة التيار المار في الملف الى 40 امبير فان الملف قد تحول الى الحالة الاعتيادية . جد حجم سائل الهليوم المبخر نتيجة الحرارة المتولدة في الملف .
[الحرارة الكامنة لسائل الهليوم 2.5 جول/سم³]

7-12 حلقة رقيقة من مادة مفرطة التوصيل الكهربائي قطرها الداخلي 1 سم وان مقدار الفيض المحصور في مركزها $10 \phi_0$. واذا علمت ان عمق الاختراق 50 نانومتر . جد قيمة التيار الدائم الذي يسري في الحلقة [استخدم العلاقة التالية لايجاد محاثة الحلقة .

$$L = \mu_0 R \ln (8R / r)$$

حيث R نصف قطر الحلقة و r نصف قطر سلك المادة الموصلة وان $R \gg r$

المراجع العربية

- ✓ مفاهيم في الفيزياء الحديثة ... ترجمة . د . منعم مشكور - والسيد شاكر جابر شاكر جامعة الموصل - ١٩٨٠
- ✓ الحرارة والديناميكية ترجمة . د. محسن سالم رضوان - دار ماكروهل للنشر - جمهورية مصر العربية / القاهرة - ١٩٨٢
- ✓ الخواص الكهربائية والمغناطيسية. للمواد - تأليف . د. وكاع فرمان الجبوري . د. فهد غالب حياتي / جامعة الموصل - ١٩٨٥
- ✓ البنية والتأصل في كيمياء الحالة الصلبة - ترجمة . د. عصام جرجيس سلومي جامعة الموصل - ١٩٨٣
- ✓ فيزياء الجيود - تأليف . د. سامي مظلوم صالح / الجامعة التكنولوجية - بغداد - ١٩٨٢
- ✓ أساسيات البصريات - فرانسي. أ. جينكيز. هارفي. أ. هوايت . دار ماكروهل للنشر - نيويورك . ١٩٨١

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

هنا يوسف البريني

المراجع الاجنبية

- 1- C. Kittel, " Introduction to Solid State Physics " 5th edn, John Wiley & Sons Inc (1976).
- 2- M. A. Omar, "Elementary Solid State Physics" 1st edn, Addison - Wesley Pub. Co. (1975).
- 3- H. M. Rosenberg, " The Solid State ". 2nd edn Clarendon Press Oxford, (1978).
- 4- L. Pincherle, " Electronic Energy Band in Solid " 1st edn Macdonald & Co. Ltd. (1971).
- 5- J. Crangle, " The magnetic Properties of Solid " 1st edn, Edward Arnold. (1977).
- 6- B. D. Cullit, " Elements of X - ray Diffraction " 3rd edn. Addison - Wesley Pub. Co. Inc.
- 7- J. S. Blackmore, " Solid State Physics " 2nd edn - W. B. Saunders Co. (1974).
- 8- A. H. Davis, " Solid: An Introduction " McGraw. Hill Co. LTD (1978).
- 9- D. A. Davies " Waves, Atoms and Solid " 1st edn Longman Group LTD, (1978).
- 10- I. H. Wilson " Engineering Solids " McGraw. Hill Co. LTD (1979).
- 11- R. A. Levy " Principle of Solid State Physics " 2nd edn. Academic Press Inc. (1968).
- 12- N. W. Ashcroft and N. D. Mermin " Solid State Physics ".
- 13- C. M. Hurds " The Hall - Effect in Metals and Alloys ". 1st edn Plenum Press. (1972).
- 14- C. M. Hurds " Electron in Metals " 1st edn. John Wiley & Sons. (1975).
- 15- S. M. Sze " Semiconductor devices Physics and Technology ". 1st edn. John Wiley & Sons (1985).
- 16- J. S. Dugdale " The Electrical Properties of Metals and Alloys ". 1st edn. Edward Arnold. (1977).
- 17- S. P. Seth and D. V. Gupta. " A course in Electrical engineering Materials " 2nd edn. Dhanpat Rai & Sons (1981).
- 18- A. Chelkowski " Dielectric Physics " Pwin - Polish Scientific Pub . (1980).
- 19- P. Wilkes " Solid State Theory in Metallurgy " Cambridge Univ. Press. (1973).
- 20- G. Fowles " Introduction Modern Optics " 2nd edn. Holt T. Rinehart and Winston Inc. (1975).
- 21- R. A. Smith " Semiconductor " Cambridge Univ. Press. (1968).
- 22- T. VanDuzer & C. W. Turner. " Principles of Superconductive Devices and Circuit ". 1st edn Edward Arnold (1981).

المصطلحات العلمية الواردة في الكتاب

A

Amorphous	عشوائي (لابلوري)
Absolute – Temperature	درجة الصفر المطلق
Anomalous	شاذ
Attenuation	توهين
Angular	زاوي
Accoustic branch	الفرع السمعي
Anti – bonding	ضديد التآصر
Alloy	سبيكة

B

Band theory	نظرية الحزم
Brillouin – zones	مناطق بريلوين
Boundary conditions	الشروط الحدودية
Bond	أصرة
Bravais lattice	الشبيكة البرافيزية
Basis	الاساس

C

Crystallography	علم البلورات
Crystal lattice	الشبيكة البلورية
Conduction band	حزمة التوصيل
Current density	كثافة التيار
Crystal defect	عيوب البلورة
Cycltron frequency	التردد السايكلتروني (المداري)
Curie constant	ثابت كوري

Critical
Coherence
Cut – off frequency

حرج
التصاق أو أتااق
تردد القطع

D

Diamagnetic
Debye model
Density of state
Dielectric
Diffraction
Dislocation
Degenercy
Discrete
Dispersion relation
Drift vdocity

الدايا مغناطيسية
نموذج ديبي
كثافة الحالة
مادة عازلة
الحيود
الانحلال
تضاعف
منفصل
علاقة التفرق
سرعة الانسياف

E

Electrical resistivity
Energy
Energy – levels
Equilibrium
Etching

المقاومة النوعية الكهربائية
طاقة
مستويات الطاقة
توازن (أتران)
نقشيط

F

Fermi surface
Forbidden
Function
Ferromagnetic
Field emission
Forward bias

سطح فيرمي
غير مسموح (ممنوع)
دالة
الفير و مغناطيسية
انبعاث مجالي
انحياز امامي

G

Ground state	الحالة الدركية
Grains	حبيبات
Gas constant	ثابت الغاز
Group velocity	سرعة مجموعة الامواج

H

Hall effect	ظاهرة هول
Hole	فجوة
Hund's rule	قاعدة هوند
Hexagonal closed packet	سداسي متلاصق الرص

I

Impurities	شوائب
Internal field	المجال الداخلي
Inversion operation	عملية الانقلاب
Interplaner distance	المسافات البينية

J

Junction	ملتقى
----------	-------

K

Kondo effect	ظاهرة كوندو
--------------	-------------

L

Lattice constant	ثابت الشبكة
Long - range order	ترتيب طويل المدى
Localized	موضعي (غير متمركز)

M

Miller Indices	معاملات ميلر
Magnetic domains	الحجيرات المغناطيسية
Magnetic Flux	الفيض المغناطيسي
Mean free path	معدل المسار الحر

Mobility	تحركية
Macroscopic	التي ترى بالعين المجردة
Microwave	الموجات الدقيقة
Mode	نمط
Magnetization	تمغنط

N

Normal state	الحالة الاعتيادية
Normal processes	العمليات الاعتيادية
Non - Crystalline	غير بلوري
Nuclear Magnetic Resonance	رنين نووي مغناطيسي

O

Optical branch	الفرع البصري
Oscillator	متذبذب
Orbital	مدار

P

Paramagnetic	بارامغناطيسية
Primitive cell	الخلية البدائية
Point operation	العملية النقطية
Point defect	العيوب النقطية
Phonon	الفونون
Phase velocity	سرعة الطور
Phase factor	عامل الطور
Polycrystalline	متعدد البلورات
Period	دورة
Pair distribution function	دالة التوزيع الثنائي
Permeability	نفاذية (انفاذية)
Penetration	اختراق
Pattern	هيكل - شكل
Persistence current	التيار الدائم
Permeability	السماحية

Q

quantized
quantum number

مكمم
عدد كمي

R

Residual
Resonance
Reciprocal lattice
Relaxation
Rotational operation
Response

متبقى او متخلف
رنين
شبكة مقلوبة
استرخاء
عملية الدوران
استجابة

S

Short range order
Super conductivity
Spin
Soft magent
Skin depth
Symmetry
Scattering
Susceptibility
Size effect

ترتيب صغير المدى
فرط الايصال
برم
مغناطيس مطاوع
عمق سطحي
تماثل . تناظر
استطارة
التأثيرية
التأثير الحجمي (التأثر الحجمي)

T

Thermal vibration
Thermalised
Translation operation

الاهتزاز الحراري
تهداة
عملية الانتقال

U

Umklapp process
Un - harmonic effect
Unit cell

عملية امكلاب
تأثير لا توافقي
وحدة الخلية

	V	حزمة التكافؤ
Valence band		قوة فان ديرفالز
Vander waals force		افتراضي
Virtual		
	W	جبهة الموجة
Wave front		طول الموجة
Wave lenght		دالة الشغل
Work fancement		
	Z	طاقة نقطة الصفر
Zero - point energy		

هنا يوسف اللومبي

مباح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

هنا يوسف اللواتي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة
مكتبتي الخاصة
على موقع ارشيف الانترنت
الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

رقم الايداع في المكتبة الوطنية ببغداد ٧٦ لسنة ١٩٨٨

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

مكتبة الدكتور عبد الله

بجامعة الكويت

عبد الله يوسف الدويهي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

https://archive.org/details/@hassan_ibrahem

هشام يوسف اللواتي



مكتبة هذا الكتاب للعلوم
جامعة القادسية